EXAMEN ORDINARIO RESUELTO – MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS II
NAVARRA – PAU 2025 Profesor: Rafael Núñez Nogales

Prueba de Acceso a la Universidad
CURSO: 2024-2025
ASIGNATURA: **MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II**

Universidad Pública de Navarra
Nafarroako Unibertsitate Publikoa

Instrucciones: las tres primeras preguntas son obligatorias. En la cuarta pregunta debe seleccionar sólo una opción (A o B) y contestar a todos sus apartados.

PREGUNTA 1: Una compañía envasa las pastas en cajas de 250 g, 500 g y 1 kg.
Cierto día se envasaron 65 cajas en total, haciendo 5 cajas más de tamaño pequeño (250 g) que de tamaño mediano (500 g). Sabiendo que el precio del kilo de pastas es de 24 euros y que el importe total de las pastas envasadas ese día asciende a 720 euros, ¿cuántas cajas de cada tipo han envasado ese día?
i) Plantee el sistema de ecuaciones lineales. (1 punto)
ii) Resuelva el sistema. Interprete la solución en el contexto del problema. (1,5 puntos)

Resolución

Sean x, y, z el nº de cajas de 250 g, 500 g y 1 kg, respectivamente.

Usando el enunciado nos queda el sistema

$\{x + y + z = 65\ x = y + 5\ 0,250x + 0,500y + 1z = \frac{720}{24} = 30 \quad .4\ \{x + y + z = 65\ x = y + 5\ x +$

.

Sustituyendo en la 1ª y 3ª ecuación:

$\{y + 5 + y + z = 65\ y + 5 + 2y + 4z = 120 \Rightarrow \{2y + z = 60\ 3y + 4z = 115\ .4\ \{8y + 4z = 240\ 3y$

Restando las ecuaciones, $5y = 125, y = 25$; $2.25 + z = 60, z = 10$; $x = 25 + 5, x = 30$

Luego, hay 30 cajas de 250 g, 25 de 500 g y 10 de 1 kg

PREGUNTA 2: En un estudio sobre la evolución de una determinada especie animal se ha determinado que la población, en miles de ejemplares, viene dada por la función: $P(t) = 6 + \frac{12t}{t^2+4}$, donde $t \geq 0$ es el tiempo transcurrido en años. Responda a las siguientes cuestiones:
i) Determine la población a los 6 años y la población a largo plazo. ¿Es la población una función continua del tiempo? (0,75 puntos)

Resolución

Como $P(6) = 6 + \frac{12.6}{6^2+4} = 7,8$, a los 6 años la población es 7800 ejemplares.

$P(t) = (6 + \frac{12t/t^2}{t^2/t^2+4/t^2}) = (6 + \frac{12/t}{1+4/t^2}) = 6 + \frac{0}{1} = 6$. La población a largo plazo es 6000 ejemplares

Por otra parte, como $t^2 + 4 \neq 0, \forall\, t$, la población P(t) es continua en su dominio, que es $[0, +\infty)$

ii) ¿Cuándo se alcanza la máxima población? ¿Cuál es su valor? Determine para qué periodos de tiempo la población crece o decrece. (1,25 puntos)

Resolución

$P'(t) = 0 + \frac{12(t^2+4) - 12t.2t}{(t^2+4)^2} = \frac{48-12t^2}{(t^2+4)^2} = 0 \Leftrightarrow 48 - 12t^2 = 0 \Leftrightarrow t^2 = 4$, y como $t \geq 0, t = 2$

Tabla de signos de P´(t):

	(0, 2)	2	(2, +∞)
P´(t)	+	0	–
P(t)	creciente	máximo	decreciente

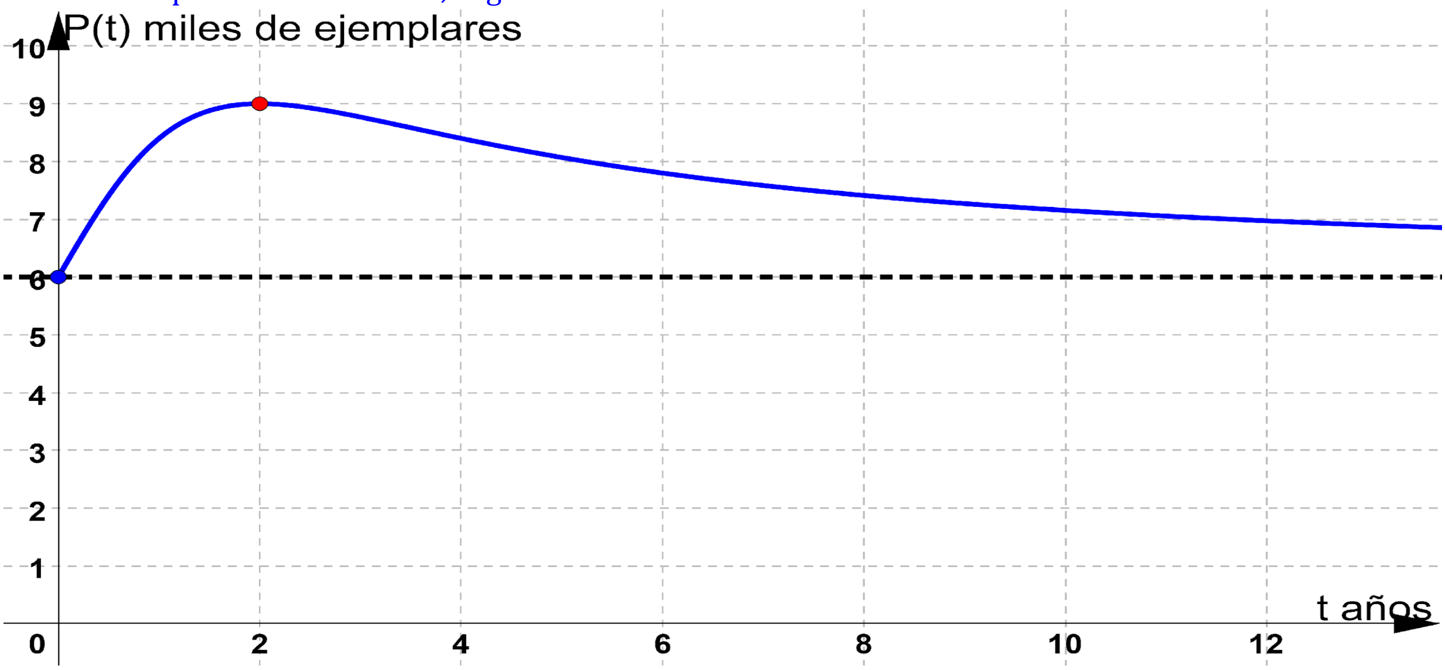
Máximo: t = 2, $P(2) = 6 + \frac{12.2}{2^2+4} = 9$. La población máxima es 9000 ejemplares y se alcanza a los 2 años.

La población crece de los 0 a los 2 años y decrece a partir del 2º año

iii) Represente gráficamente la función de población. (0,5 puntos)

Resolución

Usando los apartados anteriores, la gráfica es



PREGUNTA 3: El ayuntamiento de una ciudad hace una encuesta a 250 jóvenes (150 mujeres y 100 hombres) sobre sus hábitos de movilidad (transporte público, vehículo propio o caminar). Observaron que 60 mujeres y 40 hombres encuestados prefieren el transporte público, el 16% de las mujeres y el 10% de los hombres prefieren usar su propio vehículo, y el resto de las personas prefiere caminar.

i) Se elige un joven al azar. Calcule la probabilidad de que sea mujer, sabiendo que prefiere caminar. (1 punto)

Resolución

A = "ser mujer" B = "ser hombre" T = "usar transporte público" V = "usar vehículo propio" C = "caminar". Usamos una tabla de contingencia con los datos:

	T	V	C	Total
A	60	16% de 150 = 0,16.150 = 24	150 – 60 – 24 = 66	150
B	40	10% de 100 = 0,1.100 = 10	100 – 40 – 10 = 50	100
Total	29	34	116	250

Se pide $p(A/C) = \frac{p(A\cap C)}{p(C)} = \frac{\frac{66}{250}}{\frac{116}{250}} = \frac{66}{116} = \frac{33}{58} \cong 0,569 = 56,9\%$

ii) Se eligen al azar, de forma independiente, un hombre y una mujer. Calcule la probabilidad de que al menos uno de ellos prefiera utilizar el transporte público. (0,75 puntos)

Resolución

Usando la tabla y la regla de Laplace la probabilidad de que un hombre use transporte público es $\frac{40}{100} = 0,4$; de que una mujer lo use es $\frac{60}{150} = 0,4$. La probabilidad que se pide es

p(alguno use transporte público) = 1 – p(ninguno lo use) = 1 – 0,6 . 0,6 = 0,64 = 64%

iii) Se eligen al azar tres jóvenes sin reemplazamiento. Calcule la probabilidad de que los tres prefieran usar su propio vehículo. (0,75 puntos)

Resolución

Se pide $p\left(V_1 \cap V_2 \cap V_3\right) = p(V_1)p(V_2/V_1)\, p[V_3/(V_1 \cap V_2)] = \frac{34}{250}\frac{33}{249}\frac{32}{248} = 0,0023 = 0,23\%$

PREGUNTA 4

OPCIÓN A:

i) Dadas las matrices $A = (0 \ -2\ 3\ 0)$ y $B = (a\ b\ 4\ 1)$, calcule el valor de a y b para que se cumpla AB = BA (1 punto)

Resolución

Si

$AB = BA \Rightarrow (0 \ -2\ 3\ 0)(a\ b\ 4\ 1) = (a\ b\ 4\ 1)(0 \ -2\ 3\ 0) \Rightarrow (-8 \ -2\ 3a\ 3b) = (3b \ -2a\ 3 \ -8)$

Igualando elementos, $\{-8 = 3b \to b = \frac{-8}{3} \ -2 = -2a \to a = 1\ 3a = 3 \to a = 1\ 3b = -8 \to b = \frac{-8}{3}$.

Conclusión: debe ser $a = 1$, $b = \frac{-8}{3}$

ii) Calcule el área del recinto del plano limitado por la función f(x) = $-x^2 - 2x + 3$ y el eje x. (1,5 puntos)

Resolución

Como f(x) = $-x^2 - 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2 \pm 4}{-2}$, x = –3, x = 1, la parábola cóncava y = $-x^2 - 2x + 3$ corta al eje x en –3 y 1. Luego, el área que se pide es $A = \int_{-3}^{1} f(x)dx$.

Una primitiva de f es $F(x) = \frac{-x^3}{3} - x^2 + 3x = \frac{9x - 3x^2 - x^3}{3}$. Por la regla de Barrow,

$$A = F(1) - F(-3) = \frac{9.1 - 3.1^2 - 1^3}{3} - \frac{9(-3) - 3(-3)^2 - (-3)^3}{3} = \frac{5 - (-27)}{3} = \frac{32}{3} \cong 10,67\ u^2$$

OPCIÓN B:

i) Dadas las matrices $C = (0 \ -2\ 3\ 0)$ y $D = (2 \ -1\ 4\ 1)$, despeje y calcule X en la ecuación matricial
XD – C = I. (1,25 puntos)

Resolución

Trasponiendo términos XD = C + I. Como det D = 6 ≠ 0, existe D^{-1} y multiplicando por D^{-1}, por la derecha, $XDD^{-1} = XI = X = (C + I)D^{-1}$; $X = [(0 \ -2\ 3\ 0) + (1\ 0\ 0\ 1)]\frac{1}{\det D}(adj\ D)^t$

$X = (1 \ -2\ 3\ 1)\frac{1}{6}(1 \ -4\ 1\ 2)^t = \frac{1}{6}(1 \ -2\ 3\ 1)(1\ 1 \ -4\ 2) = \frac{1}{6}(9 \ -3 \ -1\ 5) \Rightarrow X = \left(\frac{3}{2}\ \frac{-1}{2}\ \frac{-1}{6}\ \frac{5}{6}\right)$

ii) En un barrio de una ciudad, el importe mensual (en euros) del alquiler de una vivienda sigue una distribución normal con varianza 22500 euros². Se selecciona una muestra de 74 viviendas en la zona, obteniéndose una media muestral de 738 euros. Calcule un intervalo de confianza al 96% para el importe medio mensual del alquiler de una vivienda. Interprete la solución en el contexto del problema.
(1,25 puntos)

Resolución

X = "importe mensual (en euros) del alquiler de una vivienda" → $N\left(\mu; \sqrt{22500}\right) = N(\mu, 150)$.

El intervalo de confianza a nivel de confianza del 96% para estimar μ, es $I_c = (\bar{x} - E, \bar{x} + E)$,

---

siendo $\overline{x} = 738$ la media de la muestra de tamaño n = 74, $E = z_{\alpha/2}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, el máximo error de estimación.

$z_{\alpha/2}$ es el valor de la N(0, 1) con $\frac{1+n_c}{2} = \frac{1+0{,}96}{2} = 0{,}98$

Como $p(Z < z_{\alpha/2}) = 0{,}98$ $\quad$ *usando la tabla de la* $N(0, 1)$, $\quad$ *por interpolación* $\quad \rightarrow z_{\alpha/2} = 2{,}055$.

Sustituyendo, $E = z_{\alpha/2}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2{,}055.\frac{150}{\sqrt{74}} \cong 35{,}83$, que es el error máximo cometido

El intervalo de confianza es $I_c = (738 - 35{,}83\ ;\ 738 + 35{,}83) \cong (702{,}17\ ; 773{,}83)$