

Propulsion et sustentation magnétiques

1. La composante $B_z(r, z; t)$ est fonction paire de r , donc $B_z(r, z; t) = B_0(z; t)$ champ sur l'axe, à des termes d'ordre 2 en r près, car r est « petit » – i.e. $B_z(\rho, z; t) = C^{\text{ste}}$ pour tout ρ tel que $0 < \rho < r$.

Le flux sortant du cylindre élémentaire est alors :

$$\pi r^2 (B_0(z + dz; t) - B_0(z; t)) = \pi r^2 \frac{\partial B_0(z; t)}{\partial z} \quad \text{pour les 2 bases du cylindre ;}$$

$$2\pi r dz B_r(r, z; t) \quad \text{pour la surface latérale.}$$

B est à flux conservatif et le flux total sortant est nul, d'où : $B_r(r, z; t) = -\frac{r}{2} \frac{\partial B_0(z; t)}{\partial z}$

Ou encore : $B_r(r, z; t) = -\frac{r}{2} \frac{dB_0(z)}{dz} \cos(\omega t) \mathbf{e}_r$ C.Q.F.D.

2. Le flux du champ du solénoïde (S) à travers l'anneau (A) est, par définition de l'inductance mutuelle $M(z) : \phi(z, t) = i_s(t) M(z)$. L'expression de la force peut donc s'écrire :

$$i_A(t) i_s(t) \frac{dM}{dz} = \boxed{F(z, t) = i_A(t) \frac{\partial \phi}{\partial z}}$$

où il est plus correct de mettre une dérivée partielle.

3. Pour l'anneau immobile maintenu à z constant, $M(z)$ est constant et $\phi = i_s(t) M(z)$ ne dépend que de t .

La loi de Faraday donne la f.é.m. induite : $\mathcal{e} = -\frac{d\phi}{dt} = -M \frac{di_s}{dt}$

4. Quand $a \ll b$, $B_z(r, z; t) = B_0(z; t)$ champ sur l'axe et $\phi = M i_s = \pi a^2 B_0(z) \cos(\omega t)$

Alors : $\mathcal{e} = \pi a^2 \omega B_0(z) \sin(\omega t) = \boxed{\phi_0(z) \omega \sin(\omega t) = \mathcal{e}}$

5. Résultante des forces de Laplace sur l'anneau :

$$\mathbf{F} = \oint i_A(t) d\mathbf{l} \wedge (B_r \mathbf{e}_r + B_z \mathbf{e}_z) = -2\pi a i_A(t) B_r(a, z; t) \mathbf{e}_z$$

Et donc d'après 1 : $\boxed{\mathbf{F} = \pi a^2 i_A(t) \frac{dB_0}{dz} \cos(\omega t) \mathbf{e}_z}$, que l'on obtient plus facilement et directement en dérivant :

$\phi = M(z) i_s = \pi a^2 B_0(z) \cos(\omega t)$ dans l'expression de la force donnée au 2.

6. La surface totale des N spires de l'anneau est proportionnelle à N : il en est donc de même pour le flux envoyé par (S), et par suite : $M = N M_1$.

Le champ magnétique propre créé par l'anneau est proportionnel à N , et donc aussi le flux propre à travers une spire. Le flux propre total à travers les N spires est alors en N^2 :

$$\boxed{L_A = N^2 L_1}$$

7. En négligeant l'autoinductance de l'anneau : $\mathcal{e} = -\frac{d}{dt}(M i_s) = M i_s \omega \sin(\omega t) = R_A i_A(t)$

$$F(z,t) = \frac{M \omega l_s^2}{R_A} \frac{dM}{dz} \sin(\omega t) \cos(\omega t)$$

Alors est de valeur moyenne nulle dans le temps, et l'anneau ne devrait pas monter. Il faut prendre L_A en compte.

8. En prenant en compte L_A mais en négligeant R_A , c.à.d. $R_A \approx 0$, il vient :

$$e = -\frac{d}{dt}(M i_s + L_A i_A) = R_A i_A = 0, \text{ donc } i_A = -\frac{M}{L_A} i_s \text{ et par suite :}$$

$$F(z,t) = i_A i_s \frac{dM}{dz} = -\frac{M}{L_A} \frac{dM}{dz} i_s^2(t) \quad , \text{ de valeur moyenne : } \boxed{\langle F_L \rangle_t = -\frac{M}{L_A} \frac{dM}{dz} i_s^2 e_z}$$

9. Avec $\frac{dM}{dz} < 0$, la force est bien vers le haut, mais comme M est proportionnel à N et L_A à N^2 , on obtient une force indépendante de N . L'anneau $N=2$ de masse double de l'anneau $N=1$ devrait alors se stabiliser plus bas, ce qui est contredit par le fait expérimental F2.

10.

• Solénoïde :

$$u_s = R_s i_s + \frac{d}{dt}(L_s i_s + M i_A)$$

• Anneau :

$$0 = R_A i_A + \frac{d}{dt}(L_A i_A + M i_s)$$

11. Ce qui donne en représentation complexe :

$$\begin{cases} U_0 = Z_s I_s + Z_{AS} I_A \\ 0 = Z_A I_A + Z_{AS} I_s \end{cases}$$

D'où :

$$I_s = \frac{Z_A U_0}{Z_A Z_s - Z_{AS}^2} = \frac{Z_A}{D^2} U_0$$

$$I_A = \frac{-Z_{AS} U_0}{Z_A Z_s - Z_{AS}^2} = -\frac{Z_{AS}}{D^2} U_0$$

Alors :

$$i_s(t) = \frac{|Z_A|}{|D|^2} U_0 \cos(\omega t + \phi_A - 2\phi_D)$$

$$i_A(t) = \frac{M \omega}{|D|^2} U_0 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2} - 2\phi_D\right)$$

12. La force est :

$$F_L = i_A i_s \frac{dM}{dz} = \frac{U_0^2}{2} \frac{dM}{dz} \frac{|Z_A| M \omega}{|D|^4} \left(\cos\left(\phi_A + \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(2\omega t + \phi_A - \frac{\pi}{2} - 4\phi_D\right) \right)$$

De valeur moyenne :

On calcule :

$$-\frac{U_0^2}{2} \frac{dM}{dz} \frac{|Z_A| M \omega}{|D|^4} \sin(\phi_A) = \boxed{\langle F \rangle_t = -\frac{U_0^2}{2} \frac{dM}{dz} \frac{L_A M \omega^2}{|D|^4}}$$

$$D^2 = (R_A + jL_A \omega)(R_s + jL_s \omega) + M^2 \omega^2 = (R_A R_s - \omega^2 (L_A L_s - M^2)) + j\omega (R_A L_s + L_A R_s)$$

$$|D|^4 = (R_A R_s - \omega^2 (L_A L_s - M^2))^2 + \omega^2 (R_A L_s + L_A R_s)^2$$

$$|D|^4 = N^2 (r_A R_s - N \omega^2 (l_A L_s - M_1^2))^2 + N^2 \omega^2 (r_A L_s + N l_A R_s)^2$$

$$\langle F \rangle_t = -\frac{U_0^2}{2} \frac{dM_1}{dz} \frac{N^2 l_A M_1 \omega^2}{(r_A R_s - N \omega^2 (l_A L_s - M_1^2))^2 + \omega^2 (r_A L_s + N l_A R_s)^2}$$

$$\langle F \rangle_t \propto \frac{N^2}{\left(r_A R_S - N \omega^2 (I_A L_S - M_1^2)\right)^2 + \omega^2 (r_A L_S + N I_A R_S)^2}$$

qui est bien :

C.Q.F.D.

13. A.N. : les calculs de l'expression ci-dessus donnent :

D'où : $F(2)/F(1) \approx 3,4$ pour Cu et 3,8 pour Al.

	Cu	Al
N=1	95 000	34 000
N=2	325 000	128 000

14. En passant de 1 à 2 spires, la masse (et le poids) sont multipliés par 2, et la force de Laplace par plus de 3 : l'anneau se stabilisera plus haut conformément à l'observation F2.

15. Le rapport des forces $F(\text{Cu})/F(\text{Al})$ pour deux anneaux géométriquement identiques de cuivre ou d'aluminium vaut 2,8 pour $N=1$ et 2,5 pour $N=2$, alors que le rapport des masses est de 3 : l'anneau en cuivre montera un peu moins haut que celui en aluminium, conformément à l'observation F3.

16. En remplaçant $\Phi(z,t)$ et $i_A(t)$ par leurs expressions dans la relation $F(z,t) = i_A(t) \frac{\partial \varphi}{\partial z}$ du 2, on obtient immédiatement la relation demandée :

$$F_z(t) = -\omega \frac{\gamma \Phi_0}{H} \Phi(z) \left(\frac{r_A}{r_A^2 + (\bar{I} \omega)^2} \sin(\omega t) \cos(\omega t) - \frac{\bar{I} \omega}{r_A^2 + (\bar{I} \omega)^2} \cos^2(\omega t) \right)$$

17. dont la valeur moyenne temporelle est :

$$\omega \frac{\gamma \Phi_0}{2H} \Phi(z) \frac{\bar{I} \omega}{r_A^2 + (\bar{I} \omega)^2} = \frac{\gamma \Phi_0^2}{2H} \frac{\bar{I} \omega^2}{r_A^2 + (\bar{I} \omega)^2} \left(1 - \gamma \frac{z}{H} \right) = \langle F_z \rangle_t = F_0 \left(1 - \gamma \frac{z}{H} \right)$$

avec
$$F_0 = \frac{\gamma \Phi_0^2}{2H} \frac{\bar{I} \omega^2}{r_A^2 + (\bar{I} \omega)^2}$$

• P.F.D. : $m_1 \ddot{z} = F_0 \left(1 - \gamma \frac{z}{H} \right) - m_1 g$; d'où : $m_1 \ddot{z} + \frac{\gamma F_0}{H} z = F_0 - m_1 g$

18. L'anneau décolle de $z=0$ si $F_0 > m_1 g$,

et se stabilise à $z_0 = H \frac{F_0 - m_1 g}{\gamma F_0}$ (si cette valeur est $< H$).

19. A.N. : $F_0 \approx 0,135 \text{ N}$ (qui est bien supérieur à $m_1 g \approx 0,12 \text{ N}$), puis $z_0 \approx 9,1 \text{ cm}$

20. On obtient un oscillateur harmonique : $z(t) = z_0 (1 - \cos(\Omega t))$ de pulsation

$$\Omega = \sqrt{\frac{\gamma F_0}{m_1 H}} \approx 3,67 \text{ rad.s}^{-1}$$

21. La modélisation proposée utilise pour calculer la force de Laplace une f.é.m. induite $e(z,t) = -\frac{\partial \varphi}{\partial t}$ et par suite une intensité $i_A(t)$ valables pour un anneau positionné et immobile à la cote z . Lorsque l'anneau se déplace, il faut rajouter la f.é.m.

$$e'(z, t) = -\frac{\partial \phi}{\partial z} z = \frac{\gamma \Phi_0}{H} z \cos(\omega t)$$

faisant intervenir la vitesse. Il en résultera une force de Laplace de *freinage* qui stabilisera l'anneau.

- De manière plus qualitative on peut aussi penser à :
 - l'induction associée au mouvement ;
 - aux frottements « solides » entre le noyau et l'anneau ;
 - aux frottements « fluides » entre l'anneau et l'air ;
 - ...

22. Avec r_A dix fois plus petit, on calcule $F_0 \approx 1,36 \text{ N}$, puis $\boxed{z_0 \approx 76 \text{ cm} > H}$: l'anneau est éjecté en dehors du noyau de hauteur H .

23. Tant que $z < H$, on a : $z(t) = z_0(1 - \cos(\Omega t))$ avec une nouvelle valeur de la pulsation $\Omega \approx 11,7 \text{ rad.s}^{-1}$.

$$\tau = \frac{1}{\Omega} \arccos\left(1 - \frac{H}{z_0}\right) \approx \boxed{105 \text{ ms} \approx \tau}$$

- L'anneau atteint $z = H$ à l'instant

$$z = z_0 \Omega \sin(\Omega \tau) = \boxed{\Omega \sqrt{H(2z_0 - H)} = \dot{z}} \approx \boxed{8,3 \text{ m.s}^{-1}}$$

- avec la vitesse

24. L'utilisation d'une force moyennée temporellement est justifiée si l'anneau se déplace peu sur une période $2\pi/\Omega$, donc pour $\boxed{\Omega \approx \omega}$

25. Pour $t > \tau$, l'anneau n'est soumis qu'à la pesanteur, et monte au-dessus du noyau à

$$\boxed{h = \frac{v^2}{2g}} \approx \boxed{3,5 \text{ m}}$$

, soit une altitude totale $\boxed{H + h \approx 3,98 \text{ m}}$

26. En appelant σ la conductivité électrique du noyau conducteur, on obtient la densité volumique de courants $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ et la densité volumique dissipée par effet Joule

$$\vec{j} \cdot \vec{E} = \frac{\sigma B_0^2 \omega^2}{4} r^2 \sin^2(\omega t) \quad , \text{ de valeur moyenne dans le temps } \frac{\sigma B_0^2 \omega^2}{8} r^2$$

En intégrant sur le volume du noyau, il vient

$$P_J = \int_0^H dz \int_0^a \frac{\sigma B_0^2 \omega^2}{8} r^2 2\pi r dr = \frac{\sigma B_0^2 \omega^2}{16} \pi a^4 H$$

, soit une puissance volumique moyenne

$$\frac{P_J}{\pi a^2 H} = \frac{\sigma B_0^2 \omega^2}{16} a^2$$

qui augmente avec le rayon. En fractionnant le matériau conducteur en

p cylindres de rayon $\frac{a}{\sqrt{p}}$, on diminue l'extension spatiale des courants induits, et la puissance dissipée par effet Joule est divisée par p . C'est pour cela que l'on utilise de la tôle feuilletée pour les carcasses métalliques des transformateurs et des moteurs électriques.

27.

$$\bullet \quad F(z) = F_0 \exp(-az) = \frac{1}{2} a L_1 I^2 \exp(-az) \approx \frac{1}{2} 10 \times 105 10^3 \exp(-10z) \approx \boxed{525 10^3 \exp(-10z) \approx F(z)} ;$$

$$\bullet \quad F(0) = F_0 \exp(0) \approx \boxed{525 \text{ kN} \approx F(0)} ;$$

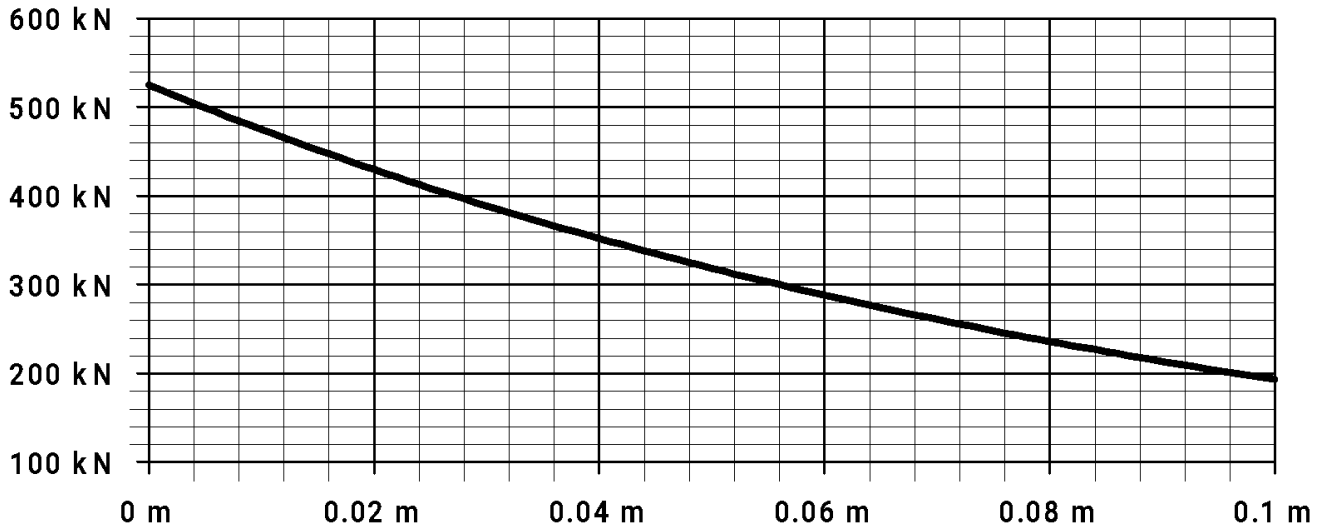


Figure 1 : Tracé machinal de la question en restant dans un domaine de variation de z « centimétrique » conforme à l'énoncé.

28. Principe fondamental de la dynamique réduit à ses résultantes projetées sur $\vec{z}$, appliqué à la rame Rm donne l'équation du mouvement vertical de la rame par rapport aux rails :

$$R(RI \xrightarrow{\text{Lévation}} Rm) \cdot \vec{z} + R(RI \xrightarrow{\text{Pesanteur}} Rm) \cdot \vec{z} = mA(G \in Rm/RI) \cdot \vec{z} ;$$

$$F_0 \exp(-az) - mg = m\ddot{z}$$

À l'équilibre, on a $z = z_0 = C^{ste}, \forall t$; d'où : $\dot{z}_0 = 0$, ce qui donne avec : $F_0 \exp(-az_0) = mg$.

D'où : $-z_0 = \frac{1}{a} \ln \frac{mg}{F_0} \Rightarrow \boxed{z_0 = \frac{1}{a} \ln \frac{F_0}{mg}}$. C.Q.F.D.

$$z_0 = \frac{1}{a} \ln \frac{aL_1 l^2}{2mg} \approx 0,1 \ln \frac{105 \cdot 10^3}{0,1 \times 2 \times 1,010^4 \times 10} \approx 0,1 \ln \frac{105}{20} \approx \boxed{0,17 \approx z_0}$$

29. Avec $-az = -az_0 - \tilde{a}z$ et , devient :

$$F_0 \exp\left(\ln \frac{mg}{F_0} - \tilde{a}z\right) - mg = m\ddot{z}$$

$$mg \exp(-\tilde{a}z) - mg = m\ddot{z} \Rightarrow g(1 - \tilde{a}z) - g \approx \ddot{z} \Rightarrow \boxed{\ddot{z} + g\tilde{a}z \approx 0}$$

qui est bien de la forme : $\ddot{z} + \omega_0^2 z \approx 0$; avec $\omega_0 = \sqrt{ga} \approx \sqrt{10 \times 10} \approx \boxed{10 \text{ rad.s}^{-1} \approx \omega_0}$ et

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{\sqrt{ga}}{2\pi} \approx \frac{5}{\pi} \approx \boxed{1,59 \text{ Hz} \approx f_0}$$

; ici 3 chiffres significatifs pour la comparaison ultérieure de la question 30 !

30. $f_0 = \frac{\sqrt{ga}}{2\pi} \approx 1,65 \Rightarrow a \approx \frac{(2\pi \times 1,65)^2}{g} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{a} \approx 0,09 \text{ m}}$

D'où : $F_0 = \frac{1}{2} a L_1 l^2 \approx \frac{1}{2} \frac{4(1,65\pi)^2}{10} 105 \cdot 10^3 \approx \boxed{560 \text{ kN} \approx F_0}$

$$z_0 = \frac{1}{a} \ln \frac{F_0}{mg} \approx \frac{10}{4(1,65\pi)^2} \ln \frac{10}{1,010^4 \times 10} \approx \boxed{0,16 \text{ m} \approx z_0}$$

31. Inventaire à la Prévert :

- Frottement de l'air sur :
 - le mouvement d'avancé du train ;
 - « l'effet de sol » pour participer à la lévitation (portance !) ; les paliers « fluides » utilisent avec succès ce principe (Cf. Navier-Stokes), qu'ils soient rectilignes ou circulaires.
- Effet Joule dans les bobines
- Courants de Foucault dans les parties métalliques soumises à un flux électromagnétique intense qui sont produits d'une certaine manière par réaction à cette variation et donc qui s'opposent à l'effet initial qu'ils pourraient participer à combattre. Il faudrait mieux connaître le circuit pour « évaluer » son ordre de grandeur.
- ...

32. devient :

$$R \left(Rl \xrightarrow{\text{Lévitacion}} Rm \right) \cdot \ddot{z} + R \left(Rl \xrightarrow{\text{Pesanteur}} Rm \right) \cdot \ddot{z} + R \left(Rl \xrightarrow{\text{Commande}} Rm \right) \cdot \ddot{z} = m A (G \in Rm/Rl) \cdot \ddot{z}$$

$F_0 \exp(-az) - mg + mf_c = m\ddot{z}$; d'où l'évolution autour du point d'équilibre $\ddot{z}$ déduite de :

$$mg \exp(-\tilde{a}z) - mg + mf_c = m\ddot{z} \Rightarrow g(1 - \tilde{a}z) - g + f_c = \ddot{z} \Rightarrow \boxed{\ddot{z} + g\tilde{a}z = f_c}$$

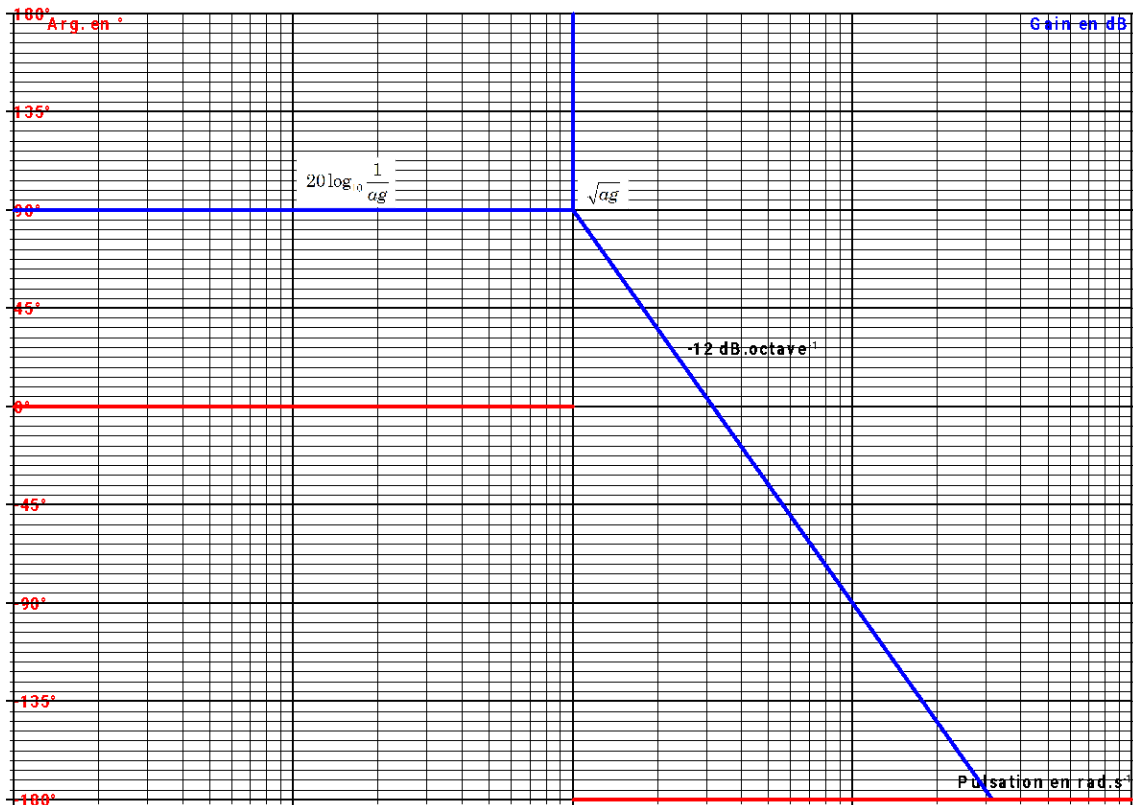
En supposant qu'à $t=0$, on ait : $\dot{z} = \ddot{z} = \ddot{z} = 0$, on a : $p^2 \ddot{z} + ga\ddot{z} = F_c$, et donc :

$$\boxed{H_{\text{EDS}} = \frac{\ddot{z}}{F_c} = \frac{1}{p^2 + ag}}$$
, C.Q.F.D.

33. Système classique du deuxième ordre dont le coefficient d'amortissement est nul.

$$\frac{K}{1 + \frac{2z}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2} = \frac{1}{1 + \frac{1}{ag} p^2}, \text{ avec : } \boxed{K = \frac{1}{ag}}, \boxed{z = 0} \text{ et } \boxed{\omega_0 = \sqrt{ag}}$$

- Lorsque $a \rightarrow \infty \Rightarrow K \rightarrow 0$ et $\omega_0 \rightarrow \infty$
- Remarque : le coefficient de surtension Q est infini.



34.
$$H_{EDS}^{BO} = \frac{Z}{E} = CH_{EDS} = K \frac{p^2 + ag}{p^2 + bp + c} \frac{1}{p^2 + ag} = \frac{K}{p^2 + bp + c} = H_{EDS}^{BO}$$
 Si $p^2 + ag \neq 0$

35.
$$H_{EDS}^{BF} = \frac{\text{Num}(H_{EDS}^{BO})}{\text{Num}(H_{EDS}^{BO}) + \text{Den}(H_{EDS}^{BO})} = \frac{K}{p^2 + bp + c + K} = \frac{\frac{K}{c+K}}{1 + \frac{b}{c+K}p + \frac{1}{c+K}p^2} = H_{EDS}^{BF}$$

- Gain statique : $K^{BF} = \frac{K}{c+K}$;
- Pulsation propre non amortie : $\omega_0^{BF} = \sqrt{c+K}$;
- Coefficient d'amortissement : $z^{BF} = \frac{b}{2\sqrt{c+K}}$.

- Pulsation de résonance en amplitude : $\omega_2^{BF} = \sqrt{c+K} \sqrt{1 - 2\frac{b^2}{4(c+K)}} = \sqrt{\frac{2(c+K) - b^2}{2(c+K)}}$

$$Q^{BF} = \frac{1}{2\frac{b}{2\sqrt{c+K}} \sqrt{1 - \frac{b^2}{4(c+K)}}} = \frac{2(c+K)}{b\sqrt{4(c+K) - b^2}}$$

- Coefficient de surtension :
- On constate que ce correcteur annihile la fonction de transfert initiale et la remplace par une fonction de transfert du deuxième ordre dont on espère pouvoir choisir au mieux les coefficients. Quant à justifier, c'est une autre affaire !

36.
$$K^{BF} = \frac{K}{c+K} = 1 \Rightarrow \boxed{c=0}$$
 imposé par l'énoncé

37. peut se trouver physiquement dans le cas de simplification mathématique impossible, car évidemment la fonction de transfert de la rame existe physiquement

toujours !! $H_{EDS}^{BO} = K \frac{p^2 + ag}{p^2 + bp + c} \frac{1}{p^2 + ag}$; lorsque $p = i\omega$ on a : $H_{EDS}^{BO} = K \frac{-\omega^2 + ag}{p^2 + bp + c - \omega^2 + ag}$
 et donc si la pulsation d'excitation « flirte » avec la pulsation de résonance $-\omega_2 + ag = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{ag}$, la fonction de transfert de la rame va « entrer en résonance » avec la mise en jeu d'effort considérable (100 kN pour le poids et 560 kN pour la lévitation magnétique) donc de puissance très importante. On peut douter alors de la capacité du correcteur à produire une puissance instantanée suffisante. Il faudrait donc que la pulsation de résonance de H_{EDS}^{BF} , soit inférieure à la pulsation précédente. devient avec :

$$\sqrt{\frac{2K^3 - b^2}{2K^2}}. \text{ On devrait avoir alors : } \sqrt{\frac{2K^3 - b^2}{2K^2}} < \sqrt{ag} \Rightarrow \frac{2K^3 - b^2}{2K^2} < ag \Rightarrow \boxed{a > \frac{2K^3 - b^2}{2K^2 g}}$$

$$H_{EDS}^{BO} = \frac{K}{p(p+b)} = \frac{\frac{K}{b}}{p\left(1 + \frac{1}{b}p\right)} = \frac{\frac{K}{b}}{p} \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{b}p\right)}$$

38. devient avec :

- Système du deuxième ordre classique dont l'argument est toujours strictement supérieur à -180° . La marge de gain est donc indéfinie et on ne peut régler le système avec une marge de gain de 6 dB.
- Marge de phase « asymptotique »¹ (53 questions !!) :
 - À la pulsation de cassure du premier ordre (ici $\omega_c = b$) inclus dans le deuxième ordre étudié, on a un argument de -45° . L'argument de K/bp est constant et vaut -90° . L'argument total vaut donc -135° pour cette pulsation.

- Il suffit donc d'imposer à $\frac{K}{bp}$: $\left|\frac{K}{i\omega b}\right| = 1$ lorsque $\omega_c = b$ pour que cet argument définisse la marge de phase souhaitée.

- Conclusion : on a une **marge de phase** de 45° lorsque : $\frac{K}{b^2} = 1 \Rightarrow \boxed{K = b^2}$
- **C'est le résultat numérique adopté pour la suite.**

- Marge de phase réelle de $\frac{K}{p(p+b)}$ (pour les puristes !) :

- Pulsation critique, pour laquelle $\arg(H_{EDS}^{BO}(i\omega)) = -135^\circ$:

$$\arg \frac{K}{i\omega_\phi(i\omega_\phi + b)} = -90^\circ - \arctan \frac{\omega_\phi}{b} = -135^\circ \Rightarrow \arctan \frac{\omega_\phi}{b} = 45^\circ \Rightarrow \boxed{\omega_\phi = b}$$

- Valeur de K pour que $|H_{EDS}^{BO}(i\omega_\phi)|^2 = 1$

$$\left|\frac{K}{ib(ib+b)}\right|^2 = 1 \Rightarrow \frac{K^2}{b^2 b^2 (i+1)} = 1 \Rightarrow \boxed{K = b^2 \sqrt{2}}$$

¹ On néglige l'écart – bien connu – de 3 dB entre la courbe réelle et les asymptotes à la pulsation de cassure.

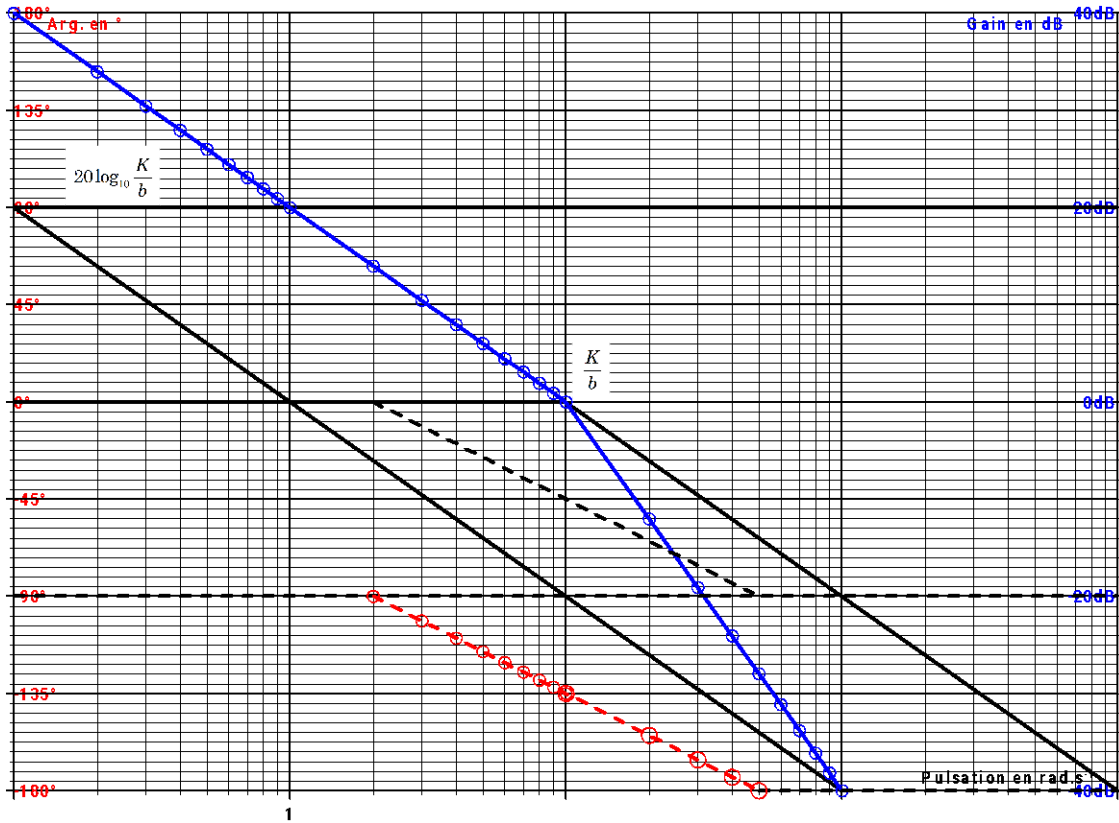


Figure 2 : Bode comme support à l'étude.

$$H_{\text{EDS}}^{\text{BF}} = \frac{\frac{K}{0+K}}{1 + \frac{b}{0+b^2}p + \frac{1}{0+b^2}p^2} = \frac{1}{1 + \frac{1}{b}p + \frac{1}{b^2}p^2}$$

- devient avec et :

$$z^{\text{BF}} = \frac{b}{2\sqrt{0+b^2}} = 0,5$$

Pour $z \leq 0,5$, on peut approximer la fonction $\tau_5 \omega_0(z)$ par $\tau_5 \omega_0(z) \approx \frac{3}{z}$, où τ_5 est le temps de réponse à 5% et ω_0 la pulsation propre non amortie. Donc le temps de réponse imposé

$$\tau_5 \times \frac{3}{z\omega_0} \times \frac{3}{0,5b} \times 1 \Rightarrow \boxed{b \times 6}$$

vaut :

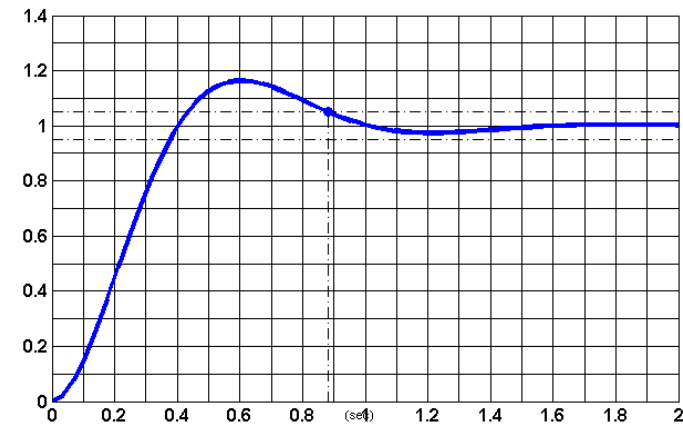
D'où, grâce à $K = b^2 \times \boxed{36 \times K}$

$$H_{\text{EDS}}^{\text{BO}} = \frac{6}{p^2 + 6p} = \frac{1}{p \left(1 + \frac{p}{6}\right)}$$

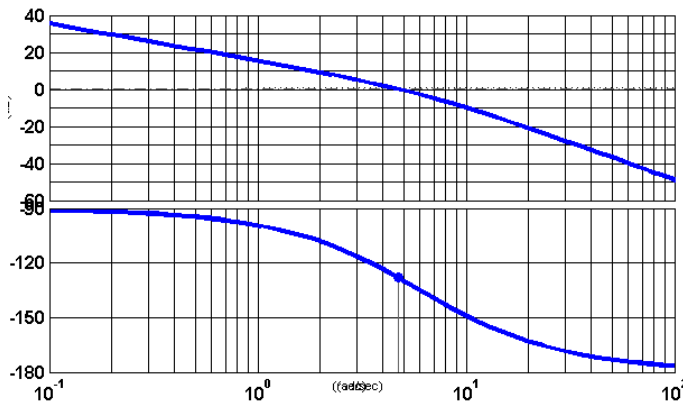
$$H_{\text{EDS}}^{\text{BF}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{6}p + \frac{1}{36}p^2}$$

Bilan :

et



Vérification machinale du temps de réponse avec les paramètres trouvés. Le temps de réponse calculé vaut ici : 0,9 s. l'écart provient de l'approximation de la fonction $\tau_5 \omega_0(z)$.



Vérification machinale de la marge de phase avec les paramètres trouvés. La marge de phase calculée vaut ici : 52°. L'écart provient de l'évaluation de la pulsation de coupure à 0 dB estimée avec le tracé asymptotique et non déterminée avec le tracé réel.

39. Interprétation de l'énoncé : « v et z sont indépendants ». La différence entre les deux études est la valeur de la constante (en fonction de z) F_0 . Il suffit donc de remplacer dans ,

$$F_0 \text{ par } \frac{F_0}{1 + \left(\frac{v_0}{v}\right)^2}; \text{ d'où : } z_0 = \frac{1}{a} \ln \frac{F_0}{mg \left(1 + \frac{v_0^2}{v^2}\right)} = \frac{1}{a} \ln \frac{aL_1 l^2}{2mg \left(1 + \frac{v_0^2}{v^2}\right)}$$

$$\frac{aL_1 l^2}{2mg \left(1 + \frac{v_0^2}{v^2}\right)^{\frac{1}{a}}} > 1$$

40. La possibilité de léviter impose : $z_0 > 0$, d'où, avec :

$$\Rightarrow \frac{aL_1 l^2 - 2mg}{2mg} > \frac{v_0^2}{v^2} \Rightarrow v^2 > \frac{2mg}{aL_1 l^2 - 2mg} v_0^2 \Rightarrow v > v_0 \sqrt{\frac{2mg}{aL_1 l^2 - 2mg}}$$

$$v > v_0 \sqrt{\frac{2 \times 1,010^4 \times 10}{10 \times 10510^3 - 2,010^5}} \Rightarrow v > v_0 \sqrt{\frac{2,010^5}{10,510^5 - 2,010^5}} \Rightarrow v > v_0 \sqrt{\frac{2,0}{8,5}} \Rightarrow v > v_0 \sqrt{\frac{4}{17}} \approx \sqrt{\frac{4}{16}}$$

- $v_{\min} \approx \frac{12}{2}$ en m.s⁻¹ ;
- Il ya contact entre la rame et les rails tant que la vitesse relative de ces deux objets est inférieure à 20 km.h⁻¹ !
- La solution évoquée dans l'énoncé est d'utiliser des roues dans cette phase.

41. Avec : $R \left(Rl \xrightarrow{\text{Léviton}} Rm \right) \cdot z = \frac{\mu_0 NS}{4} \frac{i^2}{z^2}$, devient : $\frac{\mu_0 NS}{4} \frac{i^2}{z^2} - mg = m\ddot{z}$

42. On reprend le raisonnement de 28 : devient : $\frac{\mu_0 NS}{4} \frac{i_0^2}{z_0^2} - mg = 0 \Rightarrow$

$$i_0^2 = \frac{4mg}{\mu_0 NS} z_0^2 \Rightarrow i_0 = |z_0| \sqrt{\frac{4mg}{\mu_0 NS}}$$

$$i_0 \approx \sqrt{\frac{4 \times 1,010^4 \times 10}{4\pi \cdot 10^{-7} \times 400 \times 0,5}} |z_0| \approx \sqrt{\frac{1,010^5}{2\pi \cdot 10^{-5}}} |z_0| \approx \frac{10^5}{\sqrt{2\pi}} |z_0| \approx 4,010^4 |z_0| \approx i_0$$

$$B_{eq} = \frac{\mu_0 N i_0}{2|z_0|} = \frac{\mu_0 N}{2} \frac{i_0}{|z_0|} = \sqrt{\frac{mg \mu_0 N}{S}} = B_{eq}$$

$$B_{eq} \approx \sqrt{\frac{1,010^4 \times 10 \times 4\pi \cdot 10^{-7} \times 400}{0,5}} \approx \sqrt{\frac{4\pi \times 4}{0,5}} \approx 4\sqrt{2\pi} \approx 10 \approx B_{eq}$$

en Tesla

C'est une valeur énorme ! Y a-t-il une erreur d'énoncé ?

La résultante des efforts électromagnétiques exercés par deux aimants pourrait être

$$F = \frac{B^2 S}{\mu_0}$$

de la forme : μ_0 ; d'où avec la norme de l'induction magnétique donnée par l'énoncé :

$$\frac{\mu_0 N i}{2|z|}, \text{ on obtient : } F(z) = \frac{\mu_0 N^2 i^2}{4z^2} \frac{S}{\mu_0} = \frac{\mu_0 N^2 S}{4} \frac{i^2}{z^2}. \text{ Ce qui est différent de l'énoncé !}$$

$$\sqrt{\frac{mg \mu_0}{S}} = B_{eq}$$

Ce qui amène à la disparition de N dans : $\sqrt{\frac{mg \mu_0}{S}} = B_{eq}$; comme N vaut 400 cela divise le résultat par 20 et ramène la valeur du champ à une valeur plus vraisemblable de 0,5 T !

$$\frac{\mu_0 N^2 S}{4} \frac{i^2}{z^2} - mg = m\ddot{z}, \quad i_0 = |z_0| \sqrt{\frac{4mg}{\mu_0 N^2 S}} \quad \text{et} \quad 2,010^3 |z_0| \approx i_0$$

Dans ce cas, on a : $\frac{\mu_0 N^2 S}{4} \frac{i^2}{z^2} - mg = m\ddot{z}$, et $2,010^3 |z_0| \approx i_0$. Ce qui semble plus en accord avec les proportions données ultérieurement dans l'énoncé : $i_0 = 44$

$$\text{et } z_0 = 210^{-2}, \text{ ce qui donne : } \frac{i_0}{z_0} \approx \frac{44}{0,02} \approx 2,210^3$$

$$F = \frac{\mu_0 S}{4} \left(\frac{i}{z} \right)^2$$

Autre piste : la force électromagnétique ne dépend pas du nombre de spires :

43. Avec $z = -|z_0| + \tilde{z}$ et $i = i_0 + \tilde{i}$, devient :

$$\frac{\mu_0 NS}{4} \frac{(i_0 + \tilde{i})^2}{(-|z_0| + \tilde{z})^2} - mg = m \left(-\frac{\ddot{z}}{|z_0|} + \ddot{\tilde{z}} \right) \Rightarrow \frac{\mu_0 NS}{4} \frac{i_0^2 + 2i_0 \tilde{i}}{z_0^2 - 2|z_0| \tilde{z}} - mg \approx m \ddot{\tilde{z}} \Rightarrow$$

avec :

$$\frac{\mu_0 NS}{4} \frac{i_0^2}{z_0^2} \frac{1 + 2 \frac{\tilde{i}}{i_0}}{1 - 2 \frac{\tilde{z}}{|z_0|}} - mg \approx m \ddot{\tilde{z}} \Rightarrow \frac{\mu_0 NS}{4} \frac{4mg}{\mu_0 NS} \frac{1 + 2 \frac{\tilde{i}}{i_0}}{1 - 2 \frac{\tilde{z}}{|z_0|}} - mg \approx m \ddot{\tilde{z}} \Rightarrow g \frac{1 + 2 \frac{\tilde{i}}{i_0}}{1 - 2 \frac{\tilde{z}}{|z_0|}} - g \approx \ddot{\tilde{z}} \Rightarrow$$

$$g \frac{1 + 2 \frac{\tilde{i}}{i_0} - 1 + 2 \frac{\tilde{z}}{|z_0|}}{1 - 2 \frac{\tilde{z}}{|z_0|}} \ddot{\tilde{z}} \Rightarrow 2g \frac{\tilde{i}}{i_0} + 2g \frac{\tilde{z}}{|z_0|} \ddot{\tilde{z}} - 2 \frac{\tilde{z} \ddot{\tilde{z}}}{|z_0|}$$

; on suppose que $|\dot{\tilde{z}}| \ll |z_0| ; \forall t$, le mouvement vertical du train doit avoir (i.e. a peut-être !) une accélération faible dans cette

direction, d'où probablement : $\ddot{\tilde{z}} < 1$, alors : $\ddot{\tilde{z}} \ll |z_0|$

$$\Rightarrow 2g \frac{\tilde{i}}{i_0} + 2g \frac{\tilde{z}}{|z_0|} \ddot{\tilde{z}} \Rightarrow 2\tilde{g}i + 2\tilde{g}z \frac{i_0}{|z_0|} \ddot{\tilde{z}} i_0 \Rightarrow \boxed{2\tilde{g}i + 2\tilde{g}z \sqrt{\frac{4mg}{\mu_0 NS}} \ddot{\tilde{z}} i_0}$$

Les conditions initiales autour de (i_0, z_0) « sont nulles », d'où la fonction de transfert :

$$2\tilde{g}i + 2\tilde{g}z \sqrt{\frac{4mg}{\mu_0 NS}} \ddot{\tilde{z}} i_0 \Rightarrow 2\tilde{g}i \ddot{\tilde{z}} \left[i_0 p^2 - 2g \sqrt{\frac{4mg}{\mu_0 NS}} \right] \Rightarrow \boxed{\frac{\tilde{z}}{\tilde{i}} = \frac{2g}{i_0 p^2 - 2g \sqrt{\frac{4mg}{\mu_0 NS}}}}$$

$$\frac{\tilde{z}}{\tilde{i}} = \frac{2g}{i_0 p^2 - 2g \sqrt{\frac{4mg}{\mu_0 N^2 S}}}$$

Si erreur d'énoncé :

$$\frac{\tilde{z}}{\tilde{i}} = \frac{-\sqrt{\frac{\mu_0 NS}{4mg}}}{1 - \frac{i_0}{2g} \sqrt{\frac{\mu_0 NS}{4mg}} p^2} \times \frac{-\frac{\sqrt{2\pi}}{10^5}}{1 - \frac{i_0}{20} \frac{\sqrt{2\pi}}{10^5} p^2} \times \frac{-\frac{\sqrt{2\pi}}{10^5}}{1 - \frac{i_0}{10^6} \sqrt{\frac{\pi}{2}} p^2} \Rightarrow \omega_0 \times \frac{800}{\sqrt{i_0}}$$

$$\frac{\tilde{z}}{\tilde{i}} = \frac{-\sqrt{\frac{\mu_0 N^2 S}{4mg}}}{1 - \frac{i_0}{2g} \sqrt{\frac{\mu_0 N^2 S}{4mg}} p^2} \times \frac{-\frac{20\sqrt{2\pi}}{10^5}}{1 - \frac{20i_0}{10^6} \sqrt{\frac{\pi}{2}} p^2} \Rightarrow \omega_0 \times \frac{800}{\sqrt{20i_0}}$$

Si erreur d'énoncé :

et

le gain statique vaudra à peu près - 65 dB au lieu de - 90 dB !

$$p = \pm \sqrt{\frac{2g}{i_0} \sqrt{\frac{4mg}{\mu_0 NS}}}$$

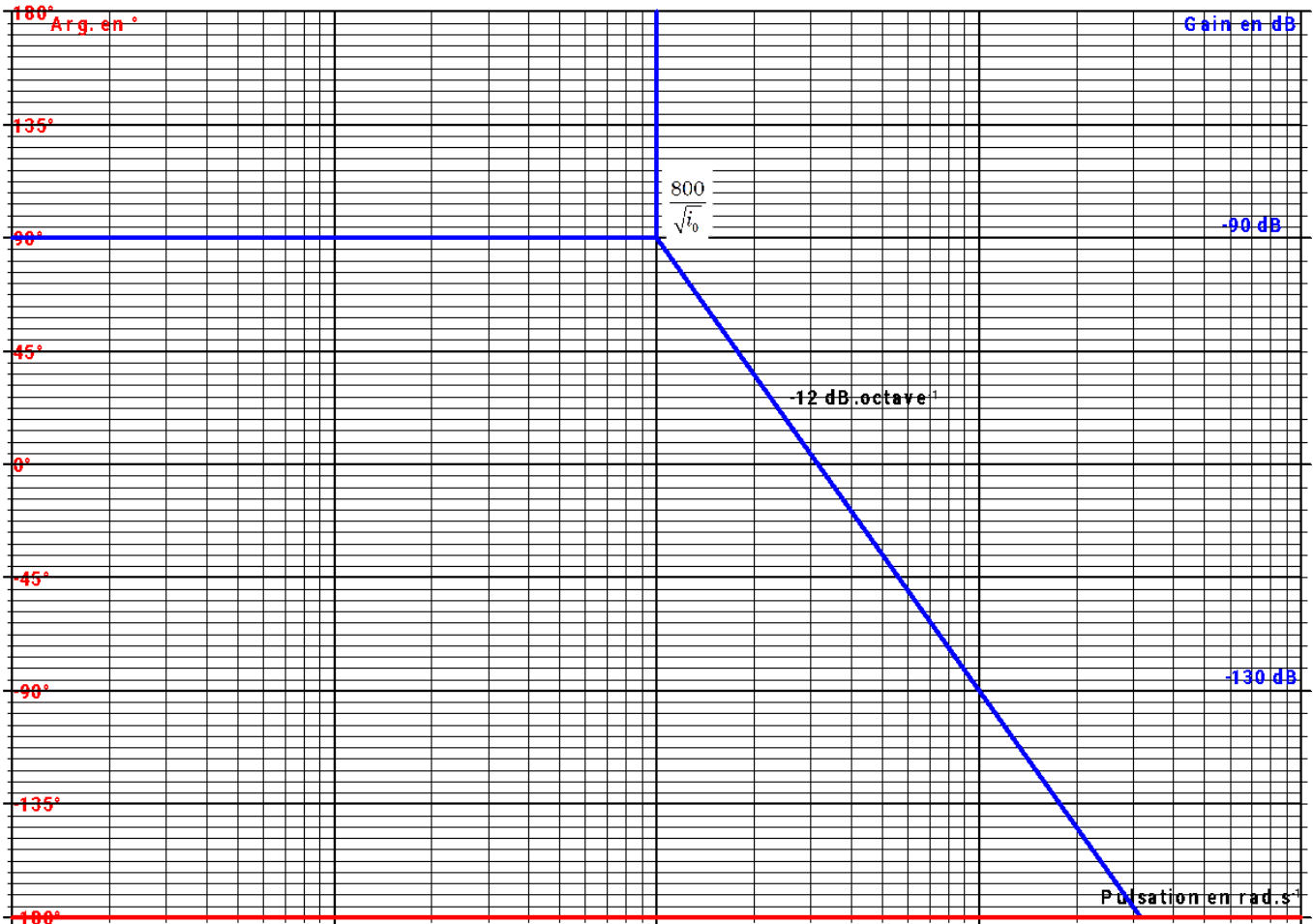
Les pôles de H sont : ; un des pôles est à partie réelle positive, donc **H est instable**, ainsi que l'indique l'énoncé – d'entrée de jeu – à la page 6 dans la présentation de la lévitation pratique. Ce qui est cohérent avec les données : le système est soumis à deux résultantes, i) le poids de valeur immuable et ii) le champ d'effort électromagnétique qui lui dépende de z . à l'équilibre, si z varie cela influe sur la résultante électromagnétique sans pouvoir être contré par une évolution contraire du poids : la position diverge.

En physique, en électromagnétisme classique, le théorème d'Earnshaw établit qu'un ensemble de charges ponctuelles ne peut être maintenu dans un équilibre stable uniquement par des interactions d'ordre électrostatique entre les charges. Le théorème fut prouvé pour la première fois en 1842 par Samuel Earnshaw. On l'utilise couramment pour les champs magnétiques, mais il fut à l'origine étudié pour les cas électrostatiques. Il s'applique en réalité à toute combinaison de forces qui suivent une loi en $1/r^2$: les effets des champs magnétiques, électriques ou gravitationnels.

- Asservir le système par une boucle de rétroaction est une des solutions possibles pour rendre le système global stable – sans que cette fonction de transfert devienne stable, ce qui peut poser des problèmes locaux !

$$H \approx \frac{-\frac{\sqrt{2\pi}}{10^5}}{1 - \frac{i_0 \sqrt{2\pi}}{20 \cdot 10^5} p^2} \begin{cases} p \rightarrow 0: -\frac{\sqrt{2\pi}}{10^5} \Rightarrow \begin{cases} 20 \log_{10} \lim_{p \rightarrow 0} |H(p)| \approx -90 \text{ dB} \\ \lim_{p \rightarrow 0} \arg(H(p)) \approx -180^\circ \end{cases} \\ p \rightarrow \infty: \frac{20}{i_0 p^2} \Rightarrow \begin{cases} 20 \log_{10} \lim_{p \rightarrow \infty} |H(p)| \approx -\infty ; \text{ pente de } -40 \text{ dB.décade}^{-1} \\ \lim_{p \rightarrow \infty} \arg(H(p)) \approx -180^\circ \end{cases} \end{cases}$$

44.



45.

$$M \approx 2 \cdot 10^4 \text{ V.m}^{-1}$$

$$H = M \frac{CGH}{1+CGHM} = \frac{CGHM}{1+CGHM} = \frac{[CGHM]}{1+[CGHM]} = \frac{D}{1+D1} ;$$

Il suffit donc de supprimer les deux fonctions de transfert M : i) en amont du système bouclé, ii) dans la chaîne de retour, et d'ajouter M n'importe où (mathématiquement s'entend !) dans la chaîne directe. Si on veut conserver un certain sens physique, M sera placé juste après le comparateur (qui « compare » deux longueurs) que M se charge de transformer en tension. Le correcteur transforme une tension en tension, il peut être précédé de M . Toutefois ce schéma « plus simple » a perdu du sens physique.

$$\ddot{u} = R_e \ddot{j} + L_e \frac{d\ddot{j}}{dt} \Rightarrow U = \ddot{j} (R_e + L_e p) \Rightarrow G = \frac{\ddot{j}}{U} = \frac{1}{R_e + L_e p}$$

46.

$$D = CGHM \approx 1 \frac{1}{R_e} \frac{-\sqrt{\frac{\mu_0 NS}{4mg}}}{1 + \frac{L_e}{R_e} p - \frac{i_0}{2g} \sqrt{\frac{\mu_0 NS}{4mg}} p^2} 210^4 \approx$$

$$\frac{-210^4 \frac{1}{R_e} \sqrt{\frac{\mu_0 NS}{4mg}}}{1 + \frac{L_e}{R_e} p - \frac{i_0}{2g} \frac{L_e}{R_e} \sqrt{\frac{\mu_0 NS}{4mg}} p^3} \approx D$$

$$D \approx \frac{1}{10^3} \frac{-\sqrt{\frac{4\pi 10^{-7} \times 400 \times 0,5}{4 \times 10^4 \times 10}}}{1 - \frac{44}{20} \sqrt{\frac{2\pi}{10^{10}}} p^2} 210^4 \approx$$

$$\frac{-\frac{2\sqrt{2\pi}}{10^4}}{1 - \frac{11}{5} \frac{\sqrt{2\pi}}{10^5} p^2} \approx D \approx \frac{-510^{-4}}{1 - 610^{-5} p^2}$$

Si erreur d'énoncé :

$$D \approx \frac{-10^{-2}}{1 - 1,210^{-3} p^2}$$

47. Le cahier des charges impose trois valeurs. Le correcteur proposé possède deux paramètres : K_{PI} et τ_{PI} qu'on peut faire varier et un troisième – imposé – sa classe qui est nulle. Trois paramètres, trois contraintes : le compte est bon ; on peut espérer – avec un tel correcteur – respecter le cahier des charges imposé.



48. Nous allons gérer les deux cas – énoncé correct et erroné – en même temps, en posant : $D = \frac{-K}{1 - Ap^2}$. En y injectant le correcteur on a : $D = \frac{-K}{1 - Ap^2} K_{PI} \frac{1 + \tau_{PI} p}{\tau_{PI} p}$. D'où la fonction de transfert en boucle fermée :

$$H_{BF} = \frac{-KK_{PI}(1 + \tau_{PI} p)}{(1 - Ap^2)\tau_{PI} p - KK_{PI}(1 + \tau_{PI} p)} = \frac{-KK_{PI}(1 + \tau_{PI} p)}{\tau_{PI}(1 - KK_{PI})p - A\tau_{PI} p^3 - KK_{PI}}$$

- **Condition nécessaire** de la recette de Routh : elle n'est pas respectée, car le coefficient du monôme de degré 2 est nul. Le dénominateur contient donc un pôle à partie réelle positive, le système est donc **instable**.

49. Nous allons gérer les deux cas – énoncé correct et erroné – en même temps, en

posant :
$$H_{BO} = \frac{-K}{1 - \frac{i_0 K}{2g} p^2} \quad \text{Avec} \quad K = \sqrt{\frac{\mu_0 N^2 S}{4mg}} \quad \text{ou} \quad K = \sqrt{\frac{\mu_0 N S}{4mg}}$$

$$I = \frac{1}{R} \frac{N_{DR}}{D_{DR} + N_{DR}} = \frac{1}{\cancel{K_1 + K_2 p}} \frac{-K (\cancel{K_1 + K_2 p})}{1 - \frac{i_0 K}{2g} p^2 - K (K_1 + K_2 p)} = \frac{-K}{1 - K K_1 + K_2 p - \frac{i_0 K}{2g} p^2}$$

$$H_{BF} = \frac{N}{N + D} = \frac{-K K_3}{-K K_3 + \left(1 - K K_1 + K_2 p - \frac{i_0 K}{2g} p^2\right) p} = \frac{-K K_3}{-K K_3 + (1 - K K_1) p + K_2 p^2 - \frac{i_0 K}{2g} p^3}$$

- Il est immédiat que : $K_F = 1$;
- L'écart entrée-sortie avec une excitation de type échelon est donc nul. Le critère de précision est respecté.

50. **Interprétation de l'énoncé** : « Montrer que la forme de la fonction de transfert $\bar{H}$ entraîne le respect du cahier des charges. » De plus, on va supposer que le retour de ce nouveau système soit encore unitaire.

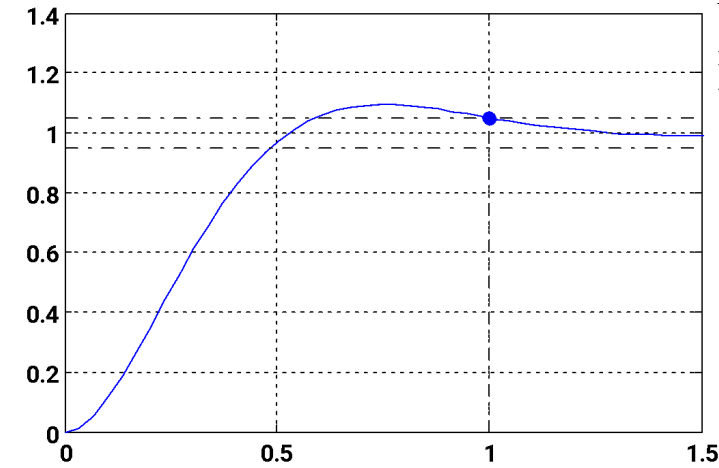
$$\bar{H} = \frac{1}{1 + \frac{2\delta}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2} \stackrel{R=1}{=} \frac{N}{N + D} \stackrel{\text{Possible!}}{\Rightarrow} \begin{cases} N = 1 \\ D = \left(\frac{2\delta}{\omega_0} + \frac{1}{\omega_0^2} p\right) p \end{cases} \Rightarrow \bar{H}_o = \frac{\omega_0}{2\delta} \frac{1}{p \left(1 + \frac{1}{2\delta\omega_0} p\right)}$$

- $M_\varphi \approx 45^\circ$; étude avec $\bar{H}_o$ « asymptotique » car plus rapide (53 questions !!!!!!!!!!!!!)
- Recherche de ω_φ tel que l'argument vaille -135° . À la pulsation de cassure du premier ordre inclus $2\delta\omega_0$, l'argument vaut -45° . La seconde fonction incluse déphase uniformément de -90° . Bilan : $\omega_\varphi = 2\delta\omega_0$.
- Pour cette pulsation on souhaite que le module soit unitaire :

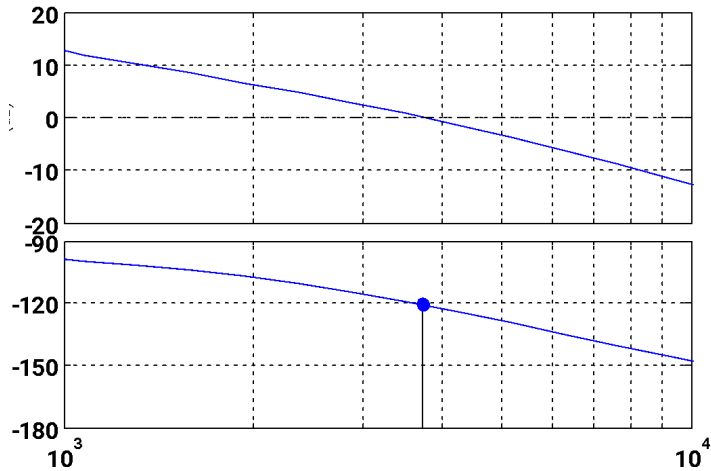
$$|\bar{H}_o| = \frac{\omega_0}{2\delta} \frac{1}{2\delta\omega_0 \sqrt{1 + \frac{1}{4\delta^2\omega_0^2}}} = 1 \Rightarrow 4\delta^4 = 1 \Rightarrow \delta = \frac{1}{2} \approx 0,6 \approx \delta$$

- $\tau_5 \approx 10^{-3}$ s ; étude avec $\bar{H}$. Je ne vois pas comment l'emmeipien moyen peut répondre sans avoir la courbe classique $\omega_0\tau_5(\delta)$!! **Remarque** : je suis étonné (frappé par la foudre !) par la faiblesse du temps de réponse pour asservir un des quatre « appuis » d'un wagon de 40 T ; 10 T par système de lévitation (donnée de l'énoncé). Est-ce une nouvelle erreur d'énoncé ?

$$\delta \approx 0,6 \Rightarrow \tau_5\omega_0(0,6) \approx 5,23 \left. \begin{matrix} \tau_5 \approx 10^{-3} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \omega_0 \approx 5,23 \cdot 10^3$$



Vérification machinale du temps de réponse avec les paramètres trouvés. Le temps de réponse calculé vaut ici : 1 ms.



Vérification machinale de la marge de phase avec les paramètres trouvés. La marge de phase calculée vaut ici : 59°. L'écart provient de l'évaluation de la pulsation de coupure à 0 dB estimée avec le tracé asymptotique et non déterminée avec le tracé réel.

$$\boxed{H}_{BF} = \overline{H}_{BF} H_C = \frac{-KK_3}{-KK_3 + (1 - KK_1)p + K_2p^2 - \frac{i_0K}{2g}p^3} = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 + 2\delta\omega_0p + p^2} H_C \Rightarrow$$

51.

par

comparaison visuelle directe avec le minimum de paramètres supplémentaires :

$$H_C = \frac{1}{1 + \frac{1}{\omega_c}p}$$

, système du premier ordre à gain unitaire – pour ne pas modifier la correspondance mathématique des deux gains initiaux – et à pulsation de coupure telle que cette nouvelle fonction de transfert physique soit plus rapide que la fonction du deuxième

ordre avec laquelle elle se combine. On peut éventuellement « choisir » $\omega_c = 10\omega_0$.

Bilan : $\overline{H}_{BF} H_C$ est bien une fonction de transfert du troisième ordre qui respecte, a priori le cahier des charges imposé : i) gain unitaire pour la précision, ii) création d'un monôme de degré deux pour la stabilité et iii) utilisation d'une fonction de transfert plus rapide pour ne pas trop modifier le temps de réponse pour gérer la rapidité.

$$\boxed{H}_{BF} = \overline{H}_{BF} H_C = \frac{-KK_3}{-KK_3 + (1 - KK_1)p + K_2p^2 - \frac{i_0K}{2g}p^3} = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 + 2\delta\omega_0p + p^2} \frac{1}{1 + \frac{1}{\omega_c}p} \Rightarrow$$

52.

$$\frac{1}{1 + \frac{KK_1 - 1}{KK_3}p - \frac{K_2}{KK_3}p^2 + \frac{i_0}{2gK_3}p^3} = \frac{1}{1 + \frac{2\delta}{\omega_0}p + \frac{1}{\omega_0^2}p^2} \frac{1}{1 + \frac{1}{\omega_c}p} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{1 + \frac{KK_1 - 1}{KK_3}p - \frac{K_2}{KK_3}p^2 + \frac{i_0}{2gK_3}p^3} = \frac{1}{1 + \left(\frac{2\delta}{\omega_0} + \frac{1}{\omega_c}\right)p + \left(\frac{1}{\omega_0^2} + \frac{2\delta}{\omega_0\omega_c}\right)p^2 + \frac{1}{\omega_0^2\omega_c}p^3} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{1 + \frac{KK_1 - 1}{KK_3}p - \frac{K_2}{KK_3}p^2 + \frac{i_0}{2gK_3}p^3} \stackrel{\omega_c = 10\omega_0}{=} \frac{1}{1 + \frac{20\delta + 1}{10\omega_0}p + \frac{10 + 2\delta}{10\omega_0^2}p^2 + \frac{1}{10\omega_0^3}p^3}$$

$$\bullet \quad \frac{i_0}{2gK_3} = \frac{1}{10\omega_0^2} \Rightarrow \boxed{K_3 = \frac{10\omega_0^2 i_0}{2g}} \boxtimes \frac{10 \times 5230 \times 44}{20} \boxtimes \boxed{115\,000 \boxtimes K_3}$$

$$\bullet \quad -\frac{K_2}{KK_3} = \frac{10 + 2\delta}{10\omega_0^2} \Rightarrow -\frac{K_2}{K} \frac{2g}{10\omega_0^2 i_0} = \frac{10 + 2\delta}{10\omega_0^2} \Rightarrow \boxed{K_2 = -K \frac{10 + 2\delta}{2g}} \boxtimes -K \frac{11,2}{20} \boxtimes -0,56K \Rightarrow$$

$$K_2 \boxtimes \begin{cases} -0,56 \sqrt{\frac{\mu_0 N^2 S}{4mg}} \boxtimes -0,56 \frac{20\sqrt{2\pi}}{10^5} \boxtimes \boxed{-310^{-4} \boxtimes K_2} \\ -0,56 \sqrt{\frac{\mu_0 N S}{4mg}} \boxtimes -0,56 \frac{\sqrt{2\pi}}{10^5} \boxtimes \boxed{-10^{-5} \boxtimes K_2} \end{cases}$$

$$\bullet \quad \frac{KK_1 - 1}{KK_3} = \frac{20\delta + 1}{10\omega_0} \Rightarrow$$

$$K_1 = \frac{(20\delta + 1)KK_3 + 10\omega_0}{10\omega_0 K} = \frac{10\omega_0^2 i_0 (20\delta + 1)K + 20\omega_0 g}{20g\omega_0 K} = \frac{\omega_0 i_0 (20\delta + 1)K + 2g}{2gK} \Rightarrow$$

$$K_1 \boxtimes \frac{10\omega_0^2 44 \times 13K + 200\cancel{\omega_0}}{200\cancel{\omega_0} K} \boxtimes \frac{1\cancel{0} \times 523\cancel{0} \times \overset{22}{44} \times 13K + \cancel{200}}{2\cancel{00} K} \boxtimes \frac{523 \times 286K + 1}{K} \boxtimes \frac{1510^4 K + 1}{K}$$

$$K_1 \boxtimes \begin{cases} \frac{15 \cancel{10^4} \frac{2\cancel{0}\sqrt{2\pi}}{10^5} + 1}{\frac{2\cancel{0}\sqrt{2\pi}}{10^{\cancel{5}4}}} \boxtimes \frac{(30\sqrt{2\pi} + 1)10^4}{2\sqrt{2\pi}} \boxtimes \boxed{1510^4 \boxtimes K_1} \\ \frac{15 \cancel{10^4} \frac{\sqrt{2\pi}}{10^{\cancel{5}}} + 1}{\frac{\sqrt{2\pi}}{10^5}} \boxtimes \frac{(15\sqrt{2\pi} + 10)10^4}{\sqrt{2\pi}} \boxtimes \boxed{1910^4 \boxtimes K_1} \end{cases}$$

53. Bien que ce type de question vaille sûrement son pesant de points, je vais éviter de sortir les âneries classiques associées à cette analyse-synthèse d'un produit aussi sophistiqué sans rien connaître d'autre que son principe physique. En effet que sait-on de :

- La technique de fabrication ;
- Du « savoir-faire » des concurrents qui vont participer à la soumission de construction ;
- De l'interaction entre le concepteur et le fabricant ;
- Du financement ;
- Du coût ;
- De la politique des états (Allemagne, Japon et Chine) concernés ;
- ...

Autant vouloir « justifier » la Tour Eiffel ou le rétroviseur à commande électrique du conducteur d'une voiture automobile !!!

**

Remarque : Bien que relu, ce corrigé n'est probablement pas exempt d'erreurs de calcul, d'interprétation ou pire de compréhension !