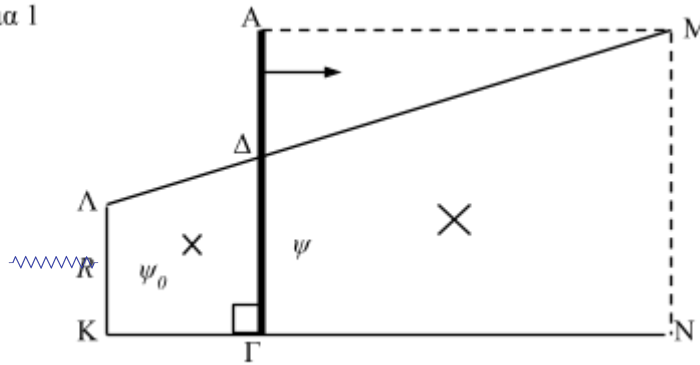


Όταν το μήκος του αγωγού μεταβάλλεται

σχήμα 1



Σε οριζόντιο επίπεδο βρίσκεται ένα πλαίσιο σχήματος τραπεζίου ΚΛΜΝ, ανοιχτό στην πλευρά ΜΝ, όπως φαίνεται στην κάτωψη του σχήματος 1, όπου τα Μ, Ν είναι συνευθειακά, με $(MN) = 3m$. Δεν είναι όλες οι πλευρές από το ίδιο υλικό, με αποτέλεσμα υπολογίσιμη αντίσταση έχει μόνο η πλευρά ΚΛ, $R = 0,5\Omega$. Οι γωνίες του είναι $\hat{K} = 90^\circ$, $\hat{\Lambda} = 135^\circ$, ενώ $(KL) = \psi_0 = 1m$. Σε όλο το χώρο υπάρχει κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο, έντασης μέτρου $B = 1T$ με φορά προς το έδαφος. Ευθύγραμμος αγωγός ΑΓ, μήκους $L = 3m$, είναι συνεχώς σε επαφή με το πλαίσιο, με το άκρο του Γ να ολισθαίνει πάνω στην πλευρά ΚΝ, έτσι ώστε ο αγωγός να είναι συνεχώς κάθετος σε αυτή. Ασκώντας κατάλληλη μεταβλητή δύναμη, ο αγωγός μεταφέρεται προς τα δεξιά, με σταθερή ταχύτητα μέτρου $v = 0,5m/s$, κάθετη στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, το ευθύγραμμο τμήμα ΑΓ συμπίπτει με την πλευρά ΚΛ του πλαισίου. Τριβές αμελητέες.

α) Βρείτε τη χρονική σχέση του μήκους $(\Gamma\Delta) = \psi$ του αγωγού (σχήμα 1), που έχει συνεχώς τα άκρα του πάνω στο πλαίσιο, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 που ο αγωγός εγκαταλείπει το πλαίσιο.

β) Θεωρούμε το εμβαδικό διάνυσμα $\vec{\eta}$, που προσανατολίζει την επιφάνεια του κυκλώματος, που σαρώνει ο αγωγός κατά την κίνησή του, να έχει φορά προς το έδαφος.

Η αλγεβρική τιμή της ΗΕΔ επαγωγής που δημιουργείται στο κύκλωμα από την κίνηση του αγωγού είναι θετική ή αρνητική; Δικαιολογείστε.

γ) Να βρείτε τη χρονική εξίσωση της έντασης του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.

δ) Να κάνετε τη γραφική παράσταση $I_{\epsilon\pi} \rightarrow t$ της έντασης του επαγωγικού ρεύματος σε βαθμολογημένους άξονες και να υπολογίσετε το ηλεκτρικό φορτίο, που θα περάσει από μια διατομή του κυκλώματος μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 .

ε) Σχεδιάστε τη φορά του επαγωγικού ρεύματος στο κύκλωμα. Είναι σύμφωνη και με τον κανόνα Lenz;

στ) Ποια οριζόντια δύναμη κάθετη στον αγωγό πρέπει να ασκούμε για να επιτυγχάνεται η σταθερή ταχύτητα;

ζ) Ποιες ενεργειακές μετατροπές συμβαίνουν τη χρονική στιγμή $t_2 = 2s$;

Απάντηση

α) Έστω κάποια τυχαία χρονική στιγμή t , που ο αγωγός έχει μετατοπιστεί κατά $(K\Gamma) = x = v \cdot t$, όπως βλέπουμε στο σχήμα 2.

Φέρνουμε $\Delta Z \perp A\Gamma$. Από το τρίγωνο $\Lambda\Delta Z$, έχουμε

$$(\Delta Z) = (\Lambda Z) \cdot \varepsilon\phi\theta \Leftrightarrow$$

$$(\Delta Z) = x \cdot \varepsilon\phi\theta \Leftrightarrow$$

$$(\Delta Z) = v \cdot \varepsilon\phi\theta \cdot t \quad (1)$$

Το ζητούμενο μήκος του αγωγού είναι

$$\psi = \psi_0 + (\Delta Z) \xrightarrow{(1)}$$

$$\psi = \psi_0 + v \cdot \varepsilon\phi\theta \cdot t \Leftrightarrow$$

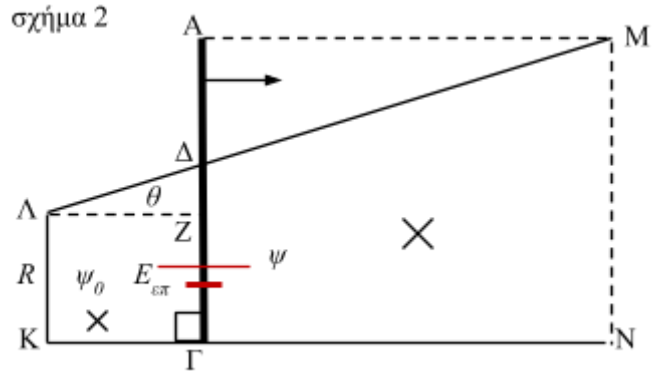
$$\psi = 1 + 0,5 \cdot \varepsilon\phi 45^\circ \cdot t \Leftrightarrow$$

$$\psi = 1 + 0,5 \cdot t \quad (\text{S.I.}) \quad (2)$$

Προφανώς ο αγωγός εγκαταλείπει το πλαίσιο όταν το ευθύγραμμο τμήμα $A\Gamma$ συμπίπτει με την MN , δηλαδή $\psi = L = 3\text{m}$

Από τη σχέση (2) προκύπτει

$$3 = 1 + 0,5 \cdot t_f \Leftrightarrow 0,5 \cdot t_f = 2 \Leftrightarrow t_f = 4\text{s}$$



β) Με βάση το εμβαδικό διάνυσμα η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια του κυκλώματος είναι θετική. Καθώς ο αγωγός κινείται μέσα στο μαγνητικό πεδίο, το εμβαδόν του κυκλώματος αυξάνεται, άρα αυξάνεται αλγεβρικά και η μαγνητική ροή, που διέρχεται από αυτό, δηλαδή $d\Phi > 0$.

Από το νόμο Faraday έχουμε:

$$d\Phi > 0 \Leftrightarrow -E_{\varepsilon\pi} \cdot dt > 0 \Leftrightarrow E_{\varepsilon\pi} < 0, \text{ αρνητική αλγεβρική τιμή.}$$

Η πολικότητα φαίνεται στο σχήμα 2.

γ) Θα υπολογίσουμε την «ωφέλιμη» ΗΕΔ, που αναπτύσσεται ανάμεσα στα σημεία Γ και Δ , επαφής του ευθύγραμμου αγωγού, με το πλαίσιο.

Είναι $\vec{v} \perp A\Gamma$, $\vec{v} \perp \vec{B}$, $\vec{B} \perp A\Gamma$ άρα με βάση και το προηγούμενο ερώτημα

$$E_{\varepsilon\pi} = -B \cdot v \cdot \psi \xrightarrow{(2)}$$

$$E_{\varepsilon\pi} = -1 \cdot 0,5 \cdot (1 + 0,5 \cdot t) \Leftrightarrow$$

$$E_{\varepsilon\pi} = -0,5 - 0,25 \cdot t, \quad 0\text{s} \leq t \leq 4\text{s} \quad (\text{S.I.}) \quad (3)$$

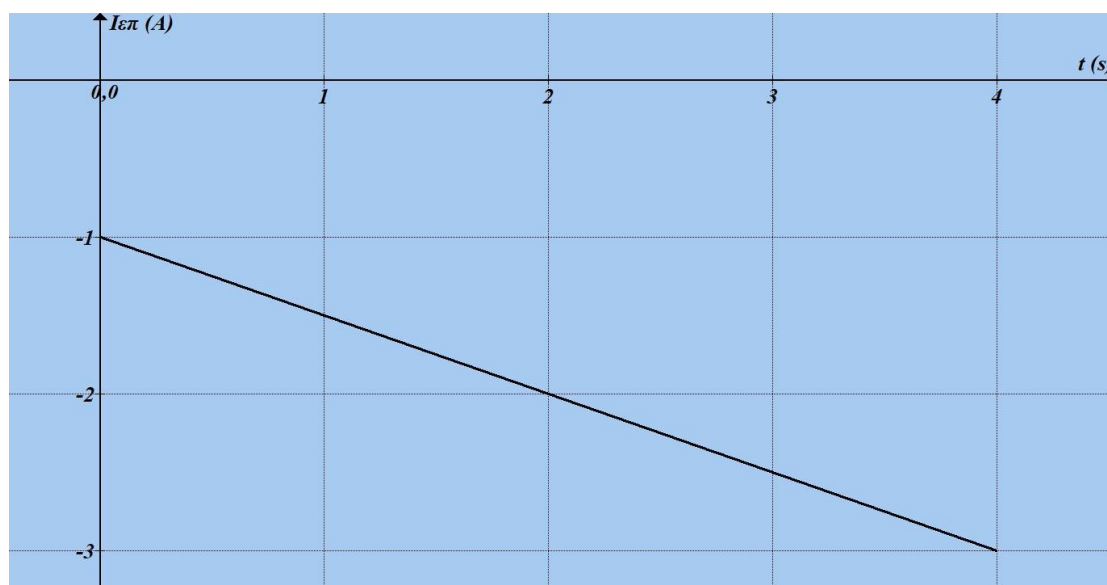
Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα είναι

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{|E_{\varepsilon\pi}|}{R} \xrightarrow{(3)}$$

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{-0,5 - 0,25 \cdot t}{0,5} \Leftrightarrow$$

$$I_{\varepsilon\pi} = -1 - 0,5t \quad (\text{S.I.}) \quad (4)$$

δ) Η γραφική παράσταση της σχέσης (4) φαίνεται στο σχήμα 3:



dq

Ένα στοιχειώδες εμβαδόν πάνω από τη γραφική παράσταση $I_{\varepsilon\pi} \rightarrow t$ είναι $I_{\varepsilon\pi} \cdot dt = dq$, δηλαδή δίνει μια στοιχειώδη ποσότητα ηλεκτρικού φορτίου, που πέρασε από μια διατομή του κυκλώματος. Το ολικό φορτίο θα είναι

$$\Delta q = E\mu\beta_{\text{Τραπ}} = \frac{-1-3}{2} \cdot 4 = -8C$$

Β' τρόπος

Αν $\bar{I}_{\varepsilon\pi}$ είναι η μέση ένταση του επαγωγικού ρεύματος,

$$\Delta q = \bar{I}_{\varepsilon\pi} \cdot \Delta t \Leftrightarrow \Delta q = \frac{\bar{E}_{\varepsilon\pi}}{R} \cdot \Delta t \Leftrightarrow \Delta q = -\frac{\Delta\Phi}{R \cdot \Delta t} \cdot \Delta t \Leftrightarrow \Delta q = -\frac{\Delta\Phi}{R} \quad (5)$$

Η μεταβολή της μαγνητικής ροής που διέρχεται από το κύκλωμα, οφείλεται στη μεταβολή ΔS της επιφάνειας του κυκλώματος, εξαιτίας της κίνησης του αγωγού ΑΓ και είναι

$$\Delta\Phi = B \cdot \Delta S \Leftrightarrow \Delta\Phi = B \cdot \frac{\psi + \psi_0}{2} \cdot x$$

Τη χρονική στιγμή $t_l = 4s$,

$$\psi = l + 0,5 \cdot 4 = 3m,$$

$$x = 0,5 \cdot 2 = 2m$$

$$\Delta\Phi = l \cdot \frac{3+l}{2} \cdot 2 = 4Wb$$

άρα

Τότε η σχέση (5) δίνει $\Delta q = -\frac{4}{0,5} = -8C$

Παρατήρηση:

Η σχέση (5), αναφέρεται στη βιβλιογραφία, ως **Νόμος Newman**. Υπάρχει αποδεδειγμένη στο βιβλίο στο παράδειγμα 5.1 και μπορεί να χρησιμοποιηθεί χωρίς απόδειξη.

