ثانوية هواري بـومدين -اليشبر-
ولايـــــــــــة برج بوعريريج.

يـــــــــــــوم: 05 / 03 / 2013 م .
المـوافق لـ :22 ربيع الثاني 1434 هـ

اختبار الثلاثي الثاني في الرياضيات

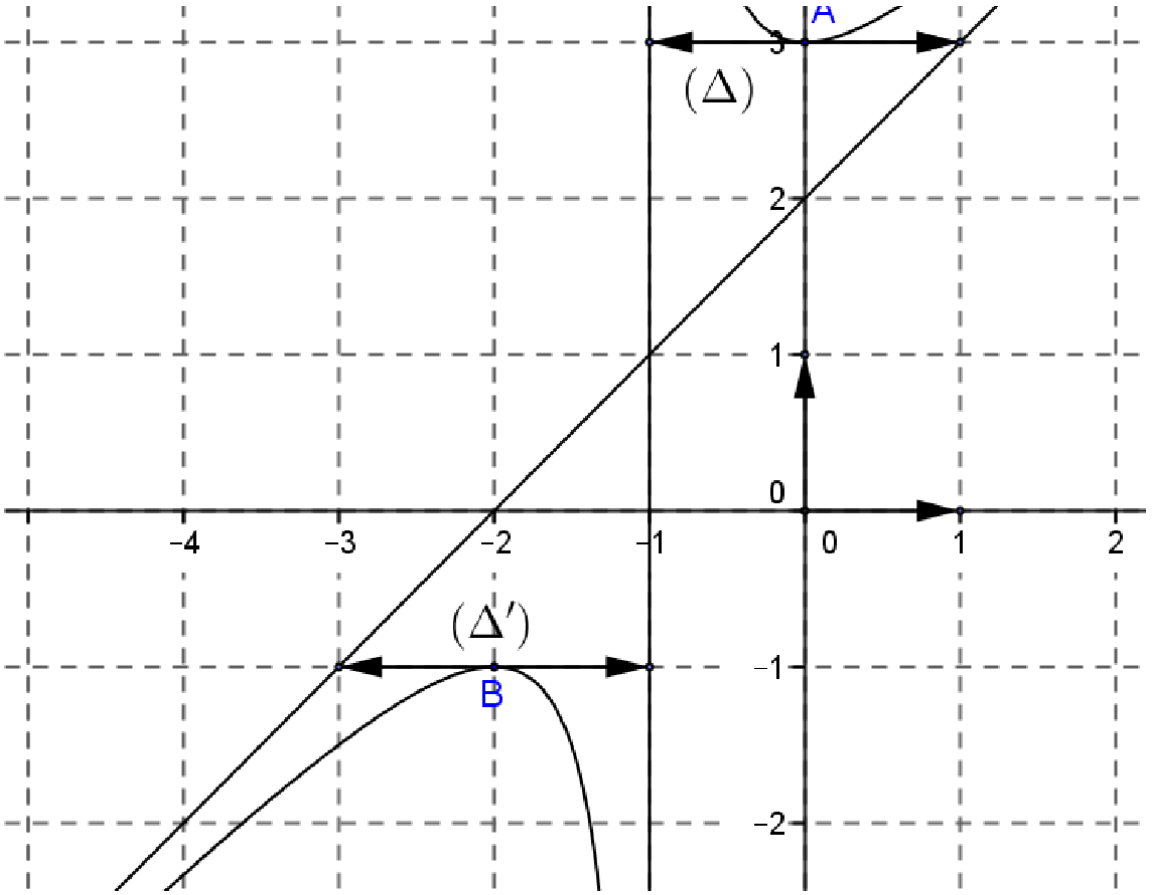
المستوى: السنة الثانية . **الشعبة:** علوم تجريبية + هندسة مدنية . **المدة:** ساعتان .

التمرين الأول: (08 ن)

f الدالة المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي : $f(x)=a\,x+b+\dfrac{1}{x+1}$ حيث a ، b ثابتان حقيقيان .

(C_f) هو التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. $A(0;3)$ ، $B(-2;-1)$ نقطتان من (C_f) .

(Δ) هو المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة A و (Δ') هو المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة B .



1) اعتمادا على (C_f) :

1- احسب كلا من : $f(0)$ ، $f'(0)$ ، $f(-2)$ و $f'(-2)$. **ب-** عين ؛ حسب قيم x ؛ إشارة $f(x)$.

ج- عين ؛ حسب قيم x ؛ إشارة $f'(x)$. (f' هي الدالة المشتقة للدالة f)

د- عين المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) .

هـ- شكل جدول تغيرات الدالة f .

---

2) **أ-** بين أنه ؛ من أجل كل عدد x من $\mathbb{R}-\{-1\}$ ؛ يكون : $f(x)=x+2+\frac{1}{x+1}$.

2- احسب نهاية الدالة f عند العدد (-1) من اليمين (بقيم أكبر) و من اليسار (بقيم أصغر) . فسر النتيجة هندسيا .

ج- بين أن المنحنى (C_f) يقبل ؛ عند $-\infty$ و عند $+\infty$ ؛ مستقيما مقاربا مائلا يطلب إعطاء معادلة له .

3) بين أن النقطة $\Omega(-1;1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

التمرين الثاني: (07 ن)

- (U_n) المتتالية العددية معرفة بـ : $U_0=-1$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $U_{n+1}=3U_n-2$.

1. احسب U_1 ، U_2 .

2. (V_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $V_n=U_n-1$.

أ- أثبت أن المتتالية (V_n) هندسية أساسها q حيث $q=3$ و احسب حدها الأول .

ب- اكتب عبارة الحد العام V_n بدلالة n ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n .

ج- ادرس تقارب المتتالية (U_n) .

3. بين أنه ؛ من أجل كل عدد طبيعي n ؛ يكون : $U_{n+1}-U_n=(-4)\times 3^n$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (U_n) .

4. احسب ؛ بدلالة العدد الطبيعي n ؛ المجموع $V_0+V_1+...+V_n$ ثم استنتج المجموع $U_0+U_1+...+U_n$ بدلالة n .

التمرين الثالث: (05 ن)

- اذكر إن كانت كل جملة من الجمل الآتية **صحيحة** أم **خاطئة** مع **التبرير** .

1) القيس الرئيسي للزاوية الموجهة التي $\left(\frac{-599\pi}{4}\right)$ قيس لها هو $\frac{\pi}{4}$.

2) العددان الحقيقيان $\frac{20\pi}{4}$ ، $\left(-\frac{206\pi}{3}\right)$ قيسان لنفس الزاوية الموجهة .

3) x عدد حقيقي . $\cos^4 x - \sin^4 x = \cos^2 x - \sin^2 x$.

4) $\left(\vec{U};\vec{V}\right)$ زاوية موجهة لشعاعين . إذا كان $\left(\vec{U};\vec{V}\right)=-\frac{\pi}{3}$ فإن : $\left(-2\vec{V};3\vec{U}\right)=\frac{\pi}{3}$.

5) إذا كان ABC مثلثا فإن : $\left(\vec{AB};\vec{AC}\right)+\left(\vec{CA};\vec{CB}\right)+\left(\vec{BC};\vec{BA}\right)=\pi$.

بالتوفيق . **الصفحة 2 من 2** **انـتهـــــــى .**

سلم التنقط (اختبار الثلاثي الثاني - رياضيات - السنة الثانية ثانوي هـ. مد + ع.ت)

حل باختصار	العلامة
التمرين الأول: (08 ن)	
1) أ- $f(0)=3$. $f'(0)=0$. $f(-2)=-1$. $f'(-2)=0$.	0.25 x 4
ب- من أجل كل x من $]-\infty;-1[$ فإن: $f(x)<0$.	0.25 X 2
من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ فإن: $f(x)>0$.	
ج- إشارة $f'(x)$ في الجدول التالي:	01
د- للمنحنى (C_f) مستقيمان مقاربان $x=-1$ ، $y=x+2$ معادلتان لهما .	0.50
هـ- جدول تغيرات الدالة f هو:	0.50
	01

حل باختصار	العلامة
3) معادلة للمنحنى في المعلم $y=x+2+\frac{1}{x+1}$	01
$\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$. نضع: $\begin{cases}x=X-1\\y=Y+1\end{cases}$ عندها يكون:	
$Y=\frac{X^2+1}{X}$ و هي معادلة للمنحنى (C_f) في المعلم $\left(\Omega;\vec{i};\vec{j}\right)$.	
نضع: $h(X)=\frac{X^2+1}{X}$ و نبين أن h فردية .	0.50
مجموعة تعريف h هي D_h حيث: $D_h=\mathbb{R}^*$.	
من أجل كل X من D_h فإن:	0.50
$(-X)\in D_h$ و $h(-X)=\frac{(-X)^2+1}{-X}$ أي:	
$h(-X)=-h(X)$. إذن : h فردية . و منه:	0.50
النقطة $\Omega(-1;1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .	0.50
التمرين الثاني: (07 ن)	

حل باختصار	العلامة
2) أ- من أجل كل عدد x من $\mathbb{R}-\{-1\}$ ؛ $f(x)=ax+b+\dfrac{1}{x+1}$.	
لدينا: $f(0)=3$ أي: $b+1=3$ أي: $b=2$.	0.75
و لدينا: $f(-2)=-1$ أي: $-2a+b-1=-1$ أي: $-2a+b=0$ **لكن:** $b=2$ **إذن:** $a=1$. **و أخيرا:**	
من أجل كل عدد x من $\mathbb{R}-\{-1\}$ ؛ يكون : $f(x)=x+2+\dfrac{1}{x+1}$.	0.75
ب- * لما $x\xrightarrow{<}-1$ **فإن:** $\begin{cases}(x+2)\to 1\\ \dfrac{1}{x+1}\to-\infty\end{cases}$ **ومنه:** $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}-1} f(x)=-\infty$.	0.25
لما $x\xrightarrow{>}-1$ **فإن:** $\begin{cases}(x+2)\to 1\\ \dfrac{1}{x+1}\to+\infty\end{cases}$ **ومنه:** $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1} f(x)=+\infty$.	0.75
*** المستقيم الذي** $x=-1$ **معادلة له مستقيم مقارب للمنحنى** (C_f) .	
ج- من أجل كل عدد x من $\mathbb{R}-\{-1\}$ فإن : $f(x)=x+2+g(x)$ **حيث:** $g(x)=\dfrac{1}{x+1}$	
لكن: $\lim\limits_{|x|\to+\infty} g(x)=0$ **إذن: المستقيم الذي** $y=x+2$ **معادلة له مستقيم مقارب مقارب مائل للمنحنى** (C_f) **عند** $-\infty$ **و عند** $+\infty$.	

حل باختصار	العلامة
1. $U_1=3U_0-2$ أي: $U_1=-5$.	01
$U_2=3U_1-2$ أي: $U_1=-17$.	
2.	
أ- n **عدد طبيعي .**	0.25
$V_{n+1}=U_{n+1}-1$ أي: $V_{n+1}=3U_n-2-1$	0.50
أي: $V_{n+1}=3(U_n-1)$ أي: $V_{n+1}=3V_n$.	0.50
و منه: المتتالية (V_n) **هندسية أساسها** q **حيث** $q=3$ **و حدها الأول** V_0 **حيث:** $V_0=U_0-1$	0.75
أي: $V_0=-2$.	
ب- n **عدد طبيعي .**	
* $V_n=V_0.q^n$ أي: $V_n=(-2).3^n$.	
* $U_n=V_n+1$ أي: $U_n=(-2).3^n+1$.	
ج- $\lim\limits_{x\to+\infty} U_n=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[(-2).3^n+1\right]$	
لكن: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(3^n\right)=+\infty$ **لأن:** $3>1$	
إذن: $\lim\limits_{x\to+\infty} U_n=-\infty$. **ومنه:**	
المتتالية (U_n) **متباعدة .**	

3. n عدد طبيعي .

* $U_{n+1}-U_n=\left[(-2).3^{n+1}+1\right]-\left[(-2).3^n+1\right]$

أي: $U_{n+1}-U_n=(-2).3^{n+1}-(-2).3^n$

أي: $U_{n+1}-U_n=(-2)\left[3^{n+1}-3^n\right]$

أي: $U_{n+1}-U_n=(-2).3^n.[3-1]$ — 0.75

أي: $U_{n+1}-U_n=(-4).3^n$. — 0.50

* لدينا: $(-4)<0$ و $3^n>0$ إذن: $U_{n+1}-U_n<0$

و منه: المتتالية (U_n) متناقصة تماما . — 0.75

4. n عدد طبيعي .

* $V_0+V_1+\ldots+V_n=V_0.\dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$

أي: $V_0+V_1+\ldots+V_n=(-2).\dfrac{1-3^{n+1}}{1-3}$

أي: $V_0+V_1+\ldots+V_n=1-3^{n+1}$. — 01

*

$U_0+U_1+\ldots+U_n=(V_0+1)+(V_1+1)+\ldots+(V_n+1)$

أي:

$U_0+U_1+\ldots+U_n=(V_0+V_1+\ldots+V_n)+(1+1+\ldots+1)$

أي: $U_0+U_1+\ldots+U_n=1-3^{n+1}+n+1$

أي: $U_0+U_1+\ldots+U_n=n+2-3^{n+1}$.

التمرين الخامس: (05 ن) — 01

1) حيث: $(k\in\mathbb{Z})$ $-\pi<\dfrac{-599\pi}{4}+2k\pi\leq\pi$

معناه: $-1<\dfrac{-599}{4}+2k\leq 1$

2) $\left(\dfrac{-206\pi}{3}\right)-\dfrac{20\pi}{4}=-\dfrac{221\pi}{3}$

نلاحظ أن: $-\dfrac{221\pi}{3}\neq 2k\pi\ ;\ (k\in\mathbb{Z})$ إذن: — 01

العددان الحقيقيان $\dfrac{20\pi}{4}$ ، $\left(-\dfrac{206\pi}{3}\right)$ ليسا قيسين لنفس الزاوية الموجهة .

و منه: الجملة 2) خاطئة .

3) x عدد حقيقي .

$\cos^4x-\sin^4x=\left(\cos^2x-\sin^2x\right)\left(\cos^2x+\sin^2x\right)$ — 01

أي: $\cos^4x-\sin^4x=\left(\cos^2x-\sin^2x\right)\times 1$

أي: $\cos^4x-\sin^4x=\cos^2x-\sin^2x$.

و منه: الجملة 3) صحيحة .

4) $\left(\vec{U};\vec{V}\right)$ زاوية موجهة لشعاعين . إذا كان $\left(\vec{U};\vec{V}\right)=-\dfrac{\pi}{3}$ فإن : $\left(\vec{V};\vec{U}\right)=\dfrac{\pi}{3}$ و — 01

منه: $\left(-2\vec{V};\ 3\vec{U}\right)=\dfrac{\pi}{3}+\pi$

أي: $\left(-2\vec{V};\ 3\vec{U}\right)=\dfrac{4\pi}{3}$.

و منه: الجملة 4) خاطئة . — 01

أي: $-1+\frac{599}{4}<2k\leq 1+\frac{599}{4}$

أي: $-1+\frac{599}{4}<2k\leq 1+\frac{599}{4}$

أي: $\frac{595}{8}<k\leq\frac{603}{8}$ أي: $k=75$.

إذن: القيس الرئيسي للزاوية الموجهة التي $\left(\frac{-599\pi}{4}\right)$ قيس لها هو $\frac{-599\pi}{4}+2(75)\pi$ أي هو: $\frac{\pi}{4}$.

و منه: الجملة 1) صحيحة .

5) إذا كان ABC مثلثا فإن :

$$\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)+\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}\right)+\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}\right)=\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)+\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{BC}\right)+\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}\right)$$

أي: $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)+\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}\right)+\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}\right)=\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{BA}\right)$

أي: $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)+\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}\right)+\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}\right)=\pi$.

و منه: الجملة 5) صحيحة .