

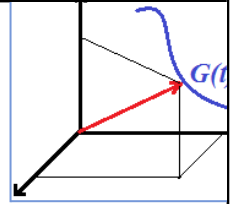
Mouvement de rotation d'un corps solide ind éformable autour d'un axe fixe (7h)

1- Repérage d'un point en rotation autour d'un axe fixe :

a- Rappel :

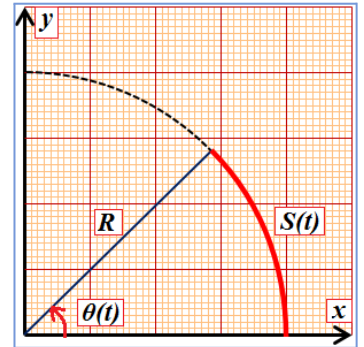
Pour repérer la position d'un point dans un référentiel, on utilise un repère d'espace $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. L'expression du vecteur de position est : $\vec{OG} = x.\vec{i} + y.\vec{j} + z.\vec{k}$ et son module donné par : $\|\vec{OG}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Dans le cas d'un mouvement de rotation autour d'un axe fixe, on utilise l'abscisse angulaire $\theta(t)$ et l'abscisse curviligne $s(t)$ pour repérer la position du point G.



b- L'abscisse angulaire et l'abscisse curviligne :

- On appelle **abscisse angulaire** du point G à un instant t donné, la valeur algébrique de l'angle $\theta(t) = (\vec{Ox}, \vec{OG})$. Son unité dans (S.I) est radian (rad).
- On appelle **abscisse curviligne** du point G à un instant t donné, la valeur algébrique de la distance $s(t) = \overset{\frown}{G_0G}$. Son unité dans (S.I) est mètre (m).



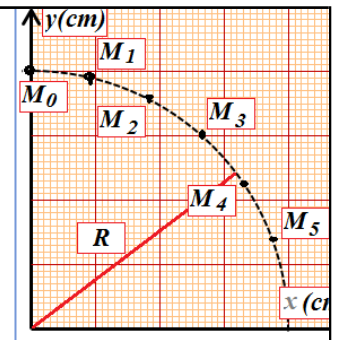
c- Relation entre l'abscisse angulaire et l'abscisse curviligne :

A tout instant, l'abscisse curviligne $s(t)$ et l'abscisse angulaire $\theta(t)$ sont liés par la relation suivante : $s(t) = R \times \theta(t)$ (associer à chaque grandeur son unité et schématiser le cas)

Application 1 :

La figure ci-dessous représente un enregistrement du mouvement d'un point M d'un corps solide en rotation autour d'un axe fixe. La durée entre deux prises successives est $\tau = 40 \text{ ms}$. On considère l'axe (Oy) passant par M_0 comme direction référentielle, et l'instant d'enregistrement de la position M_2 comme origine de temps ($t = 0 \text{ s}$) :

- Déterminer l'abscisse angulaire du point M aux positions M_2 et M_3 ,
- En considérant la position M_0 comme origine des abscisses curvilignes, déterminer l'abscisse curviligne du point M aux positions M_3 et M_6 ,
- Calculer le rayon R de la trajectoire du point M.



Correction :

2- Vitesse d'un solide :

a- La vitesse angulaire moyenne :

La vitesse angulaire moyenne ω_{moy} d'un point G entre deux instants t_1 et t_2 est donnée par la relation suivante : $\omega_{\text{moy}} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\theta}{t}$ (préciser l'unité de chaque grandeur)

b- La vitesse angulaire instantanée :

La vitesse angulaire instantanée ω_i à t_i est la vitesse angulaire moyenne calculée entre les instants t_{i+1} et t_{i-1} très proches, tel que : $\omega_i = \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} = \frac{\delta\theta}{\delta t}$

c- La vitesse linéaire :

On définit la vitesse linéaire par la relation suivante : $V_i = \frac{\overset{\frown}{G_{i-1}G_{i+1}}}{t_{i+1} - t_{i-1}} = \frac{ds}{dt}$ (préciser les unités).

d- Relation entre la vitesse angulaire et la vitesse linéaire

On a : $V_i = \frac{ds}{dt} = \frac{d(R \times \theta)}{dt} = R \cdot \frac{d\theta}{dt} = R \cdot \omega_i$ Donc : $V_i = R \times \omega_i$

Remarque : Pendant un temps infinitésimal, tous les points d'un corps solide en rotation ont la même vitesse angulaire mais des vitesses linéaires différentes.

Application 2 :

1. Baser sur les énoncés de l'application 1 :
 - a- Calculer la vitesse angulaire moyenne ω_{moy} du point M entre les positions M_2 , et M_5 .
 - b- Calculer la vitesse angulaire instantanée ω_i du point M aux positions M_3 , et M_4 ,
 - c- Calculer la vitesse linéaire instantanée V_i du point M aux positions M_1 , et M_2 .
2. Le tambour d'une machine à laver est un cylindre de diamètre $d = 46\text{cm}$. Pendant le lavage, le tambour tourne autour de son axe à 800 tr / min .
 - a- Calculer sa vitesse angulaire ω de rotation en rad. s^{-1} ,
 - b- Calculer la vitesse V d'un point A de la périphérie du tambour.

Correction :

3- Mouvement de rotation uniforme :

a- Définition :

Le mouvement de rotation d'un corps solide autour d'un axe fixe est dit **uniforme** si sa vitesse angulaire ω reste **constante** au cours du temps : $\omega = cte$

b- Propriétés du mouvement de rotation uniforme :

a. **La période T :**

On appelle période T , la durée nécessaire à chaque point du solide pour faire un tour complet. Elle est définie par la relation : $T = \frac{2\pi}{\omega}$

b. **Fréquence :**

On appelle la fréquence f , le nombre de tours que fait le solide pendant une seconde. Elle est définie par la relation : $f = \frac{1}{T}$

Application 3 :

- 1- Calculer la vitesse angulaire d'un disque en rotation uniforme, sachant qu'il tourne d'un angle $\theta = 45\text{trs}$ pendant une durée $\Delta t = 3\text{min}$,
- 2- Calculer la période et la fréquence de rotation de ce disque,
- 3- Calculer la vitesse linéaire d'un point du disque situé à une distance $d = 8\text{ cm}$ de son axe de rotation,
- 4- Calculer le nombre de tours effectués par le disque pendant une durée de trois périodes,
- 5- Calculer la durée nécessaire pour effectuer sept tours.

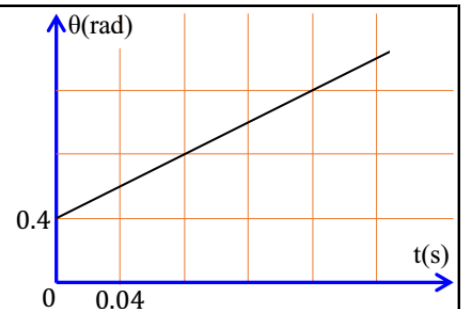
Correction :

c- Equation horaire du mouvement de rotation uniforme :

Activité :

Un disque (S) de rayon $R=20\text{cm}$ est animé d'un mouvement de rotation uniforme autour d'un axe fixe. La figure ci-contre représente l'abscisse angulaire θ du disque en fonction du temps :

- 1- Calculer la vitesse angulaire instantanée du disque,
- 2- Déterminer l'équation horaire de l'abscisse angulaire θ ,
- 3- Dédire l'équation horaire $s(t)$ du mouvement d'un point M de la circonférence du disque,



Correction :

.....
Conclusion : L'équation horaire d'un mouvement de rotation uniforme est donnée par :

$$\theta(t) = \omega \times t + \theta_0 \text{ ou } s(t) = V \times t + s_0$$

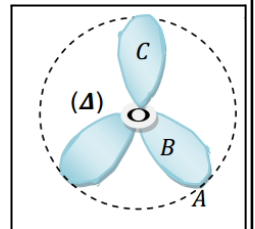
Application 4 :

- 1- Calculer la vitesse linéaire instantanée d'un point du disque situé à une distance $d = 14 \text{ cm}$ de l'axe de rotation,
- 2- Calculer la période et la fréquence du mouvement,
- 3- Calculer le nombre de tours effectué en 30s par le disque.

Correction :

Exercice 1 :

Une hélice de moteur d'un avion se compose de trois pales dont chaque extrémité est à 2,10 m de l'axe de rotation (Δ), cette dernière tourne avant le décollage avec une vitesse angulaire de 300trs/min, on donne : $R_A = 2\text{m}$, $R_B = R_C = 1\text{m}$:



- 1- Déterminer la nature du mouvement de cette hélice ? Justifiez votre réponse,
- 2- Déterminer la valeur de la vitesse angulaire dans le Système international d'unités,
- 3- Calculer la vitesse linéaire de chacun des points A, B et C
- 4- Calculer la période et la fréquence de l'hélice,
- 5- Calculer n le nombre de tours que de l'hélice effectue pendant une durée de temps $\Delta t = 15\text{s}$,
- 6- Écrire l'équation horaire pour le mouvement de l'hélice,
- 7- Quelles sont les distances parcourues par A, B et C lors d'une période ?