

## Тема: Розв'язування вправ. Контрольна робота

Посилання

на

підручник:

<https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/pidruchnyky-10-klas-2018/14-matematyka-10-klas/merzlyak-ag-matematyka-alg-i-poch-analizu-ta-geom-riven-sta-ndartu-10-kl.pdf>

### Завдання:

1. Повторити теоретичний матеріал §3.
2. Розглянути приклади розв'язаних вправ: 20.8, 20.9, 22.7

**20.8.\*** Обчисліть значення похідної функції  $f$  у точці  $x_0$ :

1)  $f(x) = \sqrt{x} - 16x$ ,  $x_0 = \frac{1}{4}$ ;      3)  $f(x) = x^{-2} - 4x^{-3}$ ,  $x_0 = 2$ ;

2)  $f(x) = \frac{\cos x}{1-x}$ ,  $x_0 = 0$ ;      4)  $f(x) = \frac{2x^2 - 3x - 1}{x+1}$ ,  $x_0 = 1$ .

**20.8**

1)  $f'(x) = (\sqrt{x})' - (16x)' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 16$ ;  $f'\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\frac{1}{4}}} - 16 = 1 - 16 = -15$ ;

2)  $f'(x) = \frac{(\cos x)'(1-x) - \cos x \cdot (1-x)'}{(1-x)^2} = \frac{\sin x(1-x) + \cos x}{(1-x)^2}$ ;  
 $f'(0) = \frac{\sin 0 \cdot (1-0) + \cos 0}{(1-0)^2} = \frac{0 \cdot 1 + 1}{1} = 1$ ;

3)  $f'(x) = (x^{-2})' - (4x^{-3})' = -2x^{-3} + 12x^{-4} = -\frac{2}{x^3} + \frac{12}{x^4}$ ;  
 $f'(2) = -\frac{2}{2^3} + \frac{12}{2^4} = -\frac{2}{8} + \frac{12}{16} = -\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ ;

4)  $f'(x) = \frac{(2x^2 - 3x - 1)' \cdot (x+1) - (2x^2 - 3x - 1) \cdot (x+1)'}{(x+1)^2} =$   
 $= \frac{(4x - 3)(x+1) - 2x^2 + 3x + 1}{(x+1)^2} = \frac{4x^2 + 4x - 3x - 3 - 2x^2 + 3x + 1}{(x+1)^2} =$   
 $= \frac{2x^2 + 4x - 2}{(x+1)^2}$ ;  $f'(1) = \frac{2 + 4 - 2}{(1+1)^2} = \frac{4}{4} = 1$ .

**20.9.\*\*** Матеріальна точка масою 4 кг рухається по координатній прямій за законом  $s(t) = t^2 + 4$  (переміщення вимірюють у метрах, час — у секундах). Знайдіть імпульс  $P(t) = mv(t)$  матеріальної точки в момент часу  $t_0 = 2$  с.

**20.9**  $v(t) = s'(t) = 2t; p(t_0) = p(2) = mv(t_0) = 4 \cdot 2 \cdot 2 = 16 \text{ (кг·м/с)}.$

**22.7.\*\*** Доведіть, що функція  $f(x) = 6 - x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3$  є спадною.

**22.7**  $f(x) = 6 - x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3; D(f) = \mathbb{R}.$

$f'(x) = -1 + x - x^2 = -x^2 + x - 1.$

$f'(x) = 0, -x^2 + x - 1 = 0; x^2 - x + 1 = 0;$

$D = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 1 - 4 < 0.$

Отже,  $f'(x) \neq 0$ . Оскільки коефіцієнт при  $x^2$  від'ємний, то  $-x^2 + x - 1 < 0$  на  $\mathbb{R}$ , отже,  $f'(x)$  — спадає.

3. Виконати контрольну роботу (завдання на наступній сторінці).

**ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!!!** Роботу виконувати у робочому або окремому зошиті (якщо робочий залишився у гуртожитку), фотографувати і надсилати на електронну адресу [valentinatalavera@ukr.net](mailto:valentinatalavera@ukr.net), у темі листа вказувати – ПІБ, предмет, номер групи.

Можна підготувати мультимедійну презентацію з теми і надіслати на електронну адресу [valentinatalavera@ukr.net](mailto:valentinatalavera@ukr.net).

### Контрольна робота. Тема «Похідна та її застосування»

**Завдання 1.** Обчислити похідну функції:  $y = 5x^3 + \frac{1}{2}x^2$

| А                | Б                | В                           | Г                          |
|------------------|------------------|-----------------------------|----------------------------|
| $y' = 15x^2 + x$ | $y' = 15x^2 - 2$ | $y' = 15x^3 + \frac{1}{2}x$ | $y' = 15x^2 - \frac{1}{2}$ |

**Завдання 2.** Обчислити похідну функції:  $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x}{5}$

| А                        | Б                         | В               | Г                          |
|--------------------------|---------------------------|-----------------|----------------------------|
| $y' = x^2 - \frac{1}{5}$ | $y' = 3x^2 - \frac{1}{5}$ | $y' = 3x^2 + x$ | $y' = 3x^2 + \frac{1}{5}x$ |

**Завдання 3.** Обчислити похідну функції:  $y = \cos \cos x + x$

| А                  | Б                  | В                  | Г                      |
|--------------------|--------------------|--------------------|------------------------|
| $y' = \sin \sin x$ | $y' = \cos \cos x$ | $y' = \cos \cos x$ | $y' = x + \frac{1}{x}$ |

**Завдання 4.** Обчислити похідну функції:  $y = x \cdot \cos \cos x$

| А        | Б          | В                  | Г                      |
|----------|------------|--------------------|------------------------|
| $y' = x$ | $y' = x x$ | $y' = \cos \cos x$ | $y' = \sin \sin x + x$ |

**Завдання 5.** Обчислити похідну функції:  $y = \frac{x-1}{x+1}$

| А                         | Б                         | В                          | Г                        |
|---------------------------|---------------------------|----------------------------|--------------------------|
| $y' = \frac{2x}{(x+1)^2}$ | $y' = \frac{-2}{(x+1)^2}$ | $y' = \frac{-2x}{(x+1)^2}$ | $y' = \frac{2}{(x+1)^2}$ |

**Завдання 6.** Знайти  $y'(-2)$ , якщо  $y = 3x^2 - 2x^4$

| А  | Б  | В    | Г  |
|----|----|------|----|
| 76 | 64 | - 52 | 52 |

**Завдання 7.** Матеріальна точка рухається за законом  $S = 2t^3 + 5t - 1$ .  
Знайти миттєву швидкість якщо  $t_0 = 2$  сек

| А | Б | В | Г |
|---|---|---|---|
|---|---|---|---|

|        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|
| 29 сек | 19 сек | 10 сек | 18 сек |
|--------|--------|--------|--------|

**Завдання 8.** Знайти кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції

$$y = 3x^2 - x^4 - 1, \text{ в точці } x_0 = 1$$

|    |   |   |     |
|----|---|---|-----|
| А  | Б | В | Г   |
| 10 | 5 | 2 | - 2 |

**Завдання 9.** Встановити відповідність між функцією та її похідною:

|                                         |                                              |
|-----------------------------------------|----------------------------------------------|
| 1. $(4x^2 - 3x^4 + x - 5)'$             | А. Дорівнює: $\frac{1}{2\sqrt{x}} - 4x + x$  |
| 2. $(\frac{2x^7}{7} - 5x^2 - x^3 + x)'$ | Б. Дорівнює:<br>$8x - 12x^3 + 1$             |
| 3. $(\sqrt{x} - 2x^2 + \frac{x^2}{2})'$ | В. Дорівнює:<br>$2x^6 - 10x - 3x^2 + 1$      |
| 4. $(\frac{2}{x} + 5x^5 + x - 1)'$      | Г. Дорівнює:<br>$-\frac{2}{x^2} + 25x^4 + 1$ |
|                                         | Д. Дорівнює: $\frac{4}{x} - 25x^4 - 1$       |

**Завдання 10.** Встановити проміжки спадання функції

|                    |                             |
|--------------------|-----------------------------|
| 1. $y = 4x^3 - 8x$ | А. $(0; \frac{2}{3})$       |
| 2. $y = x - x^2$   | Б. $(0; +\infty)$           |
| 3. $y = x^2 + 2x$  | В. $(\frac{1}{2}; +\infty)$ |
| 4. $y = x - 2x^2$  | Г. $(-\infty; -1)$          |
|                    | Д. $(\frac{1}{4}; +\infty)$ |

**Завдання 11.** Поставити у відповідність функцію та її екстремуми:

|                    |                     |
|--------------------|---------------------|
| 1. $y = 4x^3 - 8x$ | А. $x_{\min} = 0,5$ |
|--------------------|---------------------|

|                   |                                                |
|-------------------|------------------------------------------------|
| 2. $y = x - x^2$  | Б. $x_{\max} = \frac{1}{4}$                    |
| 3. $y = x^2 + 2x$ | В. $x_{\min} = \frac{2}{3} \quad x_{\max} = 0$ |
| 4. $y = x - 2x^2$ | Г. $x_{\min} = -1$                             |
|                   | Д. $x_{\max} = \frac{1}{2}$                    |

**Завдання 12.** Знайти максимальне та мінімальне значення функції на проміжку  $[-1; 1]$

|                    |                                                  |
|--------------------|--------------------------------------------------|
| 1. $y = 4x^3 - 8x$ | А. $y_{\max} = \frac{1}{8} \quad y_{\min} = -3$  |
| 2. $y = x - x^2$   | Б. $y_{\max} = 4\frac{4}{7} \quad y_{\min} = -4$ |
| 3. $y = x^2 + 2x$  | В. $y_{\max} = 0 \quad y_{\min} = -2$            |
| 4. $y = x - 2x^2$  | Г. $y_{\max} = 3 \quad y_{\min} = -1$            |
|                    | Д. $y_{\max} = 3 \quad y_{\min} = \frac{1}{4}$   |