Exercice 1 :

Calculer les limites suivantes :

$$\left(4x^5-3x^2+7\right);\left(-2x^4+x^3-3x-1\right)^3$$

$$\frac{x+5}{x^2-5};\frac{(1-x)^3}{1+x+x^3};\frac{x^2+5x}{(2x+3)^2}$$

$$\frac{2x^2-9x+5}{2x^2-(2x+1)^2};\frac{(1-\sqrt{2})x^3+3x-5}{2+x+x^2}$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}x^2}{x+1}-\sqrt{3}x\right);\sqrt{x^3-2x^2+3x-8}$$

$$\sqrt{\frac{2x^2-5x}{8x^2+7}};\sqrt{\frac{1}{2x-5}};\sqrt{\frac{5x^3-1}{2x^3+7}}$$

Exercice 2 :

Calculer les limites suivantes :

$$\frac{x^2-2}{x-\sqrt{2}};\frac{x^2-5x+6}{9-x^2};\frac{x^2+6x+5}{x^2+4x-5}$$

$$\left(\frac{x^3-2x^2+x-2}{x-2}\right);\left(\frac{\sqrt{2x+1}-3}{x-4}\right)$$

$$\frac{x^3-8}{x^2-2x};\frac{\sqrt{x+4}-2}{x-x^2};\frac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x}-2}$$

$$\left(\frac{2-\sqrt{3x-2}}{\sqrt{2x+5}-3}\right);\left(\frac{\sqrt{2x+3}-x}{x^2-3x}\right)$$

$$\left(\frac{4x^3-5x-22}{x^2-x-2}\right);\left(\frac{\sqrt{4x+1}-3}{\sqrt{x+2}-2}\right)$$

Exercice 3 :

Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x\to4}\frac{2x+3}{(x-4)^2};\quad\lim_{x\to1^-}\frac{x^2-x-3}{x^2+2x-3};\quad\frac{x}{2-\sqrt{x}}$$

$$\frac{8x-4}{\sqrt{1-x}};\frac{x}{\sqrt{x}-x};\frac{x|x-2|}{x^2-1}$$

$$\frac{\sqrt{x+12}-\sqrt{3x-4}}{x^2-8x+16};\frac{\sqrt{4-x^2+x-2}}{x-2}$$

$$\frac{3x^2-x-1}{4x^2-1};\frac{2-\sqrt{x^2+4}}{\sqrt{x}-\sqrt{2x^2}}$$

Exercice 4 :

$$\left(2x-5\sqrt{x}\right);\left(\sqrt{9x^2+3x-5}+x+3\right)$$

$$\left(\sqrt{x+3}-x\right);\left(\sqrt{x^2+5x+2}-x+4\right)$$

$$\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\right);\left(\sqrt{4x^2+x+3}+2x-3\right)$$

$$\frac{\sqrt{x^2+5x-3}}{x};\frac{\sqrt{x^2+3}+3x}{2x-1}$$

$$\sqrt{2x^2-3x+1}+x;\quad\lim_{x\to+\infty}\frac{2\sqrt{x}-1}{1+\sqrt{x}}$$

$$\sqrt{x^2-x-2}-\sqrt{2x^2+1}$$

1- a)- Déterminer D_f

$$\frac{x+6\sqrt{x}}{2x+\sqrt{x}-3};\quad\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}\left(\sqrt{3x^2+1}-\sqrt{x^2+x}\right)$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{3x+1}{\sqrt{4x^2+x+1}};\quad\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x+5}+2x^4-x-1$$

$$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{2x-1}-3x^2+x+2;\quad\lim_{x\to+\infty}\sqrt{2x-1}-\sqrt{x+1}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{4x+1}-2\sqrt{x-1};\sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x}$$

Exercice 5 :

Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x\to0}\frac{1-\cos3x}{x\sin2x}\ et\ \lim_{x\to0}\frac{1-\cos2x}{x^2}\ et\ \lim_{x\to\frac{\pi}{6}}\frac{\tan6x}{1-2\sin x}$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\cos2x-\cos4x}{x^2}\ et\ \lim_{x\to\frac{\pi}{6}}\frac{2\sin x-1}{x-\frac{\pi}{6}}\ et\ \lim_{x\to1}\frac{\sin(\pi x)}{x-1}$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{2\cos x-\sqrt{2}}{x-\frac{\pi}{4}}\ et\ \lim_{x\to\frac{\pi}{6}}\frac{\sqrt{3}\sin x-\cos x}{x-\frac{\pi}{6}}\ et\ \lim_{x\to0^-}\frac{1-\sqrt{\cos2x}}{x^2}$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{3}}\frac{\tan x-\sqrt{3}}{\pi-3x}\ et\ \lim_{x\to0}\frac{(1-\cos x)\sin2x}{x^3}$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\sin x-\cos x}{x-\frac{\pi}{4}}\ et\ \lim_{x\to0}\frac{1-\cos(3x)}{\sin^2x}\ et\ \lim_{x\to+\infty}x\sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

Exercice 6 :

Calculer f' la dérivée de la fonction f dans chacun des cas suivants :

$$f(x)=2x^4-3x^2+\sqrt{3}\ ;\ f(x)=\left(x^3-4x^2\right)(x-2)$$

$$f(x)=\left(3x^2-1\right)^4\ ;\ f(x)=\frac{x^2+x}{2x-4}\ ;$$

$$f(x)=x-\sqrt{x^2-6x+11}\ ;$$

$$f(x)=x\sin(x)-x\tan(x)$$

$$f(x)=\sqrt{\frac{4x-3}{x-4}}\ ;\ f(x)=2\sqrt{x}-x\cos(x)$$

Exercice 7 :

Soit f la fonction définie par : $f(x)=x^3-6x^2+5x$

1- Déterminer D_f

2- a)- Etudier la dérivabilité de f en 1

b)-Déterminer l'équation de la tangente de (C_f) en $a=1$

3- a)-Calculer f' et poser son tableau de signe

b)-Déduire le tableau de variation de f

Exercice 8 :

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\frac{x^3-2x^2-x+1}{x}$

1- Déterminer D_f

2- Etudier la position relative de (C_f) et la droite $(D): y=x-2$

3- a)- Monter que : $\left(\forall x\in D_f\right): f'(x)=\frac{(x-1)\left(x^2+x+2\right)}{x^3}$

b)- Déduire le tableau de variation de f

b)- Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

c)- Calculer $\lim_{x\to 2^+} f(x)$ et $\lim_{x\to 2^-} f(x)$ puis interpréter le résultat géométriquement

2- a)- Monter que : $\left(\forall x\in D_f\right): f'(x) = \frac{(x-1)(x-3)}{(x-2)^2}$

b)- Déduire le tableau de variation de f

3- Déterminer l'équation de la tangente de (C_f) en $a = 0$

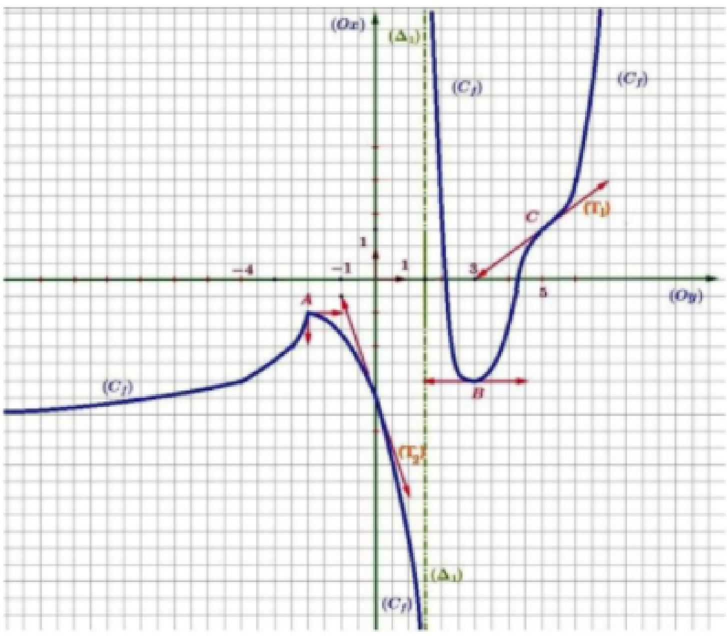
4- Montrer que $A(2; 1)$ est le centre de symétrie de (C_f)

5- Montrer que la droite d'équation $y = x - 1$ est une asymptote oblique de (C_f) au voisinage de $\pm\infty$

6- Construire (C_f)

Exercice ⑩ :

La figure ci-dessous représente la courbe d'une fonction f



En utilisant cette courbe répondre aux questions suivantes :

1- Déterminer D_f

2- Est-ce que f est dérivable en -2 ? justifier.

3- Déterminer le nombre dérivé de f à droite en 1.

4- Déterminer le nombre dérivé de f à gauche en 1.

5- Donner l'équation des deux demi-tangente de (C_f) à droite et à gauche en -2

6- Donner le tableau de variation de f en déterminant le signe de f'

7- Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$

8- Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > 0$

9- Déterminer $f'(3)$ et $f'(5)$

c)- Déterminer l'équation de la tangente de (C_f) en $a = 1$

4- Monter que : $\left(\forall x\in D_f\right): f''(x) = \frac{6-2x}{x^4}$

Exercice ⑨ :

Soit f la fonction définie par : $f(x) = x - 1 + \frac{1}{x-2}$ et (C_f) sa courbe dans un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$

Exercice ⑪ :

Soit $\left(U_n\right)$ une suite arithmétique telle que : $U_0 = 5$ et $U_5 = 15$

1) Déterminer r la raison de la suite $\left(U_n\right)$

2) Exprimer U_n en fonction de n

3) Le nombre 203 est-il un terme de la suite $\left(U_n\right)$? justifier

Calculer $S = \sum_{k=3}^{15} U_k = U_3 + U_4 + \ldots + U_{15}$

Exercice ⑫ :

Soit $\left(U_n\right)$ la suite numérique définie par :

$\{U_0 = 1\ U_{n+1} = \frac{4U_n}{2-U_n}\ (\forall n\in N)$

1- En utilisant le raisonnement par récurrence montrer que $U_n = \frac{2^{n+1}}{3-2^n}$

2- Soit $\left(V_n\right)$ une suite numérique définie par : $V_n = \frac{U_n}{2+U_n}$

a) Montrer que $\left(V_n\right)$ est une suite géométrique, en déterminant sa raison et son premier terme.

b) Exprimer V_n en fonction de n

c) Déduire U_n en fonction de n

3- Calculer $S = \sum_{k=0}^{n} V_k = \frac{2^{n+1}-1}{3}$