

CORRIGE CENTRALE PSI 09

QUELQUES ENJEUX DE LA FUSION

THERMONUCLEAIRE INERTIELLE LASER

Corrigé proposé par :

Nicole ADLOFF (nicole.adloff@wanadoo.fr)

et Marc STRUBEL (marc.strubel@wanadoo.fr)

Merci de nous faire part de vos remarques et commentaires !

Remarques sur la partie I :

En préambule de I.B. le sujet précise qu'on néglige tout phénomène de tension superficielle à l'interface : tant mieux, mais rappelons que les élèves ignorent à priori tout de la tension superficielle ! La conséquence (pression continue à l'interface) est demandée en B.14 ; on peut penser que les élèves subodoreront la réponse.

B.5. L'équation de Laplace pour le potentiel d'un écoulement incompressible irrotationnel est-elle connue de tous les élèves ? Il aurait été sage de donner cette équation.

La résolution du problème est bien guidée, mais les hypothèses nombreuses, nécessitent une bonne maîtrise de la notion d'ordre supérieur, et tendent à masquer le but initial du problème.

Enfin les questions qualitatives, nombreuses, sont souvent assez délicates.

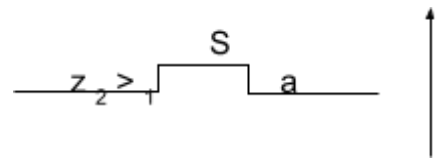
I. Instabilités thermodynamiques :

A.1. On se place dans le référentiel galiléen lié au fluide.

A.2. Cette situation est instable.

En effet considérons une petite déformation de l'interface :

La force exercée sur le petit volume de fluide de masse volumique ρ_1 et de volume $V = a.S$ est $F = (\rho_2 - \rho_1)gV > 0$; cette force déstabilise l'équilibre.



A.3. $z > 0 : P(z) = P_0 - \mu_h h z$; $z < 0 : P(z) = P_0 - \mu_b g z$

B.1. Les écoulements étant irrotationnels, il existe un potentiel des vitesses.

B.2. L'équation d'Euler s'écrit :

$$\mu \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{v} \right] = -\overrightarrow{\text{grad}} p + \mu \vec{g}$$

$$\Leftrightarrow \mu \left[\frac{\partial \overrightarrow{\text{grad}} \phi}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}} \left(\frac{v^2}{2} \right) \right] = -\overrightarrow{\text{grad}} p - \mu \overrightarrow{\text{grad}} (gz)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{v^2}{2} + \frac{p}{\mu} + gz = F(t)$$

B.3. $\phi_b = \phi_{b1} + V_b \cdot x$

B.4. Chacun des fluides étant incompressible, on a $\text{div} \vec{v} = \vec{0} \quad \text{div} \vec{v} = \vec{0}$.

$$\begin{aligned} \text{B.5. } \text{div}(\overrightarrow{\text{grad}} \phi \overrightarrow{\text{grad}} \phi_1) &= \text{div}(\overrightarrow{\text{grad}}(\phi - V \cdot x)) = \text{div}(\overrightarrow{\text{grad}} \phi \\ \overrightarrow{\text{grad}}(\phi - V \cdot x) &= \text{div}(\overrightarrow{\text{grad}} \phi) - \text{div}(V \cdot \vec{e}_x) = \text{div}(\overrightarrow{\text{grad}} \phi) = \Delta \phi = 0 \\ \text{div}(\overrightarrow{\text{grad}} \phi) &= \Delta \phi = 0 \end{aligned}$$

$$\text{B.6. } \overrightarrow{v_{vPF}} = \frac{\partial \phi_{b1}}{\partial z} \cdot \vec{e}_z \quad \overrightarrow{v_{vPF}} = \frac{\partial \phi_{b1}}{\partial z} \cdot \vec{e}_z$$

$$\begin{aligned} \text{B.7. } \overrightarrow{v_{vPF}} &= \frac{D\zeta_1}{Dt} \cdot \vec{e}_z = \frac{\partial \zeta_1}{\partial t} \cdot \vec{e}_z + (\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \zeta_1 \cdot \vec{e}_z \quad \overrightarrow{v_{vPF}} = \frac{D\zeta_1}{Dt} \cdot \vec{e}_z = \frac{\partial \zeta_1}{\partial t} \cdot \vec{e}_z + (\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \zeta_1 \cdot \vec{e}_z = \\ &\frac{\partial \zeta_1}{\partial t} \cdot \vec{e}_z + (V_b + b_{b1x}) \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} \\ &\frac{\partial \zeta_1}{\partial t} \cdot \vec{e}_z + (V_b + b_{b1x}) \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} \end{aligned}$$

B.8. On déduit des deux questions précédentes :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \phi_{b1}}{\partial z} \right)_{z=0} &= \left(\frac{\partial \zeta_1}{\partial t} \right)_{z=0} + (V_b + b_{b1x}) \left(\frac{\partial \zeta_1}{\partial x} \right)_{z=0} \quad \left(\frac{\partial \phi_{b1}}{\partial z} \right)_{z=0} = \left(\frac{\partial \zeta_1}{\partial t} \right)_{z=0} + (V_b + b_{b1x}) \left(\frac{\partial \zeta_1}{\partial x} \right)_{z=0} \\ &= \left(\frac{\partial \zeta_1}{\partial t} \right)_{z=0} + V_b \cdot \left(\frac{\partial \zeta_1}{\partial x} \right)_{z=0} + V_b \cdot \left(\frac{\partial \zeta_1}{\partial x} \right)_{z=0} \text{ au premier ordre.} \end{aligned}$$

$$\text{B.9. On a de même : } \frac{\partial \phi_{h1}}{\partial z} = \frac{\partial \zeta_1}{\partial t} + V_h \cdot \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} \quad \frac{\partial \phi_{h1}}{\partial z} = \frac{\partial \zeta_1}{\partial t} + V_h \cdot \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} \text{ au premier ordre.}$$

B.10. Les solutions ne seront valables que pour de petites perturbations.

B.11. Toute perturbation peut se décomposer grâce en somme discrète ou continue de solutions sinusoidales.

B.12. Considérons la fonction ϕ_{b1} .

$$\text{L'équation de Laplace s'écrit : } \frac{\partial^2 \phi_{b1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_{b1}}{\partial z^2} = 0.$$

$$\text{Posons } \phi_{b1}(x, z, t) = f_b(z) \cdot \exp(i(k \cdot x - \omega \cdot t))$$

$$\text{On doit alors avoir : } -k^2 \cdot f_b(z) + \frac{d^2 f_b(z)}{dz^2} = 0, \text{ d'où } f_b(z) = B_b \cdot \exp(+kz) + B'_b \cdot \exp(-kz).$$

La perturbation « basse » doit s'annuler pour $z \rightarrow -\infty$, d'où $B'_b = 0$.

$$\text{On a donc finalement : } \phi_{b1}(x, z, t) = B_b \cdot \exp[i(k \cdot x - \omega \cdot t) + k \cdot z].$$

$$\text{Le même type de calcul conduit à } \phi_{h1}(x, z, t) = B_h \cdot \exp[i(k \cdot x - \omega \cdot t) - k \cdot z].$$

B.13. Les relations obtenues en B.8. et B.9 donnent :

$$B_b = i \left(V_b - \frac{\omega}{k} \right) A ; \quad B_h = -i \left(V_h - \frac{\omega}{k} \right) A \frac{\omega}{k} A.$$

B.14. La pression est continue à l'interface car on a négligé la tension superficielle :

$$P_b(x, z=\zeta_1, t) = P_h(x, z=\zeta_1, t).$$

B.15. On utilise l'équation de Bernoulli démontrée en B.2. pour remplacer P_h et P_b :

$$\begin{aligned} \mu_b \left(F_b(t) - \frac{\partial \varphi_{b1}}{\partial t} - \frac{v_b^2}{2} - g \cdot \zeta_1 \right) &= \mu_h \left(F_h(t) - \frac{\partial \varphi_{h1}}{\partial t} - \frac{v_h^2}{2} - g \cdot \zeta_1 \right) \\ \Leftrightarrow \mu_b \left(\frac{\partial \varphi_{b1}}{\partial t} + \frac{v_b^2}{2} + g \cdot \zeta_1 \right) &= \mu_h \left(\frac{\partial \varphi_{h1}}{\partial t} + \frac{v_h^2}{2} + g \cdot \zeta_1 \right) + K(t) \end{aligned}$$

avec $K(t) = \mu_b F_b(t) - \mu_h F_h(t)$.

B.16. Les équations de Bernoulli (B.2) doivent être vérifiées en tout point pour l'écoulement non-perturbé ; F_h et F_b sont donc indépendantes du temps, et K également.

B.17. Pour l'écoulement non perturbé, on a : $\zeta_1 = 0 ; \varphi_{b1} = 0 ; \varphi_{h1} = 0$.

$$\zeta_1 = 0 ; \varphi_{b1} = 0 ; \varphi_{h1} = 0.$$

On a alors : $F_h(t) = \frac{v_h^2}{2} + \frac{p_h}{\mu_h} \frac{v_h^2}{2} + \frac{p_h}{\mu_h}$; $F_b(t) = \frac{v_b^2}{2} + \frac{p_b}{\mu_b} \frac{v_b^2}{2} + \frac{p_b}{\mu_b}$ avec $p_h = p_b$ à l'interface, d'où :

$$K = \mu_b \frac{v_b^2}{2} \frac{v_b^2}{2} - \mu_h \frac{v_h^2}{2} \frac{v_h^2}{2}.$$

$$\text{B.18. } v^2 = (\vec{V} + \vec{v}_1)^2 = V^2 + 2V \cdot v_{1x} + v_1^2 = V^2 + 2V \cdot v_{1x}$$

$$\vec{V} + \vec{v}_1)^2 = V^2 + 2V \cdot v_{1x} + v_1^2 = V^2 + 2V \cdot v_{1x} \text{ à l'ordre 1, soit :}$$

$$v^2 = V^2 + 2V \cdot \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} \frac{\partial \varphi_1}{\partial x}.$$

B.19. On remplace ζ_1 , v et ϕ_1 dans l'équation B.15 ; on obtient après calculs et simplifications :

$$\mu_h [-i\omega B_h + V_h \cdot ik B_h + g \cdot A] = \mu_b [-i\omega B_b + V_b \cdot ik B_b + g \cdot A].$$

B.20. On élimine B_h et B_b grâce à la question B.13. On obtient :

$$\begin{aligned} \mu_h \left[-\omega \left(V_h - \frac{\omega}{k} \right) \frac{\omega}{k} + V_h \cdot k \left(V_h - \frac{\omega}{k} \right) \frac{\omega}{k} + g \right] &= \mu_b \left[\omega \left(V_b - \frac{\omega}{k} \right) \frac{\omega}{k} - V_b \cdot k \left(V_b - \frac{\omega}{k} \right) \frac{\omega}{k} + g \right]. \\ \Leftrightarrow \Leftrightarrow \mu_h \left[-\frac{\omega}{k} \frac{\omega}{k} \left(V_h - \frac{\omega}{k} \right) \frac{\omega}{k} + V_h \cdot \left(V_h - \frac{\omega}{k} \right) \frac{\omega}{k} + \frac{g}{k} \right] &= \mu_b \left[\frac{\omega}{k} \frac{\omega}{k} \left(V_b - \frac{\omega}{k} \right) \frac{\omega}{k} - V_b \cdot \left(V_b - \frac{\omega}{k} \right) \frac{\omega}{k} + \frac{g}{k} \right]. \\ \Leftrightarrow \Leftrightarrow \left(\frac{\omega}{k} \right)^2 \left(\frac{\omega}{k} \right)^2 (\mu_h + \mu_b) - \left(\frac{\omega}{k} \right) \left(\frac{\omega}{k} \right) [2\mu_h \cdot V_h + 2\mu_b \cdot V_b] + [\mu_b V_h^2 + \mu_b V_b^2 + \left(\frac{g}{k} \right) \left(\frac{g}{k} \right) (\mu_h - \mu_b)] &= 0 \end{aligned}$$

Cette relation est une équation de dispersion.

B.21. La résolution de l'équation du second degré en $\frac{\omega}{k}$ donne bien après simplification la forme proposée.

C.1. La relation (1) devient : $\frac{\omega}{k} = V \pm \left(\frac{g(\mu_b - \mu_h)}{k(\mu_b + \mu_h)} \right)^{1/2}$ soit $\omega = kV \pm i \sqrt{gk \frac{\mu_h - \mu_b}{\mu_b + \mu_h}}$

C.2. Dans le référentiel en translation à $V \vec{e}_x$: $\omega = \pm i \sqrt{gk \frac{\mu_h - \mu_b}{\mu_b + \mu_h}}$ soit $\frac{i}{\tau}$.

C.3. Si ω est complexe, on a :

$$\zeta_1(x,t) = A \cdot \exp(i(kx - \omega t)) \text{ d'où } \zeta_1(x,t) = A \cdot \cos(kx) \cdot \exp(-t/\tau) + A' \cdot \cos(kx) \cdot \exp(+t/\tau)$$

L'amplitude de la perturbation croît exponentiellement en fonction du temps ; on a bien une instabilité.

C.4. L'instabilité rompt la symétrie sphérique de la coquille (terme en $\cos(kx)$) ; la coquille se sera pas vaporisée de manière uniforme.

La coquille poussée vers l'intérieur va se mélanger au mélange D-T : pollution.

D.1. Le système est stable vis-à-vis de l'instabilité de Rayleigh Taylor car $\mu_b > \mu_h$.

D.2. L'interface peut être instable si le terme sous la racine est négatif, soit :

$$\frac{g(\mu_b - \mu_h)}{k(\mu_b + \mu_h)} - \frac{\mu_h \mu_b (V_b - V_h)^2}{(\mu_b + \mu_h)^2} < 0 \Leftrightarrow k > \frac{g(\mu_b + \mu_h)^2}{\mu_h \mu_b (V_b - V_h)^2}$$

D.3. La formation de la houle, due à la différence de vitesse entre l'air (vent) et l'eau.

D.4. On doit avoir $\lambda < \lambda_c \Leftrightarrow k < 2\pi/\lambda_c$.

On doit donc finalement réaliser $\frac{g(\mu_b + \mu_h)^2}{\mu_h \mu_b (V_b - V_h)^2} < 2\pi/\lambda_c$, soit $|V_b - V_h| > \sqrt{\frac{g\lambda_c}{2\pi} \frac{\mu_b^2 - \mu_h^2}{\mu_h \mu_b}}$

D.5. En l'absence de pesanteur ($g = 0$) l'instabilité existe encore.

D.6. A la montagne près, les deux photos sont tout à fait similaires.

On est dans le cas où $\mu_b > \mu_h$; on observe donc bien une instabilité de Kelvin Helmholtz, donnant des « vagues » périodiques et « antisymétriques » par rapport à l'interface ; lorsque l'amplitude de la perturbation devient trop grande, on observe un « déferlement », comme pour des vagues.

D.7. L'instabilité traduit une différence de vitesse entre deux couches ; on a donc un fort gradient de vitesse à l'interface. L'avion sera donc soumis à sa traversée à un cisaillement important.

E.1. La colonne de plasma s'élève très rapidement, une instabilité de K-H apparaît très rapidement à sa périphérie, provoquant l'apparition de la corolle du champignon.

E.2. On peut penser que les tourbillons vont rendre l'écoulement turbulent.

E.3. Les champignons rompent la symétrie sphérique du micro-ballon.

F.1. La relation de dispersion devient : $\omega = \sqrt{gk \frac{\mu_b - \mu_h}{\mu_b + \mu_h}} \quad \omega = \sqrt{gk \frac{\mu_b - \mu_h}{\mu_b + \mu_h}}$

F.2. Cette relation montre que les ondes sont dispersives ; un exemple marin courant est la vague d'étrave observable derrière un bateau ou un canard (Centrale PC 07).

F.2. $\mu_h = \mu_{\text{air}} \sim 1 \text{ kg.m}^{-3}$; $\mu_b = \mu_{\text{eau de mer}} \sim 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$, soit $\omega = \sqrt{gk} \quad \omega = \sqrt{gk}$.

II. Origine des germes des instabilités hydrodynamiques : l'empreinte laser

Commentaire : partie très guidée, progressive, pas très difficile mais répétitive qui nécessite du soin dans les écritures. C'est un peu laborieux pour arriver en D à établir des conclusions qui ne sont pas évidentes.

II.A.1) On peut négliger la force magnétique devant la force électrique si la vitesse de la particule est très inférieure à la vitesse de la lumière dans le vide.

II.A.2) $\mathcal{E}(x, t) = f(x).g(t)$ ce qui justifie le découplage espace-temps. Ce champ n'est pas stationnaire puisqu'il dépend toujours du temps... (était-ce une référence aux ondes stationnaires ?)

II.A.3) On néglige le poids de la particule devant la force électrique, d'où :

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} e_x = q E_o \cos(\Omega t) e_x$$

II.A.4) On résout : $x(t) = -\frac{qE_o}{m\Omega^2} \cos(\Omega t) + \bar{x}$ d'où $\xi(t) = -\frac{qE_o}{m\Omega^2} \cos(\Omega t)$.

II.A.5) $F(t) = qE_o \cos(\Omega t) e_x$ donc $\xi(t)$ est en opposition de phase avec $F(t)$, quel que soit le signe de q .

II.A.6) $\langle F(t) \rangle = 0$, valeur moyenne de la fonction cos...

II.B.1) $F(t) = qE(\bar{x} + \xi, t) = q \cos(\Omega t) \cdot E(\bar{x} + \xi) = q \cos(\Omega t) \cdot \left(E(\bar{x}) + \xi \frac{dE}{dx}(\bar{x}) \right)$

II.B.2) on remplace ξ dans l'expression précédente :

$$F(t) = q \cos(\Omega t) \cdot \left(E(\bar{x}) - \frac{qE(\bar{x})}{m\Omega^2} \cos(\Omega t) \frac{dE}{dx}(\bar{x}) \right) =$$

$$q \cos(\Omega t) \cdot E(\bar{x}) - \frac{q^2 E(\bar{x})}{m\Omega^2} \cos^2(\Omega t) \frac{dE}{dx}(\bar{x})$$

II.B.3) $\langle F(t) \rangle = -\frac{q^2 E(\bar{x})}{2m\Omega^2} \frac{dE}{dx}(\bar{x}) = -\frac{q^2}{2m\Omega^2} \frac{dE^2/2}{dx}(\bar{x}) = -\frac{d}{dx} \left(\frac{q^2 E^2}{4m\Omega^2}(\bar{x}) \right)$, n'est plus nulle par la valeur moyenne de $\cos^2 \dots$

II.B.4) Pour une force colinéaire à Ox on peut définir l'énergie potentielle par $F = -\frac{dEp}{dx}$,

donc par analogie l'énergie potentielle pondératrice est $Ep(x) = \frac{q^2 (E(x))^2}{4m\Omega^2} + \text{cste.}$

II.B.5) Si $E(x)$ est croissant alors E^2 est croissant donc $F < 0$ quelle que soit le signe de q (présence de q^2), la particule se déplace donc dans le sens x décroissant.
Si $E(x)$ est décroissant alors $F > 0$ et la particule se déplace dans le sens x croissant.

II.C.1) Il s'agit de refaire le même raisonnement que précédemment en dimension 3, où $\bar{x}_j$ est la position moyenne de la particule:

$$m \begin{pmatrix} \frac{d^2 x_1}{dt^2} \\ \frac{d^2 x_2}{dt^2} \\ \frac{d^2 x_3}{dt^2} \end{pmatrix} = q \cos(\Omega t) \begin{pmatrix} E_1(\bar{x}_j) \\ E_2(\bar{x}_j) \\ E_3(\bar{x}_j) \end{pmatrix} \quad \text{d'où} \quad \begin{aligned} x_1(t) &= -\frac{qE_1(\bar{x}_j)}{m\Omega^2} \cos(\Omega t) + \bar{x}_1 = \xi_1 + \bar{x}_1 \\ x_2(t) &= -\frac{qE_2(\bar{x}_j)}{m\Omega^2} \cos(\Omega t) + \bar{x}_2 = \xi_2 + \bar{x}_2 \\ x_3(t) &= -\frac{qE_3(\bar{x}_j)}{m\Omega^2} \cos(\Omega t) + \bar{x}_3 = \xi_3 + \bar{x}_3 \end{aligned}$$

et on obtient donc par identification $\xi_i = -\frac{qE_i(\bar{x}_j)}{m\Omega^2} \cos(\Omega t)$.

II.C.2)

$$\begin{aligned} \vec{E}(\bar{x}_1 + \xi_1, \bar{x}_2 + \xi_2, \bar{x}_3 + \xi_3) &= \vec{E}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3) + \xi_1 \frac{d\vec{E}}{dx_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3) + \xi_2 \frac{d\vec{E}}{dx_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3) + \xi_3 \frac{d\vec{E}}{dx_3}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3) \\ &= \vec{E}(\bar{x}_j) + \xi_1 \frac{d\vec{E}}{dx_1}(\bar{x}_j) + \xi_2 \frac{d\vec{E}}{dx_2}(\bar{x}_j) + \xi_3 \frac{d\vec{E}}{dx_3}(\bar{x}_j) \\ \text{D'où} \quad \vec{F}(t) &= q \cos(\Omega t) \vec{E}(\bar{x}_j) + q \cos(\Omega t) \xi_1 \frac{d\vec{E}}{dx_1}(\bar{x}_j) + q \cos(\Omega t) \xi_2 \frac{d\vec{E}}{dx_2}(\bar{x}_j) + q \cos(\Omega t) \xi_3 \frac{d\vec{E}}{dx_3}(\bar{x}_j) \end{aligned}$$

et en remplaçant les ξ_i on obtient :

$$\vec{F}(t) = q \cos(\Omega t) \vec{E}(\bar{x}_j) - \frac{q^2}{m\Omega^2} \cos^2(\Omega t) \left(E_1(\bar{x}_j) \cdot \frac{d\vec{E}}{dx_1}(\bar{x}_j) + E_2(\bar{x}_j) \frac{d\vec{E}}{dx_2}(\bar{x}_j) + E_3(\bar{x}_j) \frac{d\vec{E}}{dx_3}(\bar{x}_j) \right)$$

II.C.3) Si on peut négliger l'effet du champ magnétique l'équation de Maxwell-Faraday s'écrit $\vec{\text{rot}} \vec{E} = 0$.

$$\text{II.C.4) Soit en coordonnées cartésiennes : } \begin{pmatrix} \frac{d}{dx_1} \\ \frac{d}{dx_2} \\ \frac{d}{dx_3} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{dE_3}{dx_2} - \frac{dE_2}{dx_3} \\ \frac{dE_1}{dx_3} - \frac{dE_3}{dx_1} \\ \frac{dE_2}{dx_1} - \frac{dE_1}{dx_2} \end{pmatrix} = 0 \quad \text{cqfd.}$$

II.C.5) La première coordonnée de $\vec{F}(t)$, notée $F_1(t)$ s'écrit alors :

$$F_1(t) = q \cos(\Omega t) E_1(\bar{x}_j) - \frac{q^2}{m\Omega^2} \cos^2(\Omega t) \left(E_1(\bar{x}_j) \cdot \frac{dE_1}{dx_1}(\bar{x}_j) + E_2(\bar{x}_j) \frac{dE_1}{dx_2}(\bar{x}_j) + E_3(\bar{x}_j) \frac{dE_1}{dx_3}(\bar{x}_j) \right) \quad \text{et}$$

en utilisant les relations précédentes

$$F_1(t) = q \cos(\Omega t) E_1(\bar{x}_j) - \frac{q^2}{m\Omega^2} \cos^2(\Omega t) \left(E_1(\bar{x}_j) \cdot \frac{dE_1}{dx_1}(\bar{x}_j) + E_2(\bar{x}_j) \frac{dE_2}{dx_1}(\bar{x}_j) + E_3(\bar{x}_j) \frac{dE_3}{dx_1}(\bar{x}_j) \right)$$

$$F_1(t) = q \cos(\Omega t) E_1(\bar{x}_j) - \frac{q^2}{2m\Omega^2} \cos^2(\Omega t) \left(\frac{dE_1^2}{dx_1}(\bar{x}_j) + \frac{dE_2^2}{dx_1}(\bar{x}_j) + \frac{dE_3^2}{dx_1}(\bar{x}_j) \right)$$

et de

même pour les autres coordonnées de $\langle \overset{\square}{F}(t) \rangle =$

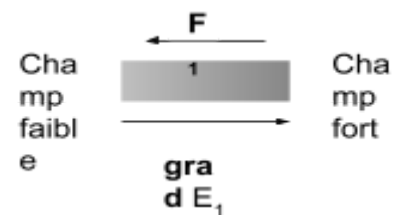
$$\begin{pmatrix} \langle F_1(t) \rangle \\ \langle F_2(t) \rangle \\ \langle F_3(t) \rangle \end{pmatrix} = -\frac{q^2}{4m\Omega^2} \begin{pmatrix} \frac{dE^2}{dx_1} \\ \frac{dE^2}{dx_2} \\ \frac{dE^2}{dx_3} \end{pmatrix} (\bar{x}_j) = -\begin{pmatrix} \frac{d}{dx_1} \\ \frac{d}{dx_2} \\ \frac{d}{dx_3} \end{pmatrix} \left(\frac{q^2 E^2}{4m\Omega^2} \right) = -\overrightarrow{grad} \left(\frac{q^2 E^2}{4m\Omega^2} \right)$$

Ce qui défini l'énergie potentielle de la force pondératrice

$$Ep = \frac{q^2 E^2}{4m\Omega^2} + cste$$

qui a la même expression à une ou trois

dimensions.



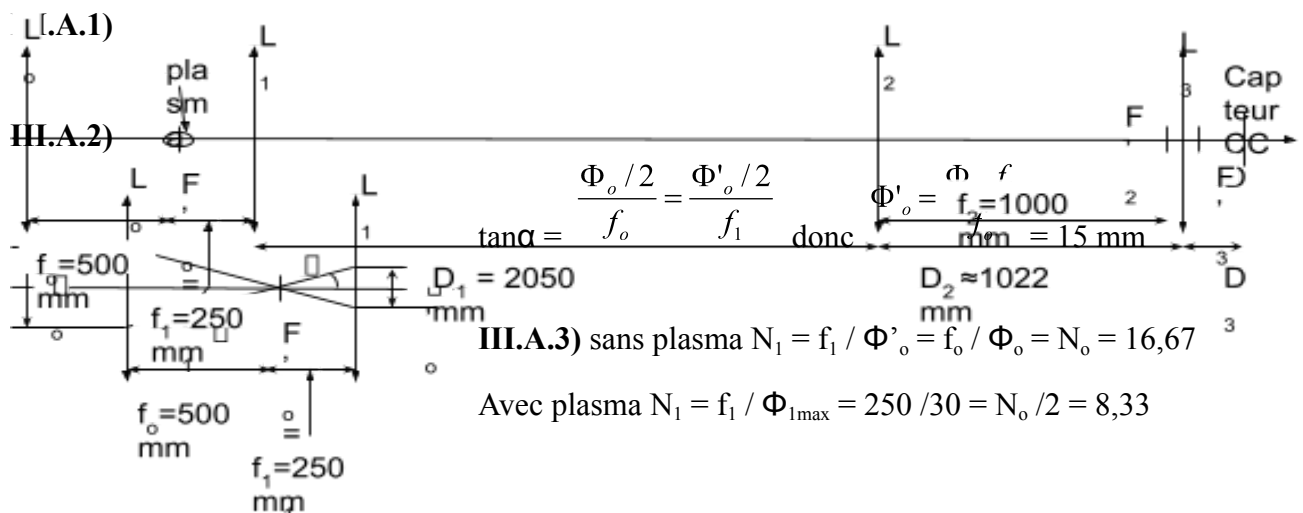
II.D.1) Dans les zones où existe un champ fort, le gradient de champ est positif, donc les particules sont repoussées de ces zones.

II.D.2) Les hétérogénéités de l'éclairement du laser vont donc causer des déplacements des particules qui composent la coquille du microballon ; ces déplacements sont à l'origine de la différence de vitesses et de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz.

III. Observation des phénomènes au sein du microballon

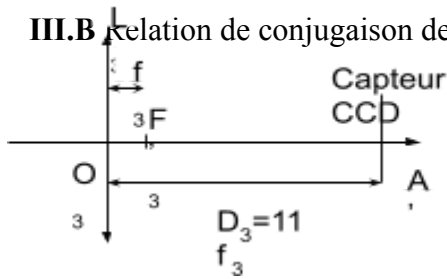
Commentaire : de l'optique géométrique qui nécessite une bonne lecture et une bonne compréhension du sujet. Les conclusions D ne sont elles non plus pas évidentes, dommage que l'on ne demande pas une exploitation des images données en fin d'énoncé.

Dans cette partie toutes les lentilles étant convergentes on suppose implicitement que les distances focales données sont les distances focales images



N_1 avec plasma $< N_0$ permet de collecter les rayons divergents, qui sortent du faisceau initial...

III.B Relation de conjugaison de Descartes :



$$\frac{1}{\overline{O_3 A'}} - \frac{1}{\overline{O_3 A}} = \frac{1}{f'_3} \text{ donc}$$

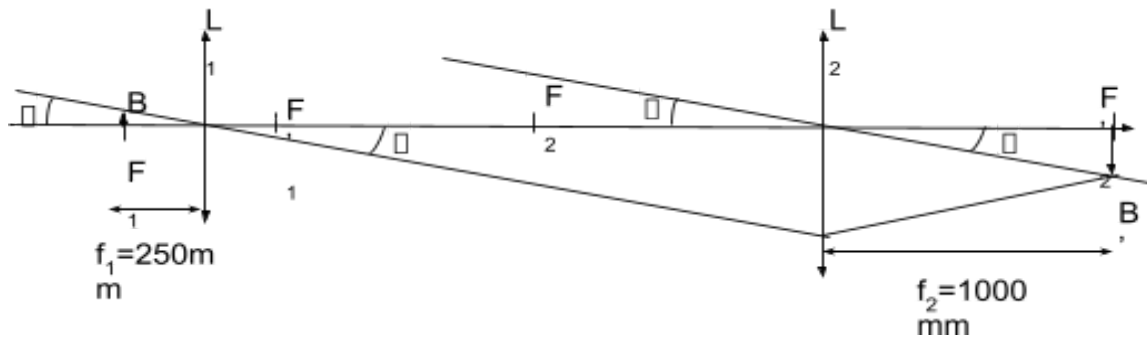
$$\frac{1}{\overline{O_3 A}} = \frac{1}{\overline{O_3 A'}} - \frac{1}{f'_3} = \frac{1}{11f_3} - \frac{1}{f_3} = -\frac{10}{11f_3} \text{ et}$$

$\overline{O_3 A} = -1,1f_3 = -18,59 \text{ mm}$ distance du plan observé avant L_3 .

$$\gamma_3 = \frac{\overline{O_3 A'}}{\overline{O_3 A}} = \frac{11f_3}{-1,1f_3} = -10$$

grandissement transverse

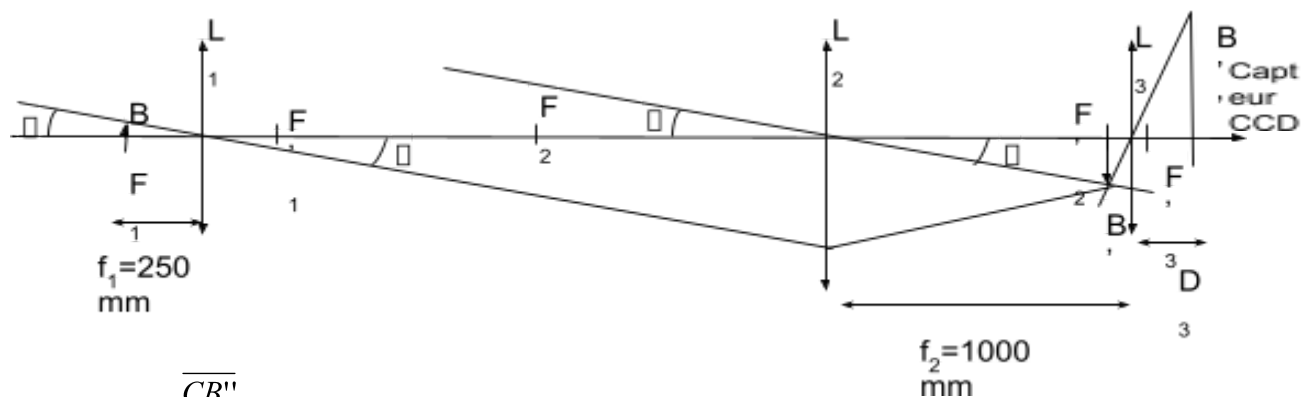
III.B.1)



$$\gamma_{12} = \frac{\overline{F'_2 B'}}{\overline{F_1 B}} \text{ or } \tan \alpha = -\frac{\overline{F_1 B}}{f_1} = \frac{\overline{F'_2 B'}}{f_2} \text{ d'où } \gamma_{12} = \frac{\overline{F'_2 B'}}{\overline{F_1 B}} = -\frac{f_2}{f_1} = -\frac{1000}{250} = -4$$

III.B.2) Y-a-t-il un bug dans cette question dans la mesure où $F'_2 B$ n'est pas dans le plan conjugué du capteur ?

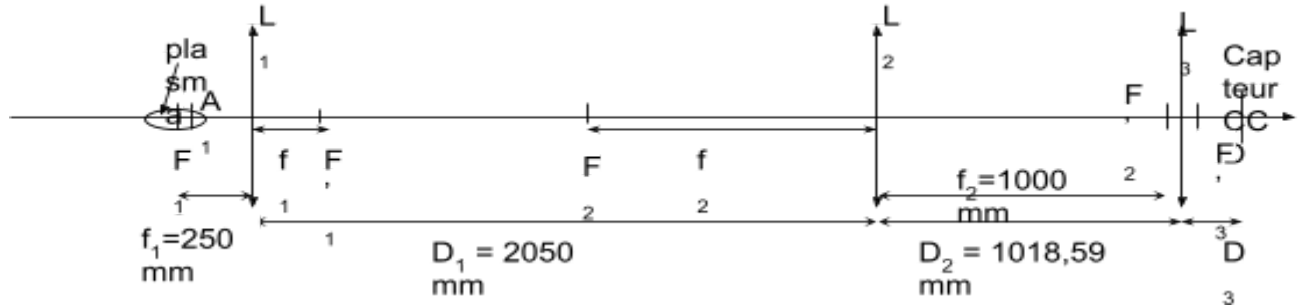
On va supposer que $D_2 = f_2 - \overline{O_3 A} = 1000 + 1,1f_3 = 1000 + 18,59 = 1018,59 \text{ mm}$, afin que $F'_2 B$ soit dans le plan conjugué du capteur.



$$\text{Donc } \gamma_{\text{total}} = \frac{\overline{CB''}}{\overline{F_1 B}} = \gamma_3 \cdot \gamma_{12} = 40$$

III.B.3) Δx_o est transverse. Soit a le côté d'un pixel. $\gamma_{\text{total}} = \frac{\Delta X}{\Delta x_o} = \frac{10.a}{\Delta x_o}$ d'où $a = 40 \mu\text{m}$.

III.C .



Soit l'objet $A_1 \xrightarrow{L_1} A' \xrightarrow{L_2} A_2$

On utilise la relation de conjugaison de Newton :

$$\overline{F'_1 A'} \cdot \overline{F_1 A_1} = -f_1^2 \text{ avec } \Delta z_o = \overline{F_1 A_1} \text{ et } \overline{F'_2 A_2} \cdot \overline{F_2 A'} = -f_2^2 \text{ avec } \Delta z_i = \overline{F'_2 A_2}$$

$$\overline{F'_1 A'} = \overline{F'_1 F_2} + \overline{F_2 A'} \text{ soit } -\frac{f_1^2}{\Delta z_o} = \overline{F'_1 F_2} - \frac{f_2^2}{\Delta z_i} \text{ d'où } \Delta z_i = \frac{f_2^2}{\overline{F'_1 F_2} + \frac{f_1^2}{\Delta z_o}} \text{ avec } \overline{F'_1 F_2} = 800\text{mm}$$

$$\text{III.C.1)} \quad \gamma_{//} = \frac{\Delta z_i}{\Delta z_o} = \frac{f_2^2}{\overline{F'_1 F_2} \cdot \Delta z_o + f_1^2} \text{ avec } \overline{F'_1 F_2} \cdot \Delta z_o \ll f_1^2 \text{ car}$$

$$\overline{F'_1 F_2} \cdot \Delta z_o \approx 800 \cdot 1 = 800\text{mm}^2 \text{ et } f_1^2 \approx 250^2 \text{mm}^2 \text{ donc } \gamma_{//} = \frac{\Delta z_i}{\Delta z_o} \approx \frac{f_2^2}{f_1^2} = 16$$

III.C.2) $\gamma_{//}$ étant toujours positif, Δz_i et Δz_o sont du même signe donc Δz_i correspond à l'arrière de l'image du plasma.

III.C.3) Si L_2 avance de d , alors F'_2 avance de d , et donc l'image du centre du plasma avance de d , puisque celle-ci est située en F'_2 .

III.C.4) Pour observer nettement une image sur le capteur CCD, il faut que l'objet se trouve

en A_3 tel que $\overline{O_3 A_3} = -18,59\text{mm}$ (question **III.B**)

Quand on a bougé L_2 , on observe toujours sur le CCD l'image de ce qui se trouve en A_3 ; vu la question précédente, c'est l'avant du plasma.

III.C.5) si $\Delta z_o = 2\text{mm}$ alors $\Delta z_i = \gamma_{//} \cdot \Delta z_o = 16 \cdot 2 = 32 \text{ mm}$.

III.D.1) Lorsque Φ_0 est grand, le nombre d'ouverture est petit ce qui augmente la profondeur de champ... (?).

III.D.2) Refroidir le capteur permet d s'affranchir du bruit thermique, et augmenter la sensibilité du capteur, on a une image plus nette.