

PROBLEME 1 THERMODYNAMIQUE

PARTIE I

1. Enthalpie : $H = U + PV$

2. (T) isobare : $P_{\text{syst}} = \text{cte}$, quasi –statique $P_{\text{syst}} = P_{\text{ext}}$,

$$\Delta H = \Delta U + P_{\text{syst}}(V_f - V_i)$$

1^{er} ppe : $\Delta U = Q + W$

travail des forces de pression : $W = - P_{\text{ext}}(V_f - V_i) = - P_{\text{syst}}(V_f - V_i)$

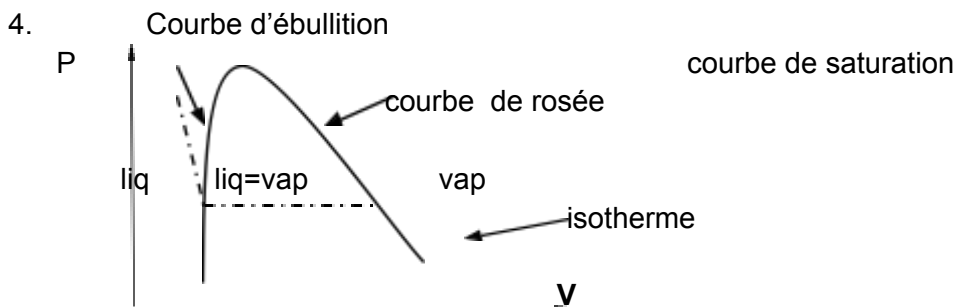
d'où $\Delta H = Q$

3. 2nd ppe : $\Delta S = S_{\text{ech}} + S_{\text{création}}$

(T) adiabatique (pas d'échange de chaleur) : $S_{\text{ech}} = 0$

(T) réversible ((T) quasi-statique constituée d'une succession d'équilibres entre le système et le milieu extérieur et telle que si on inverse le sens de l'évolution, le système repasse par les mêmes états d'équilibre) $S_{\text{création}} = 0$

on a donc $\Delta S = 0$ d'où $S = \text{cte}$, ce qui est la définition d'une (T) isentropique.

PARTIE II

A	B	C	D
Vap sat	liq	liq+vap	liq+vap
$P_2 = 10 \text{ bar}$	P_2	$P_1 = 2,50 \text{ bar}$	$P_1 = 2,50 \text{ bar}$
$T_2 = 300 \text{ K}$	$T_B = 290 \text{ K}$	$T_1 = 260 \text{ K}$	$T_1 = 260 \text{ K}$
		x_v	y_v

5. Source chaude : cuisine source froide : intérieur du réfrigérateur

6. DA adiabatique réversible donc $S_A = S_D$ d'où : $s_{v2} = y_v s_{v1} + (1-y_v) s_{L1}$ d'où $y_v = \frac{s_{v2} - s_{L1}}{s_{v1} - s_{L1}} = 0,9g$

7. $h_D = y_v h_{v1} + (1-y_v) h_{L1} = 1270 \text{ J/g}$

8. A'B : refroidissement du liquide $h_B - h_{A'} = c_l (T_B - T_2)$ avec $h_{A'} = h_{L2}$

On obtient bien $h_B = 250 \text{ J/g}$.

9. BC isenthalpique : $h_B = h_C = x_v h_{v1} + (1-x_v) h_{L1}$ d'où $x_v = \frac{h_B - h_{L1}}{h_{v1} - h_{L1}} = 0,12g$

10. a) BC et DA sont adiabatiques : $Q_{BC} = Q_{DA} = 0$

b) $Q_{AB} = h_B - h_A = -1250 \text{ J/g}$

c) $Q_{CD} = h_D - h_C = 1020 \text{ J/g}$

11. sur le cycle : $Q + W = 0$ donc $W = -(Q_{AB} + Q_{CD}) = 230 \text{ J/g}$

le fluide reçoit du travail d'un compresseur pour pouvoir décrire le cycle.

12. Efficacité $e = \frac{\text{énergie utile}}{\text{énergie coûteuse}} = \frac{\text{énergie reçue de la source froide}}{\text{énergie reçue du compresseur}} = \frac{Q_{CD}}{W}$

13. $e = 4,4$

14. BC : détente dans une canalisation dont le diamètre augmente.(détenteur isenthalpique)

PROBLEME 2 ELECTROMAGNETISME

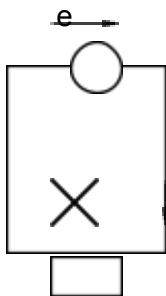
PARTIE I

1. Phénomène d'induction électromagnétique : conducteur en mouvement dans B permanent, donc création d'une fem d'induction dans la spire, donc courant induit dans le circuit fermé formé par la spire et le dipôle X (cas de Lorentz)

2. a) Loi de Faraday : $e = -\frac{d\Phi}{dt}$

Flux de B à travers la spire : $\Phi = BS \cos(\theta)$

d'où $e = BS\omega \sin(\theta)$ avec e orienté dans le sens + du schéma



la spire a une résistance et une inductance négligeables :

$$i = \frac{BS\omega}{R} \sin(\omega t)$$

2.b) puissance Joule : $P_J = Ri^2$

Puissance moyenne $\langle P_J \rangle = \frac{B^2 S^2 \omega^2}{2R}$

3. le couple électromagnétique exercé sur la spire est $\vec{M} = i \vec{S} \wedge \vec{B} = -\frac{B^2 S^2 \omega}{R} \sin^2(\omega t) \vec{e}_z$

ce couple est résistant, il faut donc exercer un couple moteur exactement opposé pour maintenir la vitesse de la spire constante (théorème de la puissance cinétique)

Puissance du couple moteur : $P_m = -\vec{M} \cdot \vec{\omega} = \frac{B^2 S^2 \omega^2}{R} \sin^2(\omega t)$

Puissance moyenne : $P_m = \frac{B^2 S^2 \omega^2}{2R}$

4. la puissance fournie par le couple moteur est exactement dissipée par effet Joule.

5. X est un condensateur : $i = C \frac{de}{dt} = CBS\omega^2 \cos(\omega t)$

6. Couple électromagnétique exercé sur la spire : $\vec{M} = i \vec{S} \wedge \vec{B} = CB^2 S^2 \omega^2 \cos(\omega t) \cdot \sin(\omega t) \vec{e}_z$

Ce couple est nul en moyenne au cours du temps. Il ne sera pas nécessaire d'exercer un couple mécanique sur la spire pour maintenir sa vitesse de rotation moyenne constante.

7. Puissance électrique instantanée $P_e(t) = ei = CB^2 S^2 \omega^3 \cos(\omega t) \sin(\omega t)$

Puissance moyenne $\langle P_e \rangle = 0$.

8. a) Le condensateur est récepteur quand $ei > 0$, soit $0 < \omega t < \pi/2$ ou $\pi < \omega t < 3\pi/2$ (modulo 2π)

l'énergie provient de l'énergie cinétique de la spire, celle-ci ralentit.

b) Le condensateur est générateur quand $ei < 0$, soit $\pi/2 < \omega t < \pi$ ou $3\pi/2 < \omega t < 2\pi$

l'énergie est fournie à la spire, celle-ci accélère.

PARTIE II

9. le flux magnétique envoyé par le solénoïde à travers la spire est proportionnel au champ magnétique créé par le solénoïde, donc au courant η : $\Phi_s = M \eta$.

D'après le sens choisi sur le schéma pour η , $\vec{B}$ a même sens que $\vec{S}$, donc M est positif.

10. Loi de Faraday, $e = -d\phi_s/dt = -M\alpha$ d'où $i = e/R = -\frac{e}{R} = -\frac{M\alpha}{R}$

Puissance Joule : $P_J = M^2 \alpha^2/R$

11. Ce courant est continu : pas de flux variable, il ne crée pas de fem induite dans le solénoïde.

12. Puissance instantanée fournie par le générateur de courant : $P_g = (R_s \eta + L \frac{d\eta}{dt}) \eta = R\alpha^2 t^2 + L\alpha^2 t$

13. Les caractéristiques de la spire n'interviennent pas dans P_g : le résultat précédent n'est pas modifié si la spire n'est pas présente.

14. En présence de la spire l'énergie magnétique emmagasinée est

$$E_m = \frac{1}{2} L \eta^2 + M \eta i = \frac{1}{2} L \alpha^2 t^2 - M^2 \alpha^2 t / R \text{ d'où } \frac{dE_m}{dt} = L \alpha^2 t - M^2 \alpha^2 / R = P_g - P_{\text{joule RS}} - P_J.$$

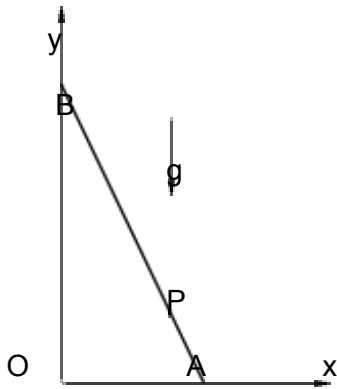
$$P_g = L \alpha^2 t - M^2 \alpha^2 / R + P_{\text{joule RS}} + P_J$$

La puissance fournie par le générateur est dissipée en partie dans R et R_s et emmagasinée en partie dans E_m . la puissance dissipée dans R_s est exactement compensée par la puissance d'inductance mutuelle.

15. Quand la spire est présente elle crée un champ magnétique opposé à celui créé par le solénoïde ($i < 0$) , l'énergie emmagasinée dans le volume (densité $B^2/(2\mu_0)$) est donc plus faible : la différence est compensée par la dissipation Joule dans R.

PROBLEME 3 MECANIQUE

PARTIE I



1.a) vecteur position $\vec{OA} = 2L \cdot \sin(\theta) \vec{i}$

1.b) vecteur position $\vec{OB} = 2L \cdot \cos(\theta) \vec{j}$

1.c) $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = 2L \cdot (\cos(\theta) \vec{j} - \sin(\theta) \vec{i})$

2.a) la barre AB étant homogène, le centre d'inertie G est au milieu de AB :

$$\vec{OG} = \frac{1}{2} \cdot (\vec{OA} + \vec{OB}) = \vec{OA} + \frac{1}{2} \vec{AB}$$

2.b) $\vec{OG} = 2L \cdot \sin(\theta) \vec{i} + L \cdot (\cos(\theta) \vec{j} - \sin(\theta) \vec{i}) = L \cdot \sin(\theta) \vec{i} + L \cdot \cos(\theta) \vec{j}$

OG = L = cte : G décrit le cercle de centre O, de rayon L.

3.a) soit P un point quelconque de AP : $r = AP$ d'où $\vec{AP} = \frac{r}{2L} \vec{AB} = r \cdot (\cos(\theta) \vec{j} - \sin(\theta) \vec{i})$

D'où $\vec{OP} = \vec{OA} + \vec{AP} = r \cdot \cos(\theta) \vec{j} + (2L-r) \sin(\theta) \vec{i}$

Soit x et y les coordonnées de P : $x = (2L-r) \sin(\theta)$ et $y = r \cdot \cos(\theta)$

3.b) x et y vérifient l'équation : $\frac{x^2}{(2L-r)^2} + \frac{y^2}{r^2} = 1$: éq d'une ellipse de centre O, d'axes Ox et Oy, de demi grand axe $2L-r$ selon Ox, de demi petit axe r selon Oy.

3.c) pour $r = L/2$, $a = 3L/2$, $b = L$ d'où la courbe

4.a) $\vec{OB} = \vec{OA} + \vec{AB}$ d'où $\vec{V}_B = \vec{V}_A - 2L \frac{d\theta}{dt} \cdot (\sin(\theta) \vec{j} + \cos(\theta) \vec{i})$

4.b) la composante de $\vec{V}_B$ sur Ox doit être nulle : $\vec{V}_A - 2L \frac{d\theta}{dt} \cdot \cos(\theta) \vec{i} = \vec{0}$ d'où $\frac{d\theta}{dt} = V / (2L \cdot \cos(\theta))$.

$$4.c) \vec{V}_B = -V \tan(\theta) \vec{j}$$

$$5.a) \text{ d'après 2.b) } \vec{V}_G = L \frac{d\theta}{dt} (\cos(\theta) \vec{i} - \sin(\theta) \vec{j})$$

$$5.b) \vec{V}_G = \frac{1}{2} V (\vec{i} - \tan(\theta) \vec{j})$$

$$6. \text{ accélération de G : } \vec{a}_G = L \frac{d^2\theta}{dt^2} (\cos(\theta) \vec{i} - \sin(\theta) \vec{j}) - L \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 (\sin(\theta) \vec{i} + \cos(\theta) \vec{j})$$

$$7.a) \vec{V}_P = \frac{d\theta}{dt} \cdot (-r \sin(\theta) \vec{j} + (2L-r) \cos(\theta) \vec{i})$$

$$7.b) \vec{V}_P = V \cdot \left(-\frac{r}{2L} \tan(\theta) \vec{j} + \left(1 - \frac{r}{2L}\right) \vec{i} \right)$$

7.c) $r = 0$ on retrouve bien la vitesse de A

$r = L$: on retrouve bien la vitesse de G

$r = 2L$: on retrouve bien la vitesse de B

PARTIE II

8 : les actions de contact en A et B étant sans frottement, $\vec{R}_A$ est portée par $\vec{j}$, $\vec{R}_B$ est portée par $\vec{i}$

la puissance de la force $\vec{R}_A$ appliquée en A est $\vec{R}_A \cdot \vec{V}_A = 0$. De même pour $\vec{R}_B$.

9.a) énergie potentielle de pesanteur : $E_p = Mgy_G$

9.b) la résultante des poids des différents éléments de la barre est $M\vec{g}$ appliquée en G

Le travail élémentaire du poids est $\delta W = M\vec{g} \cdot \vec{V}_G \cdot dt = -d(Mgy_G) = -dE_p$

d'où $E_p = mgy_G$ (référence en $y_G = 0$)

$$9.c) E_p = MgL \cos(\theta)$$

$$10.a) \text{ Energie mécanique : } E_m = E_c + E_p = \frac{MV^2}{2} + MgL \cos(\theta)$$

10.b) Th de l'énergie mécanique : la variation de l'énergie mécanique entre deux instants t et $t+dt$ est égale au travail élémentaire des forces non conservatives, ici ce travail est nul (pas de frottement), donc $E_m = \text{cte.}$ (ou le système est conservatif car les forces de frottement ne travaillent pas)

$$10.c) \text{ à } t=0 : V=0 \text{ et } \theta = 0 \text{ donc } E_m = MgL$$

$$11.a) V^2 = 2gL \cos^2\theta (1 - \cos\theta)$$

$$11.b) \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = 3g(1 - \cos\theta)/(2L)$$

11.c) on dérive l'équation précédente : $2 \frac{d\theta}{dt} \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{3g}{2L} \sin\theta \frac{d\theta}{dt}$ d'où $\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{3g}{4L} \sin\theta$

PARTIE III

$$\begin{aligned}
 12 \quad \vec{a}_G &= L \frac{d^2\theta}{dt^2} (\cos(\theta) \vec{i} - \sin(\theta) \vec{j}) - L \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 (\sin(\theta) \vec{i} + \cos(\theta) \vec{j}) \\
 &= \frac{3}{4} g \sin\theta (\cos(\theta) \vec{i} - \sin(\theta) \vec{j}) - \frac{3}{2} g (1 - \cos\theta) (\sin(\theta) \vec{i} + \cos(\theta) \vec{j}) \\
 &= g \sin\theta \left(\frac{9}{4} \cos(\theta) - \frac{3}{2} \right) \vec{i} + g \left(\frac{3}{2} \cos^2\theta - \frac{3}{4} \sin^2\theta - \frac{3}{2} \cos\theta \right) \vec{j}
 \end{aligned}$$

13. a) th de la résultante dynamique : $M \vec{a}_G = \vec{R}_A + \vec{R}_B + M\vec{g}$

13.b) : $\vec{R}_B = g \sin\theta \left(\frac{9}{4} \cos(\theta) - \frac{3}{2} \right) \vec{i}$

13.c) $\vec{R}_A = \frac{1}{4} Mg (1 - 6\cos\theta + 9\cos^2(\theta)) \vec{j}$

14. $\vec{R}_B$ s'annule pour $\theta = \arccos(2/3)$

Le contact cesse en A avant B.