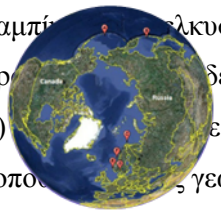
Διαστημικός ανελκυστήρας

Το 1959 ο Ρώσος μηχανικός Yuri N. Artsutanov, τροποποιώντας μια ιδέα του επίσης Ρώσου μηχανικού ρουκετών KonstantinTsiolkovsky, σκέφτηκε να κατασκευάσουμε έναν διαστημικό ανελκυστήρα, όπως στο σχήμα 1.(Το σχήμα αυτό δείχνει την κάτοψη της Γης καθώς τη βλέπουμε ακριβώς πάνω από το Βόρειο Πόλο). Δηλαδή να συνδέσουμε με νήμα ένα σημείο Σ στον Ισημερινό της Γης με έναν γεωστατικό δορυφόρο Δ. Πάνω σε αυτό το νήμα θα κινείται η καμπίνα του ανελκυστήρα. Για να διερευνήσουμε κάποιες από τις προϋποθέσεις αυτής της ιδέας:





σχήμα 1

α) Να υπολογίσετε το ύψος από την επιφάνεια της Γης που πρέπει να τοποθετηθεί ο γεωστατικός δορυφόρος.

β) Αν δεχτούμε το νήμα αβαρές(!), ποια θα είναι η τάση του νήματος; Τι συμπεραίνουμε;

γ) Η απάντηση στο ερώτημα (β) δείχνει ότι απαιτείται η τοποθέτηση ενός αντίβαρου Α. Αν τοποθετηθεί σε απόσταση $d = 100000km$ από το κέντρο της Γης,

i) Ποιο θα είναι το μέτρο της βαρυτικής έλξης της Γης στο δορυφόρο και στο αντίβαρο αν έχουν την ίδια μάζα $m = 10000kg$;

ii) Ποια θα είναι τα μέτρα των τάσεων των δύο νημάτων που θα χρησιμοποιηθούν αν θεωρηθούν αβαρή(!);

δ) Η Ιαπωνική εταιρεία Obayashi υποσχέθηκε ότι μέχρι το 2050 θα έχει κατασκευάσει το διαστημικό ανελκυστήρα. Η καμπίνα θα κινείται κατά μήκος του νήματος με σταθερή ταχύτητα μέτρου $200km/h$. Πόσο χρόνο θα χρειάζεται για να φτάσει στη γεωστατική τροχιά και στο αντίβαρο;

ε) Ένας επιβάτης του ανελκυστήρα, μάζας $m = 80kg$, καταγράφει με τη βοήθεια μιας ζυγαριάς το βάρος του. Να κάνετε τη γραφική παράσταση των μετρήσεων που θα πάρει μέχρι να φτάσει στο αντίβαρο.

στ) Το αβαρές νήμα φυσικά δεν υπάρχει. Ακριβείς υπολογισμοί δίνουν την τάση του νήματος στο γεωστατικό δορυφόρο

$$T = GM_{\Gamma}\rho\left(\frac{1}{R_{\Gamma}} - \frac{3}{2R_g} + \frac{R_{\Gamma}^{\,2}}{2R_g^{\,2}}\right)$$

όπου ρ η πυκνότητα του υλικού του νήματος και $R_g = 42600km$η ακτίνα περιστροφής του γεωστατικού δορυφόρου. χρησιμοποιηθεί νήμα από νανοσωλήνες άνθρακα, που έχει πυκνότητα περίπου $\rho = 1300kg/m^3$, ποια θα είναι η τάση που θα δέχεται ο γεωστατικός δορυφόρος πραγματικά και ποια η πίεση σε Pa που θα δημιουργείται στην εγκάρσια διατομή ανά m^2 του νήματος;

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_o=10m/s^2$ και η ακτίνα της Γης $R_Γ=6.400km$.

Απάντηση

α) Η περίοδος ενός γεωστατικού δορυφόρου, δηλαδή ενός δορυφόρου, που βρίσκεται διαρκώς πάνω από τον ίδιο τόπο του Ισημερινού, πρέπει να είναι $T = 24h = 86400s$.Αυτό σημαίνει γωνιακή ταχύτητα

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{6,28}{86400} = 7,3 \cdot 10^{-5} rad / s$$

Για να υπολογίσουμε την ακτίνα περιστροφής του δορυφόρου γύρω από τη Γη, θέτουμε την βαρυτική έλξη της Γης στο δορυφόρο ίση με την απαιτούμενη κεντρομόλο δύναμη.

$$F_g = F_K \Leftrightarrow G\frac{M_Γ m}{r^2} = m\omega^2 r \Leftrightarrow G\frac{M_Γ}{r^2} = \omega^2 r$$

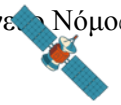
$$\Leftrightarrow r^3 = G\frac{M_Γ}{\omega^2} \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{G\frac{M_Γ}{\omega^2}} \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{g_0 R_Γ{}^2}{\omega^2}}$$

$$\Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot \left(64 \cdot 10^5\right)^2}{\left(7,3 \cdot 10^{-5}\right)^2}} \Leftrightarrow r \approx 42600km$$

δηλαδή σε ύψος $h = 42600 – 6400 = 36200km$, από την επιφάνεια της Γης.

β) Προφανώς η τάση αυτού του νήματος θα είναι μηδενική, αφού το βάρος του δορυφόρου είναι αρκετό για να δημιουργήσει την απαιτούμενη κεντρομόλο. Όμως δεν είναι δυνατόν σε ένα νήμα που έχει μηδενική τάση (δεν είναι τεντωμένο) να ανέρχεται ένας ανελκυστήρας.

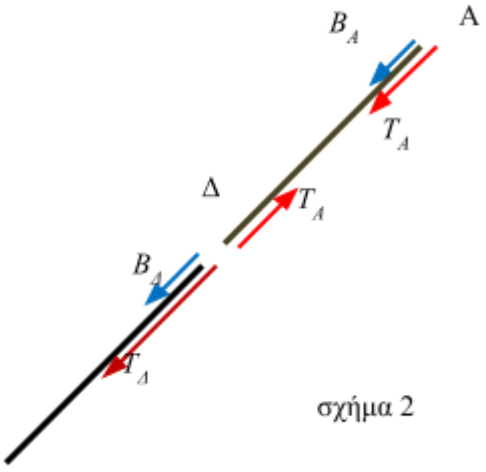
γ) i) Παίρνουμε τον τύπο που δίνει ο Νόμος της παγκόσμιας έλξης



$$B_Δ = G\frac{M_Γ m}{r^2} = \frac{g_0 R_Γ{}^2 m}{r^2} = \frac{10 \cdot (64 \cdot 10^{5})^2 \cdot 10^4}{(426 \cdot 10^5)^2} \approx 2260N$$



$$B_A = G\frac{M_Γ m}{d^2} = \frac{g_0 R_Γ{}^2 m}{d^2} = \frac{10 \cdot (64 \cdot 10^{5})^2 \cdot 10^4}{(10^8)^2} = 410N$$



σχήμα 2

ii) Για το αντίβαρο Α

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_K \Leftrightarrow T_A + B_A = m\omega^2 d \Leftrightarrow T_A = m\omega^2 d - B_A$$

$$\Leftrightarrow T_A = 10^4 \cdot (7,3 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 10^8 - 410 \Leftrightarrow T_A = 4919N$$

Για τον δορυφόρο Δ

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_K \Leftrightarrow B_\Delta + T_\Delta - T_A = m\omega^2 r \Leftrightarrow T_\Delta = m\omega^2 r + T_A - B_\Delta$$
$$\Leftrightarrow T_\Delta = 10^4 \cdot (7,3 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 426 \cdot 10^5 + 4919 - 2260 \Leftrightarrow T_\Delta = 4929N$$

δ) Η κίνηση είναι ευθύγραμμη και ομαλή με ταχύτητα μέτρου

$\upsilon = 200km/h \xrightarrow{/3,6} 55m/s$ άρα

$$\Delta t_\Delta = \frac{h_\Delta}{\upsilon} = \frac{362 \cdot 10^5}{55,5} \approx 6,5 \cdot 10^5 s \approx 7,5$$ *ημέρες*, μέχρι τη γεωστατική τροχιά και

$$\Delta t_A = \frac{h_A}{\upsilon} = \frac{936 \cdot 10^5}{55,5} = 16,8 \cdot 10^5 s \approx 19,5$$ *ημέρες*, μέχρι το αντίβαρο.

ε) Μια ζυγαριά μετράει ως «βάρος», τη δύναμη που θα παραμορφώσει το ελατήριό της. Από την ισορροπία του δίσκου έχουμε $\Sigma \vec{F} = 0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda} = N \Leftrightarrow$, δηλ ει την «δράση» $\vec{N}'$ η οποία φυσικά έχει το ίδιο μέτρο με την αντι . Αυτή την ένδειξη λαμβάνουμε ως «Βάρος».



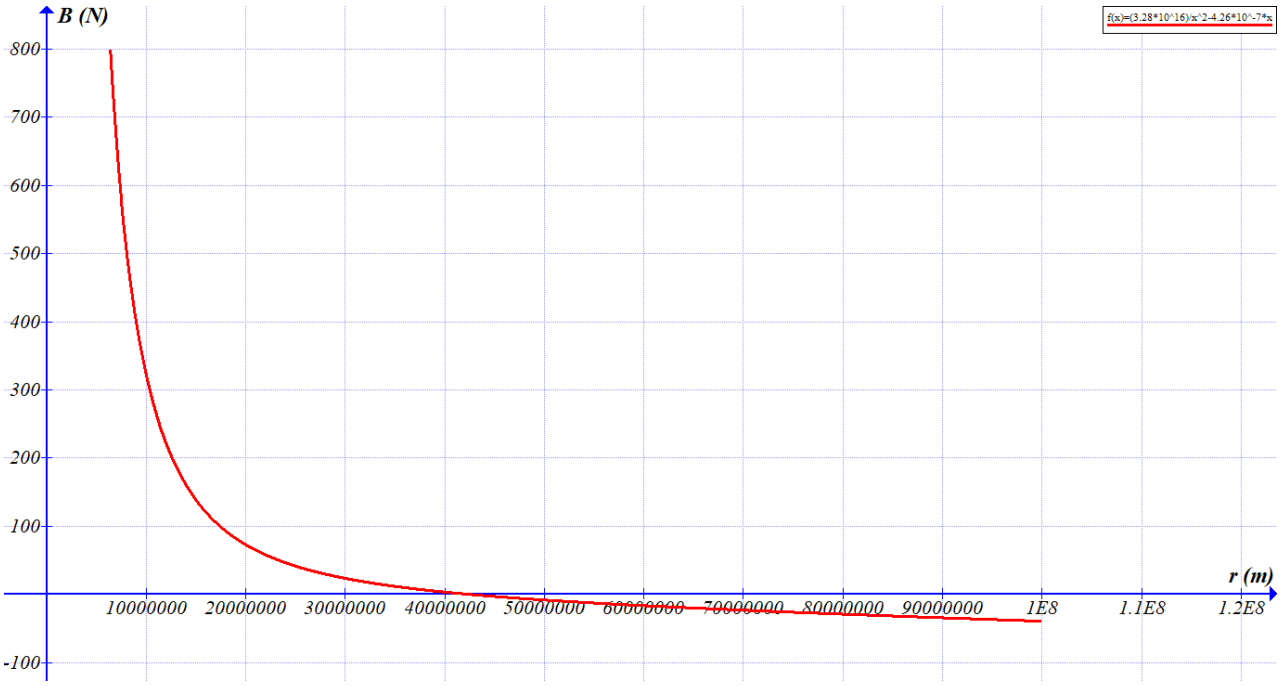
σχήμα 3

Το σώμα του επιβάτη όμως εκτελεί και κυκλική κίνηση και απαιτεί η συνισταμένη των ακτινικών δυνάμεων πάνω του να παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης. Άρα

$$\Sigma \vec{F}_R = \vec{F}_K \Leftrightarrow B - N = m \cdot \omega^2 r \Leftrightarrow N = G\frac{M_\Gamma m}{r^2} - m \cdot \omega^2 r \Leftrightarrow N = \frac{g_0 R_\Gamma{}^2 m}{r^2} - m \cdot \omega^2 r$$
$$\Leftrightarrow N = \frac{10 \cdot \left(64 \cdot 10^5\right)^2 \cdot 80}{r^2} - 80 \cdot (7,3 \cdot 10^{-5})^2 \cdot r \Leftrightarrow$$

$N = \frac{3,28 \cdot 10^{16}}{r^2} - 4,26 \cdot 10^{-7} \cdot r$ (S.I.) που $\cdot{}^5 \leq \leq \cdot{}^5$

Με τη βοήθεια του προγράμματος Graph η γραφική παράσταση είναι η παρακάτω:



Από τη γραφική παράσταση παρατηρούμε ότι ο επιβάτης θα βιώσει μια παράξενη αίσθηση βάρους, αφού μέχρι τη γεωστατική τροχιά το βάρος έχει φορά προς τα κάτω, το μέτρο του μειώνεται από *800N* σε *0N*(ακριβώς στα *42600km*) και αμέσως μετά αντιστρέφεται! Όταν φτάσει στο αντίβαρο, το βάρος θα έχει μέτρο περίπου *39,2N* και φορά προς τα «πάνω». Αυτό σημαίνει ότι το ταβάνι του θαλάμου, μετά τη διέλευση από τη γεωστατική τροχιά, θα μετατραπεί σε πάτωμα, αφού θα αλλάξει εντελώς η αίσθηση του πάνω και του κάτω για τον επιβάτη. Θα έρθουν τα πάνω …κάτω κυριολεκτικά!

στ) Με αντικατάσταση στη δοθείσα σχέση έχουμε

$$T = GM_\Gamma \rho\left(\frac{1}{R_\Gamma} - \frac{3}{2R_g} + \frac{{R_\Gamma}^2}{2{R_g}^2}\right) = g_0 {R_\Gamma}^2 \rho\left(\frac{1}{R_\Gamma} - \frac{3}{2R_g} + \frac{{R_\Gamma}^2}{2{R_g}^3}\right)$$

$$= 10\cdot\left(64\cdot 10^5\right)^2 \cdot 1{,}3\cdot 10^3 \cdot \left(\frac{1}{64\cdot 10^5} - \frac{3}{2\cdot 426\cdot 10^5} + \frac{\left(64\cdot 10^5\right)^2}{2\cdot\left(426\cdot 10^5\right)^3}\right)$$

$$\approx 64{,}6\cdot 10^9 N$$

οπότε η αντίστοιχη πίεση είναι $P\approx 64{,}6GPa$.

Σχόλια

α) Η πραγματική περίοδος περιστροφής της Γης είναι *T = 23 ώρες 56 λεπτά 4,1 δευτερόλεπτα.* Η πραγματική ακτίνα της Γης είναι $R_\Gamma = 6.378{,}137km$. Αυτές οι τιμές οδηγούν σε $r = 42.164{,}17km$για την ακτίνα περιστροφής του γεωστατικού δορυφόρου.

β) Επειδή το χρονικό διάστημα των 7,5 εβδομάδων παραμονής μέσα στο διαστημικό ανελκυστήρα, είναι μεγάλο, θα λαμβάνεται μέριμνα από την εταιρεία για τη σίτιση και τις γενικότερες σωματικές ανάγκες των επιβατών.
γ) Κατά την άνοδο το σύστημα σχεδιάζεται να τροφοδοτείται με ενέργεια από ένα ισχυρό λέηζερ στη βάση του, παράλληλα με τη χρήση ηλιακών πάνελ.
δ) Οι καιρικές συνθήκες στην περιοχή της βάσης θα είναι ένας παράγοντας που πρέπει να ληφθεί υπόψη, στην επιλογή της βάσης της κατασκευής.

Πηγές για περαιτέρω μελέτη

α) Επίσημηιστοσελίδα: InternationalSpaceElevatorConsortium: https://isec.org/
β) Μελέτητηςκατασκευής:P. K. Aravind, «The physics of the space elevator»https://ylikonet.gr/space-elevator/
γ) https://en.wikipedia.org/wiki/Space_elevator
δ) Νανοσωλήνες άνθρακα: https://en.wikipedia.org/wiki/Carbon_nanotube#Mechanical
ε) Άρθουρ Κλαρκ: «Πηγές του Παραδείσου» Εκδόσεις Κάκτος.
στ) Η πρώτη δοκιμή διαστημικού ανελκυστήρα… έστω και μίνι – Υλικό Φυσικής – Χημείας (ylikonet.gr)

Ανδρέας Ριζόπουλος