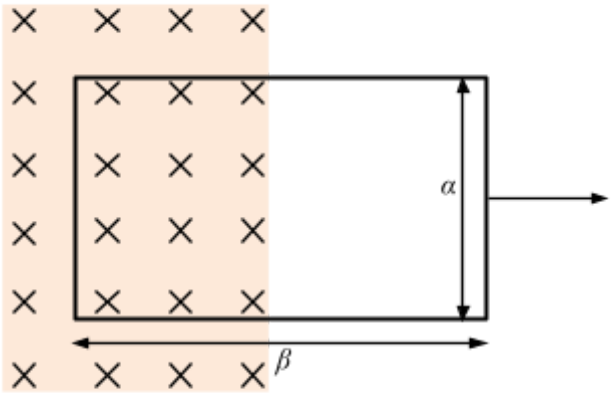
Τραβήξτε το πλαίσιο από το μαγνητικό πεδίο

Πάνω σε ένα οριζόντιο τραπέζι ηρεμεί ένα ορθογώνιο συρμάτινο πλαίσιο, διαστάσεων $\alpha = 0,4m$ και $\beta = 0,6m$. Η μάζα του πλαισίου είναι $m = 100g$ και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης που εμφανίζει με το τραπέζι είναι $\mu = 0,5$.



Κάτοψη

α) Ποιο είναι το μέτρο της οριζόντιας δύναμης $\vec{F}_1$, που απαιτείται για να κινείται το πλαίσιο με σταθερή ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 2m/s$;

Δημιουργούμε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B = 0,75T$ έτσι ώστε κάποιο μέρος του πλαισίου να βρίσκεται μέσα σε αυτό, όπως φαίνεται το σχήμα. Θέλουμε να εξάγουμε το πλαίσιο από το μαγνητικό πεδίο με την ίδια σταθερή ταχύτητα μέτρου υ.

β) Εξηγείστε γιατί θα απαιτηθεί δύναμη $\vec{F}_2$ μέτρου $F_2 > F_1$.

γ) Αν το πλαίσιο παρουσιάζει αντίσταση ανά μονάδα μήκους $R^* = 0,5\Omega/m$, βρείτε την αλγεβρική τιμή του επαγωγικού ρεύματος, που διαρρέει το πλαίσιο και εξηγείστε το πρόσημο που προκύπτει.

δ) Υπολογίστε το μέτρο F_2 της απαιτούμενης δύναμης.

ε) Να βρείτε όλους τους μετασχηματισμούς της ενέργειας ανά μονάδα χρόνου και να επαληθεύσετε την Διατήρηση της Ενέργειας.

Θεωρείστε το εμβαδικό διάνυσμα του πλαισίου, ομόρροπο της έντασης του μαγνητικού πεδίου και $g = 10m/s^2$.

Απάντηση

α) Η κάθετη αντίδραση του δαπέδου προκύπτει:

$$\Sigma \vec{F}_y = 0 \Leftrightarrow N - W = 0 \Leftrightarrow N = mg = 1N$$

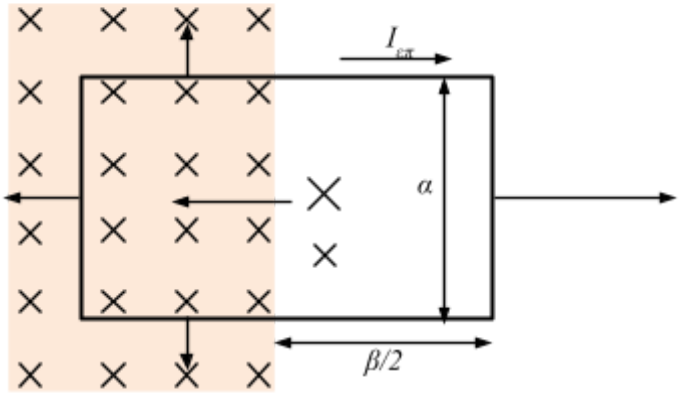
Η οριακή και η τριβή ολίσθησης έχουν μέτρο $T = \mu \cdot N = 0,5 \cdot 1 = 0,5N$.

Για να κινείται το πλαίσιο με σταθερή ταχύτητα - οποιουδήποτε μέτρου - πρέπει

$$\Sigma \vec{F}_x = 0 \Leftrightarrow F_1 - T = 0 \Leftrightarrow F_1 = T = 0,5N$$

β) Η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο μειώνεται εξαιτίας μείωσης του εμβαδού, που βρίσκεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο. Σύμφωνα με το νόμο Faraday, θα αναπτυχθεί στο πλαίσιο ΗΕΔ επαγωγής. Αυτή θα ρευματοδοτήσει το πλαίσιο. Η φορά του επαγωγικού ρεύματος θα είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα 1 ώστε, το μαγνητικό πεδίο $\vec{B}_{επ}$, που δημιουργεί το επαγωγικό ρεύμα, να έχει φορά τέτοια που να εμποδίζει τη μείωση της μαγνητικής ροής (κανόνας Lenz). Αυτό συνεπάγεται την εξάσκηση δυνάμεων Laplace στις πλευρές του πλαισίου, η συνισταμένη των οποίων θα εμποδίζει την έξοδο από το μαγνητικό πεδίο.

σχήμα 1



Κάτοψη

Στις πλευρές του πλαισίου, που έχουν τη διεύθυνση της ταχύτητας ασκούνται οι δυνάμεις $\vec{F}_{L2}$, $\vec{F}_{L3}$, που βλέπουμε στο σχήμα 1, με ίδιο - μεταβλητό - μέτρο, αλλά αντίθετη φορά, οπότε εξουδετερώνονται. Απομένει η δύναμη $\vec{F}_{L1}$ στην αριστερή πλευρά, η οποία εμποδίζει την κίνηση. Φυσικά ασκείται και η τριβή ολίσθησης, οπότε για τη σταθερότητα της ταχύτητας:

$$\Sigma \vec{F}_x = 0 \Leftrightarrow F_2 - F_{L1} - T = 0 \Leftrightarrow F_2 = T + F_{L1} > F_1$$

γ) Αν S_0 το αρχικό εμβαδό του πλαισίου, εντός του μαγνητικού πεδίου και θεωρήσουμε ότι το πλαίσιο έχει εξέλθει από το μαγνητικό πεδίο κατά x, η επιφάνεια από την οποία διέρχεται μαγνητική ροή θα έχει εμβαδό

$S = S_0 - a \cdot x$

Η ΗΕΔ επαγωγής που αναπτύσσεται στο πλαίσιο είναι:

$$E_{\varepsilon\pi} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(B\cdot S)}{dt} = -B\frac{dS}{dt} =$$
$$-B\frac{d(S_0 - a\cdot x)}{dt} = -B\frac{0 - adx}{dt} =$$
$$Ba\frac{dx}{dt} = 0,75\cdot 0,4\cdot 2 = 0,6V$$

Η αντίσταση του πλαισίου είναι

$$R = R^*\cdot L = R^*\cdot 2(\alpha+\beta) = 0,5\cdot 2(0,4+0,6) = 1\Omega$$

Το επαγωγικό ρεύμα θα είναι

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R} = \frac{0,6}{1} = 0,6A$$

Η φορά του πρέπει να είναι **ωρολογιακή** , ώστε το μαγνητικό του πεδίο $\vec{B}_{\varepsilon\pi}$, να εμποδίζει τη μείωση της μαγνητικής ροής. Με βάση όμως το εμβαδικό διάνυσμα (σχήμα 1), η θετική φορά διαγραφής του βρόχου είναι η **ωρολογιακή**.

δ) Το μέτρο της συνισταμένης δύναμης Laplace που δέχεται το πλαίσιο, όπως αποδείξαμε στο ερώτημα (β) είναι

$$F_{L1} = B\cdot I_{\varepsilon\pi}\cdot\alpha = 0,75\cdot 0,6\cdot 0,4 = 0,18N$$

Για να έχει τη σταθερή ταχύτητα **του συγκεκριμένου μέτρου**, πρέπει

$$\Sigma\vec{F}_x = 0 \Leftrightarrow F_2 - F_{L1} - T = 0 \Leftrightarrow F_2 = T + F_{L1} \Leftrightarrow F_2 = 0,5 + 0,18 \Leftrightarrow F_2 = 0,68N$$

ε) Η παρεχόμενη μηχανική ισχύς της δύναμης $\vec{F}_2$ είναι

$$P_{F2} = F_2\cdot\upsilon = 0,68\cdot 2 = 1,36W$$

Η θερμική ισχύς, που μεταφέρεται στο περιβάλλον μέσω του έργου της τριβής είναι:

$$\left|P_{T,\Theta}\right| = T\cdot\upsilon = 0,5\cdot 2 = 1W$$

Η ηλεκτρική ισχύς που αναπτύσσεται στο κύκλωμα, μπορεί να υπολογιστεί από τη γνωστή σχέση:

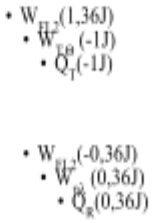
$$P_{\eta\lambda} = I_{\varepsilon\pi}{}^2 R = 0,6^2\cdot 1 = 0,36W$$

και μετατρέπεται σε θερμική ισχύ στην αντίσταση του πλαισίου.

Μπορεί να υπολογιστεί όμως και από την ισχύ της δύναμης Laplace, το έργο της οποίας ανά μονάδα χρόνου, εκφράζει ακριβώς το ποσό της μηχανικής ενέργειας που γίνεται ηλεκτρική:

$$P_{\eta\lambda} = \left|P_{F_{L1}}\right| = F_{L1} \cdot \upsilon = 0,18 \cdot 2 = 0,36W$$

Παρατηρούμε ότι τα αποτελέσματα στο ερώτημα (δ) συμφωνούν με την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας, αφού ανά δευτερόλεπτο:



Σχόλια

α) Παρατηρείστε ότι αν η δύναμη Laplace δεν αντιστεκόταν στην κίνηση, δε θα αφαιρούσε ενέργεια από την προσφερόμενη (από ό,τι ή όποιον ασκεί τη δύναμη $\vec{F}_2$), ώστε να εξηγείται η εμφάνιση ηλεκτρικής ενέργειας.

β) Αν η κίνηση ξεκινήσει από την ηρεμία θα χρειαστεί ένα μεταβατικό χρονικό διάστημα για να σταθεροποιηθεί η ταχύτητα. Η μελέτη έγινε μετά το πέρας αυτού του χρονικού διαστήματος.

γ) Επειδή μόνο στην πλευρά του πλαισίου, που βρίσκεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο και κόβει κάθετα τις δυναμικές γραμμές, αναπτύσσεται ΗΕΔ, μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε και τη σχέση $E_{\varepsilon\pi} = B\upsilon\alpha$ που ισχύει για ευθύγραμμο αγωγό.

Ανδρέας Ριζόπουλος