

"Když jeden řádek (sloupec) lze vyjádřit jako lineární kombinaci ostatních řádků (sloupců) je determinant nulový." Toto jsem si našla na jedné stránce na internetu, ale jestli to má platit, pak nechápu, jak to, že Cramerovo pravidlo funguje. Sloupec pravých stran je snad lineární kombinací sloupců matice, tak jak to? A druhý dotaz: záporně orientovaná báze, co si pod tím mám představit?

- 1) Ten výrok mluví o sloupcích jedné matice, tedy jeden z nich je LK ostatních. Sloupec pravých stran je nějaký další vektor, ten determinant neovlivňuje.
- 2) Představte si dva vektory v, w v prostoru a jejich vektorový součin. Ten dostanete podle pravidla pravé ruky, a báze $\{v, w, v \times w\}$ se pokládá za kladně orientovanou, báze $\{v, w, -v \times w\}$ za záporně orientovanou (vznikla by podle "pravidla levé ruky"). Determinant matice přechodu mezi těmito bázemi je záporný. Podobně v rovině jsou báze $\{(1,0), (0,1)\}$ a $\{(0,1), (1,0)\}$ různě orientované, jedna proti směru hodinových ručiček a druhá po směru. Ve vyšší dimenzi pravé ruce ani hodinové ručičky nemáme, takže se orientace báze definuje pomocí znaménka determinantu.

"Kolik determinantů je třeba spočítat, pokud chceme invertovat matici 4×4 ?"
Chybí mi odpověď nula.
:-)

Ako prosím vyplýva z vety 24 vzťah pre výpočet inverznej matice? Ďakujem
Je to napsáno ve skriptech hned pod důkazem té věty.

Chtěla bych se prosím blíže zeptat, co znamená subdeterminant. Děkuji.
Determinant čtvercové submatice, tj. matice vzniklé vyškrtáním nějaké množiny řádků a sloupců.

Cramerovo pravidlo se používá pro regulární matice. Jak zjistíme, že matice je regulární bez použití determinantu nebo hledání inverzní matice?
Pro výpočet Cramerovým pravidlem stejně determinant matice potřebujete, takže obvykle pomocí determinantu.

Dá sa nejak Cramerovo pravidlo využiť pri riešení diferenciálnych rovníc?
Třeba k systematickému zápisu variace konstant, viz např.
<http://tutorial.math.lamar.edu/Classes/DE/HOVariationOfParam.aspx>

Dala by se interpretace determinantu jako objemu rovnoběžnostěnu zobecnit i na jiné tvary? Nevím, jestli by to šlo, ale napadá mě, že by se to možná dalo provést zavedením parametru, na kterém by byly závislé vektory určující rovnoběžnostěn, jenž by se změnou tohoto parametru pak mohl pak měnit svou polohu a objem. Objem hledaného tvaru by se pak mohl získat integrací determinantu podle zavedeného parametru. Je to nesmysl?

Víceméně popisujete, jak funguje integrál ve více rozměrech. Máte-li například parametrizovanou plochu (třeba sféru ve 3D), pak každý infinitezimální čtvereček se zobrazí na nějaký infinitezimální rovnoběžník na ploše. Součet ploch těchto rovnoběžníků zahrnuje výpočet jejich obsahu a ten je určen jako determinant. Je to tedy integrál přes determinant nějaké matice (přesněji přes odmocninu z determinantu matice tzv. první fundamentální formy na ploše).

Dobrý den,
existuje ještě nějaká jiná aplikace determinantu než ty zmíněné ve skriptech? Děkuji
Ano, samozřejmě. Spoustu aplikací lineární algebry najdete v knížce Používáme lineární algebru, <http://www.kolej.mff.cuni.cz/~lmo275/skripta/sbirka/html/ramy.html> nebo v knížce Šestnáct miniatur Jiřího Matouška <http://kam.mff.cuni.cz/~matousek/vyuka.html> Obojí je na webu i v knihovně.

Dobrý den,
má algebraicky doplněk jiný význam než při počítání determinantu?

Myslím, že ne.

Existuje něco jako algebraický doplněk algebraického doplňku?

Pokud mají při tvorbě minoru mít I a J stejný počet prvků a zároveň je I (J) množina čísel $1 \dots n$, není pak každý minor zároveň hlavním minorem? Co nám vlastně minor v praxi říká?

Protože algebraické doplňky tvoří tzv. adjungovanou matici (pozor, tento pojem má v LA dva zcela odlišné významy), která je až na násobek rovna matici inverzní, pak můžete jako algebraický doplněk algebraického doplňku chápat prvek matice adjungované k adjungované, což bude násobek matice původní. Zkuste si rozmyslet, jaký.

Jaké řádky (sloupce) lze vynechávat? Pouze ty, které mají by se daly označit jako pivotní sloupce?

U determinantu se obvykle definují subdeterminanty vzniklé vynecháním řádků a sloupců s určitými pevnými indexy. S jejich pivotností to nemá nic společného.

Jakou roli hrál v teorii determinantu autor Alenky v říši divů?

To je pěkné, to jsem neznal:

https://en.wikipedia.org/wiki/Dodgson_condensation

Je determinant definován i na zobecnění vektorů a matic jako je například tenzor?

Tenzor není přesně chápat jako matici s více než dvěma indexy, ale pokud bychom tak učinili, určitě se nějaké zobecnění najde. Determinant je polynom v elementech matice, který je invariantní vzhledem k podobnostní transformaci, a takových polynomů, jak pro matice se dvěma, tak více indexy, lze najít mnoho. Třeba teorie řešitelnosti algebraických rovnic je vlastně úloha vyjádřit kořeny pomocí invariantních polynomů v kořenech, které jsou rovny jednotlivým koeficientům.

Jsou někde dostupné výsledky ke cvičením ve skriptech?

Většinou ne.

Keď vyškrťavam riadok a stĺpec, výslednú maticu dostávam zlepením všetkých zvyšných členov, alebo mi tú novú maticu tvorí len tá celistvá časť?

Slepením.

Můžete, prosím, ukázat dukaz, že množina $:SL(n, F) := \{A \in Mn(F) \mid \det A = 1\}$ je grupa vzhledem k násobení matic? Pripadne dekuji.

Je to úloha na cvičení, ty jsou v dropboxu včetně řešení, viz

https://www.dropbox.com/sh/k8v38lqngz8lnyt/AACX8B5bJycA-EbE2YkOpyYga/10_Determinant%20I/determinant%20I%20-%20reseni%205.pdf?dl=0

Na internetu jsem našel, že soustava rovnic $Ax=b$ se nazývá Cramerovský systém. Toto značení bylo jen asi ve 3 člancích, jedná se o používanější značení?

Nikdy jsem to neslyšel.

Není mi zcela jasné, co si mám představit pod kofaktorem a jak přesně počítat determinant z definice.

Kofaktor neboli algebraický doplněk je až na znaménko subdeterminant vzniklý vynecháním nějakého řádku a sloupce. Výpočet determinantu z definice je v Příkladu 22 a inverzní matice vyjádřená pomocí kofaktorů třeba zde:

https://www.dropbox.com/sh/k8v38lqngz8lnyt/AABWlus9PFyGH45d8mkq8dBJa/11_Determinant%20II/determinant%20II%20-%20reseni%202.pdf?dl=0

Prečo by vlastne niekto chcel počítat inverznú maticu determinantom?

Třeba proto, že je velká a má nějaké symetrie, takže je jednodušší vyjádřit její ij-tý element vzorcem, než na ni aplikovat algoritmus. Třeba matici ve cvičení 7.3.1.9.

Proč prvek inverzní matice b_{jk} je roven $(1/\det A) \cdot \text{minor} A_{kj}$ a ne $\dots \cdot \text{minor} A_{jk}$ resp že indexové označení doplňku a inverzního prvku matice odpovídá?

Protože kdyby se to definovalo obráceně, pak by se sčítalo přes dva sloupcové indexy (viz věta 24), nebylo by to maticové násobení.

Prosim o jednoduchsi vysvetleni vety 24. :(

První část tvrzení je tzv. rozvoj determinantu podle i -tého řádku. Druhá část (ta s nulou na pravé straně) pak dohromady s první částí dává formuli pro inverzní matici.

Prosím vás, mohl byste mi nějak lépe vysvětlit, co znamená "Schurův doplněk" ?

Ve cvičení 16 je Schurův doplněk definován vzorečkem a je tam tvrzení, z nějž je vidět, v čem je to "doplněk" (doplňuje determinant submatice na determinant matice).

Technická otázka: Nemá být na straně 86 ve výrazu přesně ve středu stránky $(-1)^{(n+j)}|A_{-ni}|$ na místo j náhodou i ?

Ano, to je překlep, opravím.

V 7. příklade sa Vandermondovým determinantom myslí determinant matice, ktorá je tam uvedená, resp. tak je definovaný? Čo sa myslí determinantom n -tého rádu v príklade 11 - n je rozmer matice? Kedy okrem použitia Cramerovho pravidla stačí vypočítat len niektoré prvky inverznej matice?

- 1) Ano.
- 2) Ano.
- 3) Třeba když je matice závislá na parametru a vy potřebujete její inverzní matici derivovat nebo integrovat, pak se hodí mít ji vyjádřenou vzorcem.

V jakých případech je výhodné použít Cramerovo pravidlo?

Pro 2×2 matice (např. koeficienty lineární regrese jsou tak vyjádřeny) nebo v "teorii", tj. když je v matici nějaká symetrie, struktura, systém.