

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ОДЕСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»
Навчально-науковий
ІНСТИТУТ КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ
КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ
ТЕХНОЛОГІЙ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до лабораторних занять з дисципліни
«МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ»
для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
за спеціальностями
124 – Системний аналіз
113 – Прикладна математика

Одеса: Одеська політехніка, 2025

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ОДЕСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»
Навчально-науковий
ІНСТИТУТ КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ
КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ
ТЕХНОЛОГІЙ**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до лабораторних занять з дисципліни
«МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ»
для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
за спеціальностями
124 – Системний аналіз
113 – Прикладна математика**

Затверджено
на засіданні кафедри ПМІТ
Протокол № 1 від 30.08.2024 р.

Одеса: Одеська політехніка, 2025

Методичні рекомендації до лабораторних занять з дисципліни «Математичне моделювання» для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти за спеціальністю 124 – Системний аналіз (освітньо-професійна програма: «Системний аналіз та наука про дані») та за спеціальністю 113 – Прикладна математика (освітньо-професійна програма: «Математичне забезпечення комп’ютерних систем») / Укл.: *М. В. Полякова*. – Одеса: Одеська політехніка, 2025. – 27 с.

Укладач: **Полякова М. В.**, докт. техн. наук, доц.

Методичні вказівки містять теоретичні відомості, які необхідні і достатні для роботи на лабораторних заняттях з дисципліни «Математичне моделювання».

Призначаються для студентів денної форми навчання.

ЗМІСТ

Вступ	4
Лабораторне заняття 1. Прогнозування за допомогою функцій регресії	5
Лабораторне заняття 2. Прогнози із застосуванням методу ковзного середнього	8
Лабораторне заняття 3. Прогнозування з використанням експоненціального	10
Лабораторне заняття 4. Прогнозування за допомогою метода Хольта	14
Лабораторне заняття 5. Градаційні перетворення зображень	16
Лабораторне заняття 6. Фільтрування зображень	19
Лабораторне заняття 7. Геометричні перетворення та виділення контурів зображень	22
Рекомендована література	25

Вступ

Математичне моделювання є важливим інструментом для дослідження складних систем та процесів у різних галузях науки і техніки. Використання моделей дозволяє краще розуміти поведінку об'єктів, прогнозувати їх розвиток та приймати обґрунтовані рішення. Ці методичні вказівки призначені для ознайомлення студентів з основними поняттями, принципами побудови та аналізу математичних моделей, а також набуття практичних навичок їх застосування. Вони включають теоретичний матеріал, приклади і завдання, що сприятиме глибшому засвоєнню матеріалу.

Метою лабораторних занять з дисципліни «Математичне моделювання» є опанування студентами сукупності теоретичних, методичних питань і практичного досвіду з основ математичного моделювання на основі використання сучасних програмних засобів.

Лабораторне заняття 1. Прогнозування за допомогою функцій регресії

Мета заняття: освоєння методів прогнозування за допомогою функцій регресії.

Зміст заняття: прогнозування курсів валют за допомогою функцій регресії.

Теоретичні основи

Просте ковзне середнє є швидким, але досить неточним способом виявлення загальних тенденцій часового ряду. Пересунути межу оцінки майбутнього тимчасової осі можна за допомогою однієї з функцій регресії Excel.

Кожен із методів регресії оцінює взаємозв'язок фактичних даних спостережень та інших параметрів, які найчастіше є показниками того, коли було зроблено ці спостереження. Це може бути як числові значення кожного результату спостереження у часовому ряду, і дата спостереження.

Використання функції робочого листа ТЕНДЕНЦІЯ - це найпростіший спосіб обчислення регресійного аналізу. Припустимо, результати ваших спостережень внесені до осередків A1:A10, а дні місяця розташовані в осередках B1:B10. Виділіть осередки C1:C10 і введіть таку формулу, використовуючи формулу масиву:

ТЕНДЕНЦІЯ (A1: A10; B1: B10)

Щоб ввести формулу масиву, натисніть <Ctrl+Shift+Enter>.

Згадувалося, що регресивний аналіз дозволяє проводити перспективну оцінку віддаленого майбутнього. Застосовуючи дані робочого листа, введіть в комірку B11 число 11, а в комірку C11 наступне:

= ТЕНДЕНЦІЯ (A1: A10; B1: B10; B11)

Перший аргумент – A1:A10 – визначає дані спостережень базової лінії (відомі-значення-у); другий аргумент - B1: B10 - визначає часові моменти, в які ці дані були отримані (відомі-значення-х). Значення 11 у осередку B11 є новим значенням-х і визначає час, який пов'язується з перспективною оцінкою.

Ввівши в комірку B11 більше значення, ви зможете прогнозувати дані пізнішого часового моменту, ніж наступного за поточним. Число 24, введене в комірку B11, визначатиме двадцять четвертий місяць. Виконуючи обчислення за допомогою функції тенденція, отримуємо результат, який відображатиме прогнозований обсяг продажів, отриманий на основі фактичних результатів спостережень.

Крім того, існує можливість одночасного прогнозування даних для кількох нових часових моментів. Наприклад, введіть числа 11-24 в комірки B11: B24 а потім виділіть комірки C11: C24 і введіть за допомогою формули масиву наступне: {=ТЕНДЕНЦІЯ (A1: A10; B1: B10; B11: B24)}.

Excel поверне в осередки C11:C24 прогноз на тимчасові моменти з 11 по 24. Цей прогноз базуватиметься на зв'язку між даними спостережень базової лінії діапазону A1:A10 та тимчасовими моментами базової лінії з 1 по 10, зазначеними в осередках B1:B10.

Функція ТЕНДЕНЦІЯ обчислює прогнози, засновані на лінійному зв'язку між результатом спостереження та часом, коли це спостереження було зафіксовано. Однак, якщо лінія різко згинається в одному з напрямків, це означає, що взаємозв'язок показників носить нелінійний характер. Існує велика кількість типів даних, які змінюються в часі нелінійним способом. Деякими прикладами таких даних є обсяг продажу нової продукції, приріст населення, виплати за основним кредитом та коефіцієнт питомого прибутку. У разі нелінійного зв'язку функція Excel РОСТ допоможе вам отримати більш точну картину пряму розвитку вашого бізнесу, ніж функція ТЕНДЕНЦІЯ.

Контрольний приклад

Уявимо, що менеджер із закупівель відділу "Soft-поштою" нещодавно розіслав клієнтам

каталог, що рекламує нову програму, що отримала дуже високу оцінку експертів. Менеджер вважає, що слід заздалегідь замовити додаткову кількість екземплярів, щоб не опинитися в ситуації, коли CD з програмою закінчатся раніше, ніж перестануть приходити заявки на неї, менеджер почав відслідковувати щоденні замовлення на програмний продукт та реєструвати обсяги продажу.

Розв'язання задачі (спосіб 1)

Оскільки лінія наявних товарів різко згинається вгору, менеджер приймає рішення скласти прогноз з використанням функції РОСТ (рис. 1.1). Як і під час використання функції ТЕНДЕНЦІЯ, користувач у разі може генерувати прогнози, просто підставляючи нові значення-х. Щоб прогнозувати результати 11-13 тижнів, слід ввести ці числа в осередки B12: B14, а потім за допомогою формули масиву в діапазон осередків C2: C14 ввести: {= РОСТ (B2: B11; A2: A11; A2: A14)} .

2	1	1	-21,3272727	0,948117			
3	2	1	-9,18787879	1,671967			
4	3	4	2,951515152	2,94845			
5	4	5	15,09090909	5,199477			
6	5	10	27,23030303	9,169077			
7	6	19	39,36969697	16,16931			
8	7	34	51,50909091	28,51396			
9	8	55	63,64848485	50,28326			
10	9	84	75,78787879	88,67258			
11	10	120	87,92727273	156,3707			
12	11		100,0666667	275,7536			
13	12		112,2060606	486,2809			
14	13		124,3454545	857,5375			
15							

Рисунок 1.1 - Використання функцій РОСТ та ТЕНДЕНЦІЯ

Розв'язання задачі (спосіб 2)

Ви можете обчислити лінійний або поліноміальний тренд, виконавши такі дії.

1. Перейдіть до базової лінії.
2. Виберіть Вставка→Графік.
3. Клацніть правою кнопкою миші на ряді даних діаграми і з контекстного меню виберіть команду Додати лінію тренда.
4. У діалоговому вікні Формат лінії тренда (рис. 1.2) виберіть лінію тренда Лінійна. Якщо тренд поліноміальний, виберіть лінію тренда Поліноміальна, а потім необхідний ступінь за допомогою лічильника Ступінь.
4. У полі Прогноз введіть кількість бажаних періодів, протягом яких лінія тренду прокладатиметься вперед.
5. Натисніть кнопку Закрити.

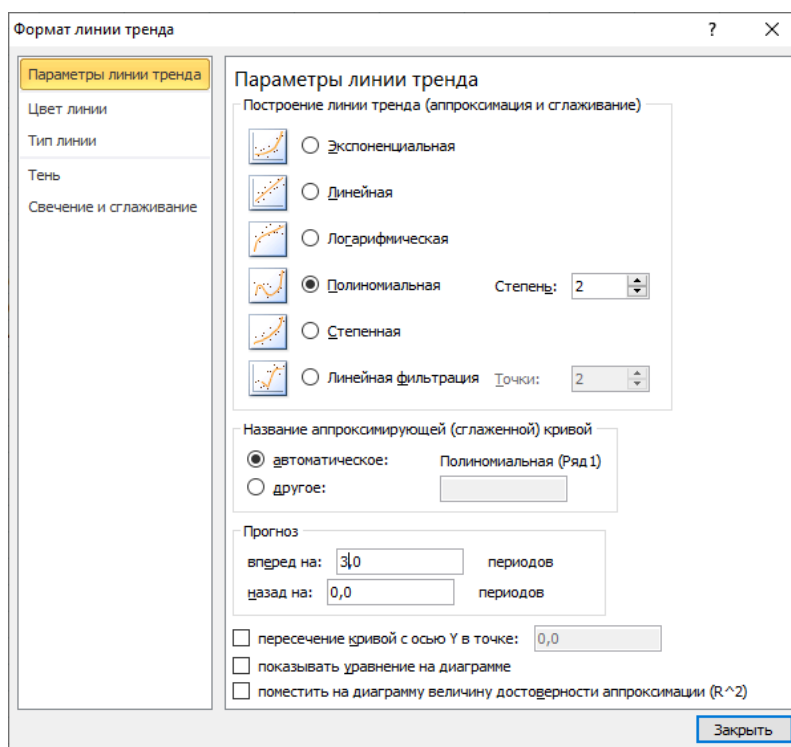


Рисунок 1.2 - Діалогове вікно побудови лінії тренду на графіку

Завдання для виконання роботи

Побудувати базову лінію, використовуючи дані про курс валют та акцій із сайту <https://www.investing.com/currencies/> згідно з Вашим індивідуальним варіантом (табл. 1.1). Базова лінія має містити щонайменше 30 спостережень. Виконати прогнозування на 3, 5 часових періодів з використанням лінійного, логарифмічного трендів та поліноміального тренду ступеня 2.

Таблиця 1.1 - Варіанти завдань на лабораторну роботу

№ варіанта	Посилання на сайт
1	https://www.investing.com/currencies/gbp-usd-historical-data
2	https://www.investing.com/currencies/eur-usd-historical-data
3	https://www.investing.com/currencies/usd-jpy-historical-data
4	https://www.investing.com/currencies/usd-chf-historical-data
5	https://www.investing.com/currencies/aud-usd-historical-data
6	https://www.investing.com/currencies/usd-cad-historical-data
7	https://www.investing.com/currencies/nzd-usd-historical-data
8	https://www.investing.com/currencies/usd-zar-historical-data
9	https://www.investing.com/currencies/usd-try-historical-data
10	https://www.investing.com/currencies/usd-mxn-historical-data
11	https://www.a.investing.com/currencies/usd-pln-historical-data
12	https://www.investing.com/currencies/usd-sek-historical-data
13	https://www.investing.com/currencies/usd-sgd-historical-data
14	https://www.investing.com/currencies/usd-dkk-historical-data
15	https://www.investing.com/currencies/usd-nok-historical-data
16	https://www.investing.com/currencies/usd-ils-historical-data
17	https://www.investing.com/currencies/usd-huf-historical-data
18	https://www.investing.com/currencies/usd-czk-historical-data
19	https://www.investing.com/currencies/usd-thb-historical-data

Контрольні питання

1. Що таке регресійний аналіз і для чого він використовується в Excel?
2. Які типи функцій регресії можна побудувати в Excel?
3. Які основні кроки побудови регресійної моделі в Excel?
4. Які статистичні показники оцінюють якість побудованої регресії?
5. Що таке коефіцієнти регресії та як їх інтерпретувати?
6. Як у Excel побудувати лінію тренду і що вона відображає?
7. Які функції Excel використовують для прогнозування на основі регресії?
8. Як оцінити статистичну значущість моделі регресії в Excel?
9. Як за допомогою Excel передбачити майбутні значення змінної?
10. Які типи ліній тренду можна використовувати для прогнозування в Excel?

Лабораторне заняття 2. Прогнози із застосуванням методу ковзного середнього

Мета заняття: освоєння методів прогнозування за допомогою ковзного середнього.

Зміст заняття: прогнозування курсів валют за допомогою ковзного середнього.

Теоретичні основи

Метод ковзного середнього застосовувати досить нескладно, проте він дуже простий для створення точного прогнозу. При використанні цього методу прогноз будь-якого періоду є не що інше, як отримання середнього показника кількох результатів спостережень часового ряду.

Щоб визначити, скільки спостережень бажано включити в середнє ковзне, потрібно виходити з попереднього досвіду і наявної інформації про набір даних. Необхідно витримувати рівновагу між підвищеним відгуком ковзного середнього на кілька найсвіжіших спостережень і великою мінливістю цього середнього.

Контрольний приклад

Припустимо, ви менеджер відділу обслуговування клієнтів фірми, що спеціалізується на розробці програмного забезпечення. Днями ви отримали від співробітниці повідомлення електронною поштою, в якому вона повідомила вас, що останнім часом їй постійно дзвонять клієнти зі скаргами на нові програми вашої фірми. Ви просите її зареєструвати всі скарги, що надходять протягом двох тижнів та повідомити вам результати.

Отриманий після закінчення цього часу звіт включає щоденну кількість дзвінків зі скаргами на конкретний програмний продукт. Ці дані ви вводите в робочий лист Excel, розташувавши їх у осередках A2: A11 (рис. 2.1). Необхідно зрозуміти, чи існує певна тенденція надходження скарг.

2	10	
3	11	
4	10	
5	12	10,33333333
6	13	11
7	13	11,66666667
8	13	12,66666667
9	10	13
10	16	12
11	17	13
12		14,33333333
13		16,5
14		17
15		

Рисунок 2.1 - Вид базової лінії та прогнозних значень

Розв'язання задачі (спосіб 1)

Ви створюєте на основі середніх даних про отримані дзвінки ковзне середнє і вирішуєте скористатися триденним ковзним середнім. Ковзне середнє за менший період може не відобразити тенденцію, а за більш тривалий період занадто згладить її. Одним із способів створення ковзного середнього в Excel є пряме введення формули. Таким чином, щоб отримати триденну ковзну середню кількість телефонних дзвінків, ви вводите **=СРЗНАЧ(A2:A4)** комірку B5, а потім за допомогою засобу Автозаповнення копіюєте та вставляєте цю формулу в комірки B6: B14.

Розв'язання задачі (спосіб 2)

Іншим способом застосування ковзного середнього є використання надбудови Пакет аналізу. Встановити цю надбудову можна в такий спосіб. (Для цього завдання використовуються дані попереднього прикладу).

1. Виберіть Файл->Параметри->Налаштування. Натисніть кнопку Перейти. Встановіть прапорець Пакет аналізу та клацніть на кнопці ОК.
2. У разі потреби активізуйте робочий лист, який містить дані про вашу базову лінію.
3. У меню Файл ви виявите нову команду Аналіз даних (Data Analysis). Виберіть команду Аналіз даних (Data Analysis).
4. З'явиться діалогове вікно Аналіз даних (Data Analysis), де містяться всі доступні функції аналізу даних. Виберіть зі списку інструмент аналізу Ковзне середнє (Moving Average) і клацніть на кнопці ОК.
5. З'явиться діалогове вікно - Ковзне середнє (Moving Average).
6. У полі Вхідний інтервал (Input range) введіть дані про всю вашу базову лінію або вкажіть діапазон у робочому аркуші, посилання на нього з'явиться в цьому полі.
7. У полі Інтервал (Interval) введіть кількість місяців, які хочете включити до підрахунку ковзного середнього.
8. У полі введення Вихідний інтервал (Output range) введіть адресу комірки, з якої хочете розпочати вихід (або просто клацніть на цьому комірці в робочому аркуші). Натисніть кнопку ОК.

Excel виконує замість вас роботу з внесення значень у формулу для обчислення ковзного середнього. Значення ковзного середнього починаються зі значень #Н/Д, які дорівнюють значенню вказаного вами інтервалу мінус один.

Розв'язання задачі (спосіб 3)

Ви можете змінити форму представлення інформації, створивши графік, в якому дані базової лінії використовуються для того, щоб продемонструвати лінію тренду ковзного середнього. Цей метод найчастіше зручніше, ніж використання надбудови.

Можете обчислити ковзне середнє, виконавши такі дії.

1. Перейдіть до базової лінії.
2. Виберіть Вставка->Графік.
3. Клацніть правою кнопкою миші на ряді даних діаграми і з контекстного меню виберіть команду Додати лінію тренда.
4. У діалоговому вікні Формат лінії тренду виберіть лінію тренда Лінійна фільтрація, а потім — необхідні періоди за допомогою лічильника Точки. Період — це кількість спостережень, що включається до будь-якого обчислення ковзного середнього (рис. 2.2).
5. Натисніть кнопку Закрити.

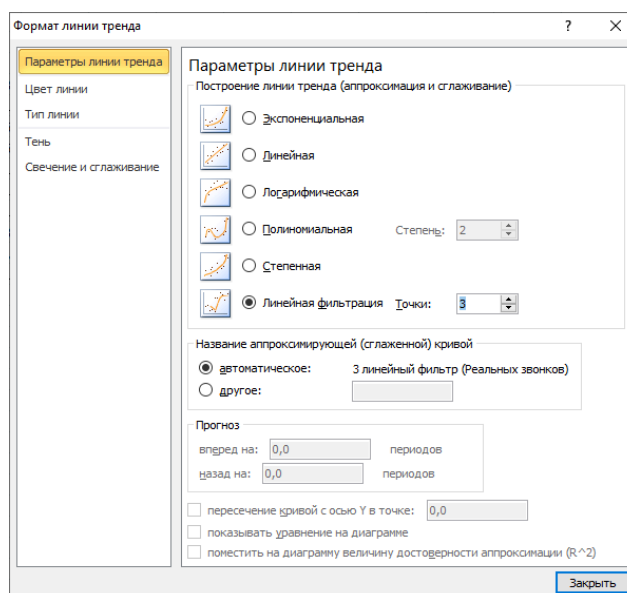


Рисунок 2.2 - Діалогове вікно побудови лінії тренду на графіку

Перші кілька показників ковзного середнього відсутні з тієї ж причини, з якої пакет аналізу Змінне середнє повертає замість цих показників #Н/Д. Справа в тому, що ковзне середнє, що включають дані трьох попередніх спостережень, не може бути обчислено до тих пір, поки не буде закінчено спостереження за третім періодом.

Завдання для виконання роботи

Побудувати базову лінію, використовуючи дані про курс валют та акцій із сайту <https://www.investing.com/currencies/> згідно з Вашим індивідуальним варіантом (табл. 1.1). Базова лінія має містити щонайменше 30 спостережень. Виконати прогнозування за допомогою ковзного середнього за 3, 5, 7 часових періодів з використанням функції, надбудови та лінії тренду на графіку.

Контрольні питання

1. Що таке ковзне середнє і навіщо його використовують у прогнозуванні?
2. Які типи ковзного середнього існують (просте, зважене, експоненціальне)?
3. Як розрахувати просте ковзне середнє для часових рядів?
4. Що таке центроване ковзне середнє і для чого воно потрібне?
5. Як можна використовувати ковзне середнє для виявлення тенденцій у часі?
6. Які переваги і обмеження методу ковзного середнього у прогнозуванні?
7. Як оцінити точність прогнозу, отриманого методом ковзного середнього?
8. Як застосовувати сезонні індекси разом з ковзним середнім для сезонного прогнозування?
9. Які кроки виконуються при побудові прогнозу за методом ковзного середнього в Excel?
10. Як змінюється вигляд графіка при різних періодах ковзного середнього?

Лабораторне заняття 3. Прогнозування з використанням експоненціального згладжування

Мета заняття: освоєння методів прогнозування за допомогою експоненціального згладжування.

Зміст заняття: прогнозування курсів валют за допомогою експоненціального

згладжування.

Теоретичні основи

Крім методу ковзного середнього для усунення коливань даних використовується метод експонентного згладжування. Кожне згладжене значення розраховується шляхом поєднання попереднього згладженого значення та поточного значення часового ряду. У цьому випадку поточне значення часового ряду зважується з урахуванням константи, що згладжує. Розрахунок проводиться у разі формуле:

$$St = ayt + (1-a) St_{-1},$$

де St - значення експоненційної середньої в момент часу t ;

a - Параметр згладжування, $a = \text{const}$, $0 < a < 1$;

yt – поточне значення часового ряду;

St_{-1} – попереднє значення експоненційної середньої

Контрольний приклад

Використовуючи дані про обсяги продажу на одному з підприємств хімічної промисловості за 2005-2019 роки (рис. 3.1), необхідно згладити цей часовий ряд і зробити прогноз на наступний рік.

Розв'язання задачі (спосіб 1)

У комірку C2 просто переносимо значення 2005 року, оскільки невідоме попереднє значення обсягу продажу. Введемо в комірку C4 таку формулу:

$$=0,1*B3+0,9*C3 \text{ (результат: 165,00)}.$$

У діапазон осередків C5:C17 скопіюємо цю формулу (рис. 3.1).

Оскільки значення параметра можуть змінюватися від 0 до 1, приймемо спочатку мінімальне значення параметра згладжування, що дорівнює 0,1. Однак при цьому виникають певні складнощі. Основний недолік полягає в тому, що між змінами у вихідному ряду значень та відповідними змінами у ряді згладжених значень відзначається лаг (або запізнення). Так, бачимо, що аналізовані дані демонструють висхідний тренд обсягу продажів. Проте ковзні середні «повільно» позначають тренд – усі згладжені значення протягом останніх п'яти років перебувають під фактичними значеннями обсягу продажів.

Загалом, що менше значення a , тим менше воно чутливе до змін тренда у цьому часовому ряду. Щоб вирішити цю проблему, ми можемо взяти більше значення. Розглянемо, наприклад, значення константи, що згладжує $a=0,3$. На рис. 3.1 у стовпці D наведені згладжені значення, розраховані за цією константою.

2	2005	170		
3	2006	120	170	170
4	2007	105	165	155
5	2008	156	159	140
6	2009	189	158,7	144,8
7	2010	107	161,73	158,06
8	2011	167	156,257	142,742
9	2012	205	157,3313	150,0194
10	2013	178	162,09817	166,51358
11	2014	156	163,688353	169,959506
12	2015	189	162,9195177	165,7716542
13	2016	235	165,5275659	172,7401579
14	2017	203	172,4748093	191,4181106
15	2018	267	175,5273284	194,8926774
16	2019	239	184,6745956	216,5248742
17			190,107136	223,2674119

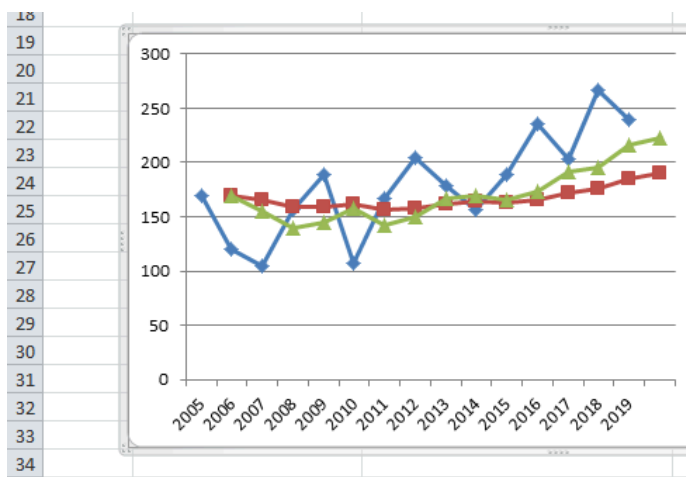


Рисунок 3.1 - Ряд значень, отриманих при константі, що згладжує, $a=0,3$; більш точно характеризує зміна фактичних даних, але менш згладжений, тобто сильніше відображає коливання в порівнянні з рядом, отриманим при константі, що згладжує $a = 0,1$.

Введемо в комірку D4 таку формулу:

$=0,3*B3+0,7*D3$ (Результат: 155,00),

і скопіюємо цю формулу до інших осередків стовпця D.

При аналізі розбіжностей результатів застосування двох констант, що згладжують, при виділенні тренда слід звернути увагу на два моменти.

По-перше, тимчасове зрушення, яке очевидне при $a = 0,1$, набагато менш виражений при $a = 0,3$. В цілому, чим більше значення при обчисленні згладжених значень, тим більш чутливі до змін в останніх значеннях часового ряду. Тобто в цьому випадку згладжені значення відстають від значень тимчасового ряду не настільки сильно, як це відбувається при менших значеннях константи, що згладжує.

Цей фактор не грає жодної ролі, якщо відсутня істотна зміна у загальному тренді часового ряду. Однак він вкрай важливий при складанні прогнозів, коли відзначається сходження або сходження загального тренду тимчасового ряду.

По-друге, необхідно враховувати те, що при нижчих значеннях досягається більше згладжування даних, а це дозволяє виділяти тренд з більшою точністю. Ряд значень, отриманих при згладжуючій константі $a = 0,3$, при відносній згладженості все ж таки виявляє набагато більше відхилень, ніж ряд, отриманий при $a = 0,1$.

Для кожного конкретного випадку доведеться вибирати найбільш прийнятне значення константи, що згладжує. Мале значення призводить до більшого згладжування значень, а велике значення точніше відбиває зміни тренда. У більшості випадків значення константи, що згладжує, лежить в межах від 0,1 до 0,3, проте в ряді випадків можливе використання й інших значень a , що знаходяться поза цим діапазоном.

Розв'язання задачі (спосіб 2)

Ексел безпосередньо підтримує засіб Експонентне згладжування у надбудові Пакет аналізу. Встановити цю надбудову можна в такий спосіб.

1. Виберіть Файл->Параметри->Налаштування. Натисніть кнопку Перейти. Встановіть прапорець Пакет аналізу та клацніть на кнопці ОК.

2. У разі потреби активізуйте робочий лист, який містить дані про вашу базову лінію.

3. У меню Файл ви виявите нову команду Аналіз даних (Data Analysis). Виберіть команду Аналіз даних (Data Analysis).

4. З'явиться діалогове вікно Аналіз даних (Data Analysis), де містяться всі доступні функції аналізу даних. Виберіть із списку інструмент аналізу Експонентне згладжування (Exponential Smoothing) і клацніть на кнопці ОК.

5. З'явиться діалогове вікно - Експонентне згладжування (Exponential Smoothing) (рис. 7.2).

6. У полі Вхідний інтервал (Input range) введіть дані про всю вашу базову лінію або вкажіть діапазон у робочому аркуші, посилання на нього з'явиться в цьому полі.

7. Фактор згасання (Damping factor) – це показник, який розраховується як різниця між 1 і параметром згладжування α . Для випадку при константі, що згладжує, $\alpha = 0,3$ фактор загасання дорівнює 0,7 (1–0,3).

8. У полі введення Вихідний інтервал (Output range) введіть адресу комірки, з якої хочете розпочати вихід (або просто клацніть на цьому комірці в робочому аркуші). Натисніть кнопку ОК.

9. Засіб Експонентне згладжування не вимагає заповнення всіх опцій (наприклад, не обов'язковими є опції Мітки (Chart Output) та Стандартні похибки (Standart Errors)).

Значення експоненційного згладжування починаються зі значень #Н/Д, які дорівнюють значенню вказаного вами інтервалу мінус один (рис. 3.3).

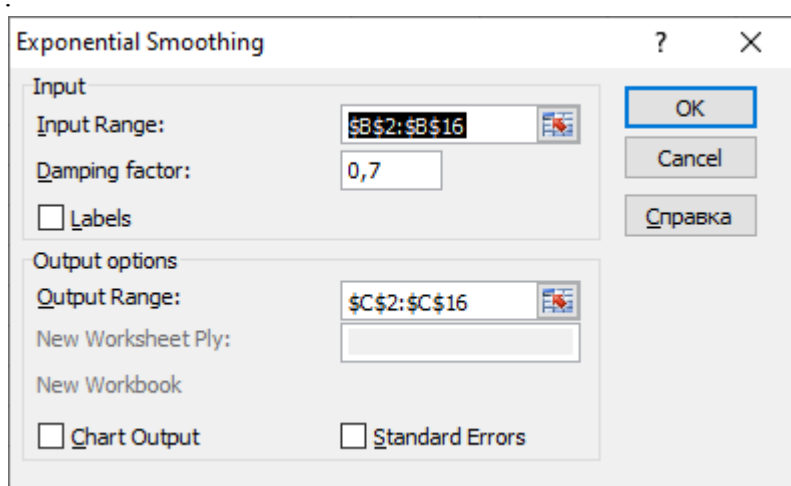


Рисунок 3.2 - Діалогове вікно Експонентне згладжування (Exponential Smoothing)

2	2005	170	#Н/Д		
3	2006	120	170		
4	2007	105	155		
5	2008	156	140		
6	2009	189	144,8		
7	2010	107	158,06		
8	2011	167	142,742		
9	2012	205	150,0194		
10	2013	178	166,51358		
11	2014	156	169,959506		
12	2015	189	165,7716542		
13	2016	235	172,7401579		
14	2017	203	191,4181106		
15	2018	267	194,8926774		
16	2019	239	216,5248742		
17					

Рисунок 3.3 - Результати застосування засобу Експонентне згладжування

Завдання для виконання роботи

Побудувати базову лінію, використовуючи дані про курс валют та акцій із сайту <https://www.investing.com/currencies/> згідно з Вашим індивідуальним варіантом (табл. 1.1). Базова лінія має містити щонайменше 30 спостережень. Виконати прогнозування за

допомогою експонентного згладжування на 2, 3, 5 часових періодів з використанням формули та надбудови.

Контрольні питання

1. Що таке експоненціальне згладжування і які його основні ідеї?
2. Яку роль відіграє параметр згладжування (α) у методі експоненціального згладжування?
3. Як розраховується експоненціальна середня для часових рядів?
4. В чому полягає відмінність між простим і подвійним експоненціальним згладжуванням?
5. Як застосувати метод експоненціального згладжування в Excel за допомогою "Пакету аналізу"?
6. Які переваги експоненціального згладжування порівняно з ковзним середнім?
7. Як впливає значення параметра α на гладкість і адаптивність згладженої лінії?
8. Які обмеження та сфери застосування методу експоненціального згладжування?
9. Як за допомогою експоненціального згладжування зробити короткостроковий прогноз?
10. Які функції Excel можуть бути використані для експоненціального згладжування та прогнозування?

Лабораторне заняття 4. Прогнозування за допомогою метода Хольта

Мета заняття: освоєння прогнозування за допомогою метода Хольта.

Зміст заняття: та набуття практичних навичок використання прогнозування за допомогою метода Хольта.

Теоретичні основи

Метод Хольта є одним із методів прогнозування з використанням експоненційного згладжування – зваженого ковзного середнього. Вагові коефіцієнти визначаються з урахуванням часу: чим раніше отримана інформація про явище, що вивчається, тим менше її значення для поточного прогнозу:

$$F_t = \alpha y_t + (1-\alpha)(F_{t-1} + S_{t-1}),$$

$$S_t = \beta(F_t - F_{t-1}) + (1-\beta) S_{t-1},$$

де α, β – параметри методу з відрізка $[0, 1]$. Метод розраховує прогнози зі строком, тобто ті, що відносяться до періоду, в якому фактичне значення вже було реалізовано, і реальні прогнози на період, який ще не відбувся за формулами:

$$y_t^* = F_{t-1} + S_{t-1}, \text{ (прогноз зі строком, що минув),}$$

$$y_n^* = F_{t-1} + n S_{t-1}, n=1,2,\dots \text{ (реальний прогноз).}$$

Перші значення F_1 і S_1 обираються: $F_1 = y_1, S_1 = 0$ або $S_1 = y_2 - y_1$.

Для оцінки якості прогнозу обчислюється середня абсолютна помилка, яка показує, наскільки в середньому за період прогнозування фактичні значення прогнозованої змінної відхилятимуться щодо абсолютного значення від прогнозів:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |y_t - y_t^*| \quad t = 1, 2, 3, \dots, n$$

Середня квадратична помилка MSE – це середня різниця у квадраті відхилень між фактичними реалізаціями прогнозованої змінної та прогнозом, середньоквадратична помилка (RMSE – Root Mean Square Error) – квадратний корінь із MSE. Метод дозволяє отримати

достовірний прогноз, якщо відношення RMSE до фактичного значення становить менше ніж 10%.

Завдання для виконання роботи

1. Побудувати базову лінію, використовуючи дані із сайту <https://www.kaggle.com/datasets/ananthr1/weather-prediction> згідно з Вашим індивідуальним варіантом (табл. 4.1). Базова лінія має містити щонайменше 30 спостережень.
2. Виконати прогнозування за допомогою методу Хольта на 5 часових періодів, настроївши самостійно параметри α та β . Оцінити коефіцієнт достовірності прогнозу для прогнозованих часових періодів.
3. Оптимізувати параметри α і β , використовуючи аналітичний інструмент в Excel "Пошук рішення", так щоб помилка MAE була якнайменша.
4. Виконати прогнозування за допомогою методу Хольта на 5 часових періодів із оптимізованими значеннями параметрів α і β . Оцінити коефіцієнт достовірності прогнозу для прогнозованих часових періодів.

Таблиця 4.1 - Варіанти завдань на лабораторну роботу

№ варіанта	Поля даних	Значення
1	data, temp_max	За січень 2012
2	data, temp_min	За січень 2012
3	data, wind	За січень 2012
4	data, temp_max	За березень 2012
5	data, temp_min	За березень 2012
6	data, wind	За березень 2012
7	data, temp_max	За квітень 2012
8	data, temp_min	За квітень 2012
9	data, wind	За квітень 2012
10	data, temp_max	За травень 2012
11	data, temp_min	За травень 2012
12	data, wind	За травень 2012
13	data, temp_max	За червень 2012
14	data, temp_min	За червень 2012
15	data, wind	За червень 2012
16	data, temp_max	За липень 2012
17	data, temp_min	За липень 2012

18	data, wind	За липень 2012
19	data, temp_max	За серпень 2012

Контрольні питання

1. Які основні складові враховує метод Хольта при прогнозуванні?
2. Як відрізняється метод Хольта від простого експоненціального згладжування?
3. Які параметри потрібно налаштувати в методі Хольта і яку роль вони відіграють?
4. Як вибрати оптимальні значення коефіцієнтів згладжування (α і β) у методі Хольта?
5. У яких випадках застосовують метод Хольта для прогнозування?
6. Чим метод Хольта відрізняється від методу Хольта-Вінтерса?
7. Які переваги і обмеження має метод Хольта у порівнянні з іншими методами прогнозування?
8. Як оцінити якість прогнозу, побудованого методом Хольта?
9. Наведіть приклад практичного застосування метода Хольта у прогнозуванні.

Лабораторне заняття 5. Градаційні перетворення зображень

Мета заняття: вивчення функцій бібліотеки scikit-image для градаційних перетворень зображень на Python та набуття практичних навичок їх використання.

Зміст заняття: побудова програми для градаційних перетворень зображень на Python.

Теоретичні основи

За описом зображення можуть бути:

- 1) *векторні* – зображення описується як набір графічних примітивів, відмальовування яких формує зображення;
- 2) *растрові* – зображення описується двовимірним масивом, кожен елемент якого є деяким описом кольору. Елемент растрового зображення називають пікселем (від pixel, picture element – елемент зображення) або точкою.

Перетворення типів зображень

Існують такі типи зображень, кожен з яких призначений для вирішення певного кола задач:

- *бінарні* – пікселі можуть приймати лише два значення: False та True (чорний та білий колір);
- *напівтонові* (або зображення в градаціях сірого, Intensity, Grayscale) – пікселі можуть набувати одне із значень інтенсивності будь-якого одного кольору в діапазоні від мінімальної до максимальної інтенсивності (від 0 до 1);
- *повнокольорові* або просто кольорові (Truecolor, RGB) – зображення, пікселі якого безпосередньо зберігають інформацію про інтенсивність кольірних складових.

Напівтонові та бінарні зображення зберігаються у вигляді двовимірних масивів. Для доступу до значення (в даному випадку яскравості) пікселя зображення I треба вказати рядок r та стовпець c : $I[r, c]$.

Повнокольорові зображення зберігаються у вигляді тривимірних масивів, де третій вимір – значення інтенсивності R, G, B. Для доступу до значень інтенсивності кольірних складових пікселя I треба зазначити рядок r , стовпець c та номер складової: 0 – для R, 1 – для G, 2 – для B, наприклад, $I[r, c, 0]$ дозволяє отримати значення червоної складової.

Існує ряд функцій для перетворень зображень з одного типу в інший:

```
from skimage.util import img_as_ubyte, img_as_bool

import skimage.color as color

I = color.rgb2gray (RGB)

#перетворює кольорове зображення RGB на півтонове

image = img_as_ubyte(RGB)

#перетворює повнокольорове зображення RGB у формат представлення даних
#unsigned byte зі значеннями [0, 255]

image = img_as_bool(I)

#перетворює напівтонове зображення I у бінарне зображення image
# dtype_limits повертає границі зміни інтенсивностей зображення:

from skimage import dtype_limits

print(dtype_limits(I))
```

Посилення контрасту

Визначити, чи зображення є малоконтрастним, можна за допомогою функції `is_low_contrast`, яка повертає значення True, якщо зображення `image` визначено як низьоконтрастне.

```
import skimage.exposure as exposure

print(exposure.is_low_contrast(image, fraction_threshold=0.05,
lower_percentile=1, upper_percentile=99))
```

Необов'язкові вхідні параметри:

`fraction_threshold` – поріг низької контрастності. Зображення вважається низьоконтрастним, якщо його діапазон інтенсивності становить менше цієї частини повного діапазону типу даних;

`lower_percentile/upper_percentile` – не враховуються значення інтенсивності нижче/вище відсотка повного діапазону типу даних при обчисленні контрасту зображення.

Посилення контрасту можна отримати за допомогою логарифмічного перетворення вхідного зображення. Інтенсивність пікселів вхідного зображення перетворюється відповідно до рівняння $s = c \ln(r+1)$ після масштабування кожного пікселя до діапазону від 0 до 1. Тут c – необов'язковий параметр, постійний множник, за замовчуванням $c=1$.

Логарифмічне перетворення зображення виконується функцією `adjust_log`:

```
import skimage.exposure as exposure

D=exposure.adjust_log(image, gain=1, inv=False)
```

Параметру c під час виклику функції `adjust_log` відповідає змінна `gain`. Якщо параметр `inv=True`, виконується зворотне логарифмічне перетворення за формулою $s = c(2^r - 1)$, інакше – перетворення логарифмічне. За замовчуванням False.

Для перетворення контрасту виконується гамма-корекція вхідного зображення, також відома як ступеневе перетворення. Інтенсивність пікселів вхідного зображення перетворюється відповідно до рівняння $s = cr^\gamma$ після масштабування кожного пікселя до діапазону від 0 до 1. Параметр $\gamma > 0$ – дійсне число, значення за замовчуванням $\gamma=1$, c –

необов'язковий параметр, постійний множник, за замовчуванням $c=1$.

Гамма-корекція зображення виконується функцією `adjust_gamma`:

```
import skimage.exposure as exposure
```

```
D=exposure.adjust_gamma(image, gamma=2, gain=1)
```

Параметру c під час виклику функції `adjust_gamma` відповідає змінна `gain`.

Еквалізація гістограми зображень

Побудова гістограми зображення виконується функцією `histogram`.

Приклад 5.1. Побудова гістограми зображення у форматі представлення даних `unsigned`

`byte`:

```
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
from skimage.util import img_as_ubyte
```

```
від skimage.exposure import histogram
```

```
from skimage import data
```

```
noisy_image = img_as_ubyte(data.camera())
```

```
hist, hist_centers = histogram(noisy_image)
```

```
fig, ax = plt.subplots(ncols=2, figsize=(10, 5))
```

```
ax[0].imshow(noisy_image, cmap=plt.cm.gray)
```

```
ax[0].axis('off')
```

```
ax[1].plot(hist_centers, hist, lw=2)
```

```
ax[1].set_title('Gray-level histogram')
```

```
plt.show()
```

Еквалізація гістограми зображення виконується функцією `equalize_hist`:

```
від skimage.exposure import equalize_hist
```

```
D=exposure.equalize_hist (image, nbins=256)
```

Ця функція повертає зображення D із еквалізованою гістограмою. Вхідними параметрами функції `equalize_hist` є зображення `image` та необов'язковий параметр `nbins` – кількість інтервалів для побудови гістограми зображення. Причому цей аргумент ігнорується для цілих зображень, для яких кожне ціле число є окремим інтервалом.

Завдання для виконання роботи

1. Завантажити зображення згідно з варіантом (табл. 5.1). Перетворити вхідне зображення на напівтонове, а потім у бінарне. Вивести результати в одному вікні.
2. Побудувати гістограму напівтонового зображення. Вивести півтонове зображення та його гістограму в одне вікно.
3. Перетворити вхідне зображення на `unsigned byte`. Отримати негатив напівтонового зображення. Вивести негатив зображення та його гістограму в одне вікно.

4. Визначити, чи є зображення малокоонтрастним. Виконати контрастування вихідного напівтонового зображення за допомогою логарифмічного перетворення, тобто отримати світліше і темніше зображення. Вивести результати та вхідне зображення в одне вікно для порівняння.
5. Виконати контрастування вхідного напівтонового зображення з гамма-коррекцією, тобто отримати світліше і темніше зображення. Вивести результати та вихідне зображення в одне вікно для порівняння. Побудувати гістограми для цих трьох зображень та вивести результат в одне вікно.
6. Виконати еквалізацію гістограми напівтонового зображення. Вивести зображення з еквалізованою гістограмою та його гістограму в одне вікно.

Таблиця 5.1 - Варіанти завдань

Варіант	Зображення для обробки	Варіант	Зображення для обробки
1	logo	9	camera
2	gravel	10	cat
3	chelsea	11	astronaut
4	rocket	12	grass
5	brick	13	checkerboard
6	horse	14	cell
7	coffee	15	text
8	page	16	horse

Контрольні питання

10. Як посилити контраст зображення?
11. Перерахуйте функції перетворення типів зображень.
12. Як побудувати гістограму зображення?
13. Як отримати зображення з еквалізованою гістограмою?

Лабораторне заняття 6. Фільтрування зображень

Мета заняття: вивчення функцій бібліотеки scikit-image для фільтрації зображень на Python та набуття практичних навичок їх використання.

Зміст заняття: побудова програми для фільтрації зображень на Python.

Теоретичні основи

Робота з графічними форматами файлів

Читання зображення з файлу виконується методом `imread`, запис зображення на файл – методом `imsave`, виведення зображення на екран – методом `imshow`.

```
import skimage.io as io
```

```
filename = 'image.jpg'
```

```
#читаємо з файлу з ім'ям filename кольорове зображення і поміщаємо його в масив I
```

```
I=io.imread(filename)
```

```
#виводимо на екран зображення I
```

```
io.imshow(I)
```

```
io.show()

#записуємо у файл з ім'ям fname кольорове зображення I

fname='1.jpg'

io.imwrite(fname, I)
```

Додавання шуму на зображення

Функція `random_noise` створює нове зображення, додавши шум до початкового напівтонового зображення. В основному ця функція призначена для створення текстових зображень, що використовуються при виборі методів фільтрації шуму, однак, може застосовуватися і надання фотореалістичності штучно синтезованим зображенням.

Функція може додавати шум трьох типів. Тип шуму визначається рядковою константою `mode`, яка може приймати одне з наступних значень:

'gaussian' – для гаусівського білого шуму;

's&p' – для імпульсного шуму (шум типу “сіть та перець”);

'speckle' – для мультиплікативного шуму, що визначається за формулою $I(x,y) = I(x,y) + n(x,y)I(x,y)$, где $n(x,y)$ – гаусівський білий шум із заданим середнім значенням та дисперсією.

Кількість і значення параметрів визначаються вибраним типом шуму. Якщо параметри не вказані, буде використано значення за замовчуванням.

Приклад 6.1. Додавання шуму до зображення.

```
import skimage.io as io

from skimage import data

img = data.camera()

gauss = random_noise (img, mode = 'gaussian', var = 0.5)

# додає до зображення img гаусівський білий шум з дисперсією 0,5.

sp = random_noise(img, mode='s&p', amount=0.9)

# додає до зображення img імпульсний шум. Параметр amount=0.9

# визначає щільність шуму і дорівнює частці спотворених пікселів

spec = random_noise(img, mode='speckle', mean=0.1, var=0.5)

# додає до зображення img спекл-шум. Параметри mean=0.1, var=0.5

# визначають гаусівський білий шум із середнім значенням 0,1 та дисперсією 0,5.
```

Фільтрування зображення

Для виконання просторової фільтрації використовують метод двовимірної просторової згортки локальної околиці оброблюваного елемента з лінійним оператором, який називається маскою або матрицею коефіцієнтів фільтра. Алгоритм згортки полягає в тому, що маска сканує вихідне зображення, тобто маска на кожному кроці зсувається на один стовпець за вхідним зображенням і знаходиться сума творів елементів маски та відповідних елементів вихідного зображення. Знайдене значення суми надається одному елементу результуючого зображення. Досягши таким чином кінця рядка, маска зміщується на один рядок вниз на початок рядка і повторюється процес.

Приклад 6.2. Функція `gaussian`, що використовується для обробки зображення фільтром Гауса, виконує фільтрацію даних масиву `image` двовимірним фільтром з параметром

```
sigma=1.
import skimage.filters as filters

filtered_img = filters.gaussian(image, sigma=1, mode='reflect',
multichannel=True)
```

Необов'язкові параметри функції `gaussian`: `sigma` – стандартне відхилення фільтра Гауса, `mode` – управління крайовим ефектом, може приймати значення {'reflect', 'constant', 'nearest', 'mirror', 'wrap'}, `multichannel` – приймає значення True для обробки кольорові зображення.

Чим вище значення параметра `sigma`, тим більше згладжується зображення.

Медіанна фільтрація зображення виконується функцією:

```
ID =filters.median(noisy_image, disk(5))
```

Кожен піксель результуючого напівтонового зображення ID формується так: пікселі вхідного напівтонового зображення `noisy_image`, відповідні всім елементам маски фільтра `disk(5)`, складають упорядковану послідовність A . Пікселі $ID(r,c)$, де r і c – координати поточного положення центрального елемента маски, присвоюється значення медіани послідовності A . Операція застосовується для всіх положень маски. Крім маски `disk` можна використовувати маску `square`.

Приклад 6.3. Медіанна фільтрація зображення із різними масками фільтра.

```
import skimage.filters as filters

від skimage.morphology import disk

fig, axes = plt.subplots(2, 2, figsize=(10, 10), sharex=True,
sharey=True)

ax = axes.ravel()

ax[0].imshow(noisy_image, vmin=0, vmax=255, cmap=plt.cm.gray)

ax[0].set_title('Noisy image')

ax[1].imshow(filters.median(noisy_image, disk(3)), vmin=0, vmax=255,
cmap=plt.cm.gray)

ax[1].set_title('Median $r=3$')

ax[2].imshow(filters.median(noisy_image, disk(5)), vmin=0, vmax=255,
cmap=plt.cm.gray)

ax[2].set_title('Median $r=5$')

ax[3].imshow(filters.median(noisy_image, disk(7)), vmin=0, vmax=255,
cmap=plt.cm.gray)

ax[3].set_title('Median $r=7$')

io.show()
```

Оцінка якості зниження рівня завад

Середньоквадратична помилка обумовлена відмінністю зображення $I(x,y)$, отриманого в результаті зниження рівня завад від незашумленого зображення $I_0(x,y)$:

$$MSE = \frac{\sum_{x=1}^N \sum_{y=1}^M (I(x,y) - I_0(x,y))^2}{MN}.$$

Тут $N \times M$ – розміри зображень $I(x,y)$, $I_0(x,y)$. Чим менше MSE , тим успішніше виконано зниження рівня завад на зображенні.

Пікове відношення сигнал/завада $PSNR$ обчислюється як:

$$PSNR = 10 \lg \lg \left(\frac{C^2}{MSE} \right),$$

де C – різниця між оцінками інтенсивностей переднього плану та фону, MSE – середньоквадратична помилка, обумовлена відмінністю зображення $I(x,y)$, отриманого в результаті зниження рівня завад, від незашумленого зображення $I_0(x,y)$. $PSNR$ характеризує схожість двох зображень. Чим вище $PSNR$, тим більше схожі два зображення.

Обчислення показника пікового відношення сигнал/шум ($PSNR$) для зображення проводиться за допомогою функції `peak_signal_noise_ratio`:

```
import skimage.metrics as metrics
```

```
PSNR = metrics.peak_signal_noise_ratio(image_true, image_test)
```

Параметри цієї функції: `image_true` – ідеальне незашумлене зображення, `image_test` – тестове зображення (після застосування фільтрації), `data_range` – діапазон даних, необов'язковий параметр. Діапазон даних вхідного зображення – відстань між мінімальним та максимальним можливим значенням. За замовчуванням `data_range` оцінюється за типом даних зображення. Зображення `image_true`, `image_test` повинні мати однакові розміри.

Обчислення середньоквадратичної помилки між двома зображеннями `image_true`, `image_test` проводиться за допомогою функції `mean_squared_error`:

```
import skimage.metrics as metrics
```

```
MSE = metrics.mean_squared_error(image_true, image_test)
```

Параметри цієї функції: `image_true` – ідеальне незашумлене зображення, `image_test` – тестове зображення (після застосування фільтрації), зображення `image_true`, `image_test` повинні мати однакові розміри.

Завдання для виконання роботи

1. Прочитати кольорове зображення з файлу і перетворити це зображення на півтонове, вивести на екран вхідне та отримане зображення.
2. Створити три зашумлені зображення, додавши на півтонове зображення гаусівський, імпульсний та спекл-шум, зберегти отримані зображення у файли `jpg`.
3. Прочитати з файлу зображення, уражене гаусівською завадою. Відфільтрувати зашумлене зображення гаусівським фільтром із трьома значеннями параметра `sigma`. Зашумлене та відфільтроване зображення вивести в одному вікні для порівняння.
4. Порівняти отримані відфільтровані зображення за допомогою $PSNR$.
5. Прочитати із файлу зображення, уражене імпульсною завадою. Відфільтрувати зашумлене зображення медіанним фільтром із трьома різними розмірами маски фільтра. Зашумлене та відфільтроване зображення вивести в одному вікні для порівняння.
6. Порівняти отримані фільтровані зображення за допомогою показника MSE .

Контрольні питання

1. Як виконується лінійна просторова фільтрація?
2. Як виконується медіанна фільтрація?
3. Як оцінити якість зображення після зменшення рівня завади?

4. Які функції застосовуються для введення зображення з файлу та запису зображення до файлу?

Лабораторне заняття 7. Геометричні перетворення та виділення контурів зображень

Мета заняття: вивчення функцій бібліотеки scikit-image для геометричних перетворень та виділення контурів зображень на Python та набуття практичних навичок їх використання.

Зміст заняття: побудова програми для геометричних перетворень та виділення контурів зображень на Python.

Теоретичні основи

Кадрування (вирізування фрагмента) зображення виконується функцією `crop`:

```
import skimage.util as ut

C=ut.crop(img, ((before_1, after_1),(before_2, after_2)))
```

Для функції `crop` можна прямо визначити обмежуючий прямокутник, тому що параметри `(before_1, after_1), ..., (before_N, after_N)` задають ширину обрізки на початку та в кінці кожної осі, наприклад:

```
C=ut.crop(img, ((100, 200),(150, 250)))
```

Зміна розміру зображення виконується функцією `rescale`:

```
import skimage.transform as transform

D=transform.rescale(S,m)
```

Функція створює зображення `D`, розміри якого в `m` разів відрізняються від розмірів вихідного зображення `S`. Якщо `m` належить діапазону від 0 до 1, то `D` менше за `S`. Якщо `m` більше за 1, то `D` більше за `S`.

Для перетворення зображення до потрібного розміру використовується функція `resize`:

```
import skimage.transform as transform

D=transform.resize(S,(m,n))
```

Функція створює зображення `D` розміру `m×n` пікселів.

Поворот зображення виконується функцією `rotate`:

```
import skimage.transform as transform

D = transform.rotate (S, angle, order)
```

Вона створює зображення `D`, що відповідає поверненому вхідному зображенню `S`, використовуючи один з наперед визначених методів інтерполяції `order` (див. функцію `transform.warp`). Кут повороту `angle` визначається в градусах. Позитивні значення даного параметра відповідають повороту проти годинникової стрілки, а негативні – за годинниковою.

Виділення контурів зображень

Виділення контурів зображень виконується у два етапи: підкреслення контурів зображень та порогова обробка. Підкреслення контурів зображень виконується за допомогою операторів Фаріда, Превітт, Робертса, Щарра, Собела та ін., які реалізовані за допомогою функцій:

`farid` – підкреслення контурів зображення оператором Фаріда;

farid_h – підкреслення горизонтальних контурів оператором Фаріда;
 farid_v – підкреслення вертикальних контурів оператором Фаріда;
 prewitt – підкреслює контури зображення з допомогою оператора Превітт;
 prewitt_h – підкреслення горизонтальних контурів оператором Превітт;
 prewitt_v – підкреслення вертикальних контурів оператором Превітт;
 roberts – підкреслює контури зображення з допомогою оператора Робертса;
 roberts_neg_diag – підкреслення діагональних контурів оператором Робертса у напрямку побічної діагоналі;
 roberts_pos_diag – підкреслення діагональних контурів оператором Робертса у напрямі головної діагоналі;
 scharr – підкреслює контури зображення за допомогою оператора Щарра;
 scharr_h – підкреслення горизонтальних контурів оператором Щарра;
 scharr_v – підкреслення вертикальних контурів оператором Щарра;
 sobel – підкреслює контури зображення за допомогою оператора Собела;
 sobel_h – підкреслення горизонтальних контурів оператором Собела;
 sobel_v – підкреслення вертикальних контурів оператором Собела.

Приклад 7.1 Підкреслення контурів зображень за допомогою оператора Превітт.

```

from skimage import data

from matplotlib import pyplot as plt

from skimage import filters

camera = data.camera()

edges = filters.roberts(camera)

edges_h = filters.roberts_neg_diag(camera)

edges_v = filters.roberts_pos_diag(camera)

plt.subplot(231), plt.imshow(camera), plt.title('Origin')
plt.subplot(232), plt.imshow(edges), plt.title('Edges')
plt.subplot(233), plt.imshow(edges_h), plt.title('Edges_h')
plt.subplot(234), plt.imshow(edges_v), plt.title('Edges_v')

plt.show()

```

Порогова обробка зображень виконується за допомогою операторів Отсу, Нілбека, Савуоли, Єна, Лі та ін., які реалізовані за допомогою функцій, що наведені в табл. 7.1.

Приклад 7.2 Бінаризація та виділення контурів зображення за допомогою порогової обробки Лі.

```

thresh = filters.threshold_li(camera)

camera_b = camera > thresh

thresh = filters.threshold_li(edges)

edges_b = edges > thresh

thresh = filters.threshold_li(edges_h)

edges_h_b = edges_h > thresh

```



```
thresh = filters.threshold_li(edges_v)
```

```
edges_v_b = edges_v > thresh
```

Завдання для виконання роботи

1. Завантажити зображення згідно з варіантом (табл. 7.1). Перетворити вихідне зображення на напівтонове. Вирізати із зображення фрагмент шириною 95 і висотою 60 пікселів, показати вхідне зображення та фрагмент.
2. Збільшити отриманий фрагмент у 1,5 рази та повернути проти годинникової стрілки на 60°. Показати результати. Отриманий у п.1 фрагмент зображення перетворити до розміру 150×100 пікселів та повернути проти годинникової стрілки на -30°. Показати результати.
3. Виконати фільтрацію вхідного напівтонового фрагмента маскою оператора згідно з варіантом окремо по горизонталі та по вертикалі та разом на одному зображенні. Вивести півтонове зображення та результати виділення контурів в одне вікно.
4. У звіті навести маски фільтрів оператора згідно з варіантом окремо по горизонталі та по вертикалі.
5. Виконати виділення контурів на фільтрованому зображенні за допомогою порогової обробки згідно з варіантом (табл. 7.1). Виконати бінарізацію вхідного напівтонового зображення за допомогою тієї ж порогової обробки. Вивести бінарне зображення та результати виділення контурів в одне вікно.
6. У звіті описати використану згідно з варіантом порогову обробку.

Таблиця 7.1 - Варіанти завдань

варіант	Порогова обробка	Зображення для обробки	Оператори для виділення контурів
1	threshold isodata	logo	Фаріда
2	threshold_li	gravel	Превітт
3	threshold local	chelsea	Робертса
4	threshold mean	rocket	Щарпа
5	threshold minimum	brick	Собела
6	threshold yen	horse	Фаріда
7	threshold niblack	coffee	Превітт
8	threshold otsu	page	Робертса
9	threshold sauvola	camera	Щарпа
10	threshold triangle	cat	Собела
11	threshold niblack	astronaut	Фаріда
12	threshold isodata	grass	Превітт
13	threshold yen	checkerboard	Робертса
14	threshold otsu	cell	Щарпа
15	threshold sauvola	text	Собела

Контрольні питання

1. Як виконується лінійна просторова фільтрація?
2. Як виконується медіанна фільтрація?
3. Як оцінити якість зображення після зменшення рівня завади?
4. Які функції застосовуються для введення зображення з файлу та запису зображення до файлу?

Рекомендована література

1. Математичне моделювання: комп'ютерний практикум з дисципліни «Математичне моделювання»: навч. посіб. / Т. С. Ладогубець, О. Д. Фіногенов; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 58 с.
2. Павленко П. М., Філоненко С. Ф., Чередніков О. М., Трейтяк В. В. Математичне моделювання систем і процесів: навч. посіб. – К. : НАУ, 2017. – 392 с.
3. І.І. Обод, Г.Е. Заволодько, І.В. Свид. Математичне моделювання систем: навчальний посібник. / За редакцією І.І. Обода. – Харків : НТУ «ХПІ», Друкарня МАДРИД, 2019. – 268 с
4. Математичні методи моделювання : підручник / А. В. Усов, О. С. Савельєва, І. І. Становська, А. О. Перпері ; під наук. ред. О. Л. Становського ; Одес. нац. політехн. ун-т. – Одеса, 2020. – 500 с.
5. Моделювання та оптимізація систем: підручник /[Дубовой В. М., Кветний Р. Н., Михальов О. І., А.В.Усов А. В.] – Вінниця : ПП «ТД«Еднльвейс», 2017. – 804 с.

Навчальне видання

Методичні рекомендації до лабораторних занять з дисципліни «Математичне моделювання» для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти за спеціальністю 124 – Системний аналіз, 113 – Прикладна математика

Укладач: Марина Вячеславівна Полякова