

# ECOLE NATIONALE DES TECHNIQUES INDUSTRIELLES ET DES MINES DE DOUAI

CONCOURS d' ADMISSION 1976

EPREUVES ECRITES d' ADMISSIBILITE

PHYSIQUE (Temps accordé : 4 Heures)

L'USAGE DES TABLES NUMERIQUES ET DES REGLES A CALCUL EST AUTORISE. L'EMPLOI DE CALCULATRICE ELECTRONIQUES EST FORMELLEMENT INTERDIT.

Chaque candidat doit traiter un et un seul des deux exercices d'électricité (A ou B) et un et un seul des deux problèmes (I ou II), et indiquer lisiblement en tête de sa copie la combinaison choisie : Sujet AI, ou AII, ou BI, ou BII.

Le problème I est conforme aux programmes A et B des classes de mathématiques supérieures technologiques et de mathématiques supérieures. Le problème II est conforme au programme des classes préparatoires "ancien régime" à l'Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers.

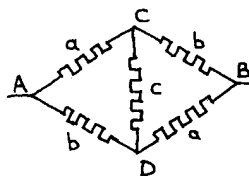
Les candidats sont invités à ne pas recopier les énoncés des questions posées.

## EXERCICES d' ELECTRICITE

A – Le réseau dessiné ci-contre ne reçoit de courant que par A et B.

1°/ Montrer que le courant dans la branche AC est égal au courant dans la branche DB.

2°/ Calculer la résistance équivalente entre les points A et B.



B – Un disque de rayon  $a$  porte une densité superficielle de charge  $\sigma$  uniforme. Calculer le potentiel :

1°/ en un point de son axe à la distance  $x$  de son centre ;

2°/ sur le bord du disque ;

3°/ déterminer les points d'intersection de l'axe avec la surface équipotentielle passant par le bord du disque ; donner numériquement le rapport  $|x|/a$  correspondant.

## PROBLEME I

### LE TIR VERS LA LUNE SELON JULES VERNE

Les romans de Jules VERNE "De la Terre à la Lune" et "Autour de la Lune" racontent l'envoi d'un obus vers la Lune. Celui-ci a la forme d'un cylindre de 2,7 m de diamètre, donc de section  $S = 5,7 \text{ m}^2$ , surmonté d'un cône, le tout ayant 4,5 m de longueur. La masse de l'obus est  $m = 9\,000 \text{ kg}$ . Il est lancé par un canon vertical de longueur 270 m qui contient sur une hauteur de 60 m 180 000 kg de poudre. A la sortie du canon, la vitesse de l'obus est  $V_0 = 16,5 \text{ km s}^{-1}$ , mais l'atmosphère le freine et ramène sa vitesse à  $V_1 = 11 \text{ km s}^{-1}$ . La suite du problème se propose de discuter des données utilisées par Jules VERNE.

### A – LE THEOREME de l'ENERGIE CINETIQUE

Un mobile de masse  $m$  se déplace sur une droite sous l'action d'une force  $F$  ; son abscisse est  $x$ , sa vitesse  $V$ , toutes ces grandeurs étant comptées algébriquement dans le même sens. Démontrer le théorème de l'énergie cinétique, celui-ci

$$d\left(\frac{1}{2}mV^2\right) = F dx$$

étant énoncé sous la forme :

### B – LA VITESSE de LANCEMENT

Dans les parties B et C, l'on néglige le freinage dû à l'atmosphère.

$$F = \frac{GMm}{x^2}$$

Un astre sphérique exerce la force attractive dirigée vers son centre :

$G$  constante,  $M$  masse de l'astre,  $m$  masse de l'objet attiré,  $x$  distance de l'objet au centre de l'astre.

1°/ Exprimer la constante  $G$  en fonction de l'accélération de la pesanteur sur la surface terrestre  $g$ , de la masse de la Terre  $M$  et du rayon terrestre  $r$ .

2°/ Quelle est la relation entre la vitesse de lancement  $V_1$  d'un projectile depuis la surface terrestre, et sa vitesse  $V_\infty$  à l'infini.

3°/ En déduire la vitesse minimale de lancement d'un obus depuis la Terre pour qu'il échappe à l'attraction terrestre.

Application numérique :  $r = 6\,400 \text{ km}$   $g = 10 \text{ m s}^{-2}$

### C – VITESSE de l'OBUS en un POINT QUELCONQUE

1°/ La Terre et la Lune sont immobiles dans un référentiel galiléen ; l'obus se déplace suivant la droite joignant leurs centres. Exprimer en fonction de la distance  $d$  du centre de la Terre au centre de la Lune, de la distance  $x$  de l'obus au centre de la Terre, du rapport  $M'/M$  de la masse de la Lune à la masse de la Terre, de  $g$ , de  $m$  et de  $r$  :

a) la force appliquée à l'obus

b) la quantité  $(V^2 - V_1^2)/2$

$V$  vitesse à la distance  $x$ ,  $V_1$  vitesse de lancement.

2°/ La formule obtenue est celle donnée par Jules VERNE. Quelles critiques peut-on adresser au modèle de 1°, et en quoi la formule obtenue est-elle fautive ?

#### D – La QUESTION des POUDRES

L'obus est lancé de la Terre par un canon. Jules VERNE semble estimer qu'une quantité illimitée de poudre permet d'obtenir une vitesse illimitée. Pour montrer qu'il n'en est rien, considérons le modèle naïf, selon lequel la vitesse de l'obus dans le canon étant  $V$ , la vitesse des gaz varie linéairement entre 0 à la culasse et  $V$  près de l'obus, la masse des gaz étant également répartie entre la culasse et l'obus.

1°/ Montrer que l'énergie cinétique des gaz et de l'obus est  $E = (m + \alpha m')V^2/2$

$\alpha$  coefficient à calculer,  $m$  masse de l'obus,  $m'$  masse de la poudre.

2°/ Cette énergie cinétique est tirée de l'énergie chimique d'une poudre. Quelle est la fonction de  $m$ ,  $m'$ ,  $\alpha$ ,  $V$  qui prend la même valeur pour divers canons utilisant la même poudre avec le même rendement ?

3°/ La Columbiad Rodman utilise 72 kg de poudre pour lancer un boulet de 500 kg à la vitesse de 700 m s<sup>-1</sup>. Si le canon de Jules VERNE était comparable, calculer la vitesse avec laquelle il lancerait l'obus sous l'action d'une quantité de poudre illimitée.

4°/ La vitesse à atteindre étant de 16,5 km s<sup>-1</sup>, par quel facteur faudrait-il multiplier le pouvoir énergétique des poudres pour que l'expérience réussisse ?

5°/ Quelles critiques adresseriez-vous au modèle utilisé par les questions 1°, 2°/ ?

#### E – FREINAGE de l'OBUS par l'ATMOSPHERE

Pour évaluer le freinage de l'obus par l'atmosphère, l'on admet que la résistance au mouvement est en module

$$|F| = \frac{1}{2} C_x \rho S V^2$$

$C_x$ , coefficient numérique sans dimension, caractérise l'aérodynamisme de la forme de l'obus ;

$\rho$  masse volumique de l'air, dépend de l'altitude  $Z$  ;

$V$  vitesse de l'obus ;

$S$  plus grande section de l'obus par un plan perpendiculaire à sa vitesse.

1°/ Relier à l'aide du théorème de l'énergie cinétique la variation  $dV$  de la vitesse à la variation  $dZ$  de l'altitude. Le poids de l'obus est-il négligeable devant la résistance de l'air ? Séparer l'équation en deux membres, l'un fonction de  $V$  et  $dV$ , l'autre fonction de  $\rho(Z)$  et  $dZ$ .

$$\int_0^\infty \rho(Z) dZ = \frac{p_0}{g}$$

2°/ On démontre en statique des fluides que

$p_0$  pression atmosphérique au sol, soit 10<sup>5</sup> Pa ;

$g$  accélération de la pesanteur, soit 10 m s<sup>-2</sup>.

En déduire une relation entre la vitesse  $V_0$  de départ et la vitesse  $V_1$  après traversée de l'atmosphère.

3°/ Calculer numériquement le coefficient  $C_x$  de l'obus de Jules VERNE.

#### F – ECHAUFFEMENT de l'OBUS par l'ATMOSPHERE

Une fraction  $\alpha$  de l'énergie cinétique perdue lors de la traversée de l'atmosphère chauffe l'obus, le reste  $1 - \alpha$  étant dissipé dans l'air. Déterminer  $\alpha$  pour que l'obus, en aluminium :

a) ne fonde pas complètement ;

b) ne commence pas à fondre.

Chaleur massique de l'aluminium  $c = 900 \text{ J kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  ;

Température de fusion de l'aluminium :  $\theta_f = 660^\circ\text{C}$  ;

Chaleur latente de fusion de l'aluminium :  $L = 4 \cdot 10^5 \text{ J kg}^{-1}$ .

Température initiale (conventionnelle) :  $\theta_0 = 20^\circ\text{C}$ .

#### G – PESANTEUR APPARENTE dans l'OBUS pendant la TRAVERSEE de l'ATMOSPHERE

Quelle est la direction et le sens de la pesanteur apparente dans l'obus pendant la traversée de l'atmosphère ?

L'atmosphère étant épaisse de quelques dizaines de kilomètres, donner un ordre de grandeur sommaire de

l'accélération de la pesanteur observée dans l'obus.

#### H – INEXISTENCE de l'ATMOSPHERE LUNAIRE

Comme preuve de l'inexistence de l'atmosphère lunaire, le capitaine NICHOLL avance : "lorsque des étoiles sont occultées par la lune, jamais leurs rayons, en rasant les bords du disque, n'ont éprouvé la moindre déviation".

On se propose de calculer la densité de l'atmosphère lunaire détectable par cette méthode dans les meilleures conditions : un télescope optiquement parfait et utilisé en l'absence totale de turbulence atmosphérique ne peut en raison

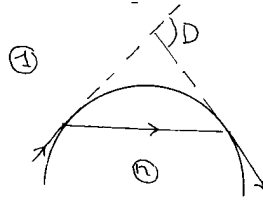
$$\theta = \frac{1,2\lambda}{2R}$$

de la diffraction de la lumière permettre de mesurer des angles inférieurs à :

$\lambda = 0,5 \text{ } \mu\text{m}$  longueur d'onde de la lumière ;

$2R = 5 \text{ m}$  diamètre du télescope.

a) On assimile l'atmosphère à une boule d'indice  $n$  placée dans un milieu d'indice 1.



Expliquer par un croquis que la déviation  $D$  d'un rayon lumineux par cette boule est maximum pour l'incidence rasante.

b) Quelle est alors la relation entre  $D$  et  $n$  ?

c) Exprimer approximativement  $n - 1$  en fonction de  $D$  pour  $D$  petit.

d) Pour un gaz donné,  $n - 1$  est proportionnel à sa masse volumique. Sur Terre  $n_T - 1 = 3 \cdot 10^{-4}$ . Si l'atmosphère lunaire est de même nature, et si le modèle de a) est acceptable, calculer la densité de l'air lunaire par rapport à l'air terrestre détectable.

#### J – LE TELESCOPE des MONTAGNES ROCHEUSES

Pour apercevoir l'obus sur la Lune, l'on construit un télescope de distance focale  $f = 84$  m et de diamètre  $2R = 4,8$  m.

a) Calculer la grandeur de l'image de l'obus

b) En réalité l'on ne peut espérer voir l'obus que s'il est vu depuis la Terre sous un angle supérieur à l'angle  $\theta$  défini dans la partie précédente. Quel diamètre faudrait-il donner au télescope ?

Distance de la Terre à la Lune  $d = 4 \cdot 10^8$  m

#### K – LA PRESSION INITIALE dans la POUDRE

Le capitaine NICHOLL affirme que, sous l'effet de la pression, la poudre prendrait feu spontanément. Calculer numériquement la pression en atmosphères au bas du canon avant mise à feu.

### PROBLEME II

#### ETUDE DES CONDITIONS PHYSIQUES DE LA PLONGEE EN SCAPHANDRE AUTONOME

A chaque question numérique, donner une expression littérale avant le calcul numérique.

##### DONNEES GENERALES

Caractéristiques de l'eau dans laquelle s'effectue la plongée :

masse spécifique :  $\rho_e = 1\,000 \text{ kg m}^{-3}$

température :  $\theta_e = 10^\circ\text{C}$

Caractéristiques de l'air respiré par le plongeur :

L'air sera assimilé à un gaz parfait de :

masse spécifique :  $\rho_a = 1,25 \text{ kg m}^{-3}$  (sous 1 atm à  $10^\circ\text{C}$ )

rapport des capacités calorifiques :  $\gamma = 1,4$

Caractéristiques de la bouteille de plongée :

volume total :  $V_T = 22,5 \text{ dm}^3$

volume utile d'air comprimé :  $V_U = 20 \text{ dm}^3$

masse de la bouteille vide d'air :  $m = 20 \text{ kg}$

Constantes :

accélération de la pesanteur :  $g = 10 \text{ m s}^{-2}$

constante des gaz parfaits :  $R = 8,31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$

pression à la surface de l'eau :  $p_0 = 1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$

équivalente à une hauteur d'eau :  $H = 10 \text{ m}$

#### A – RELATION ENTRE PRESSION et PROFONDEUR

Exprimer en atmosphères la pression  $p$  à la profondeur  $h$  en fonction de  $h$  et  $H$  mesurés en mètres.

#### B – AUTONOMIE du PLONGEUR

Données :

L'air que respire le plongeur provient d'une bouteille dont les caractéristiques sont données au début de l'énoncé. En début de plongée, la bouteille contient de l'air sous la pression  $p_1 = 200 \text{ atm}$ . Lorsque la pression de l'air dans la bouteille tombe à  $p_2 = 20 \text{ atm}$ , le plongeur doit impérativement remonter (limite de sécurité). La bouteille est en équilibre thermique avec l'eau au cours de la plongée ( $\theta_e = 10^\circ\text{C}$ ).

Quelle que soit sa profondeur, le plongeur consomme  $v = 20$  litres d'air par minute. Grâce à un détendeur, cet air est à la pression régnant à la profondeur de la plongée. Cet air est en équilibre thermique avec le corps du plongeur ( $\theta_p = 37^\circ\text{C}$ ).

Questions :

a) Calculer le volume d'air  $V$  effectivement utilisable lors de la plongée (ce volume étant ramené aux conditions de pression et de température du corps du plongeur), en fonction de la pression  $p$  à la profondeur  $h$  de plongée.

b) Exprimer, en minutes, la durée maximale de la plongée  $t$  en fonction de  $h/H$  (négliger les phases de descente et de remontée).

c) Application numérique :

Calculer  $t_1$  et  $t_2$  dans les deux cas suivants :  $h_1 = 60 \text{ m}$  ;  $h_2 = 20 \text{ m}$

#### C – EQUILIBRE et STABILITE du PLONGEUR

Hypothèse et convention :

Le plongeur, sans sa bouteille, a la même masse volumique que l'eau.

La force totale subie par le plongeur est comptée positivement si elle est dirigée vers le haut.

Questions :

1°/ a) Calculer la masse  $m_1$  de la bouteille en début de plongée ( $p_1 = 200 \text{ atm}$ ).

b) Calculer la force totale  $F_1$  subie par le plongeur en début de plongée.

2°/ a) Calculer la masse  $m_2$  de la bouteille en fin de plongée ( $p_2 = 20 \text{ atm}$ ).

b) Calculer la force totale correspondante  $F_2$ .

Nouvelles hypothèses :

En fait, la masse volumique du plongeur dépend du volume variable d'air contenu dans ses poumons. Ce volume peut varier entre les 2 limites suivantes :

$V_3 = 1 \text{ litre}$  (limite de l'écrasement des poumons) ;

$V_4 = 5 \text{ litres}$  (limite de l'éclatement des poumons).

La pression de l'air contenu dans les poumons reste toujours égale à la pression extérieure de l'eau. Sa température est la température  $\theta_p$  du corps du plongeur.

Questions :

Soit le plongeur en équilibre à la profondeur  $h_0 = 20 \text{ m}$  avec le volume d'air  $V_0 = 3 \text{ litres}$  dans ses poumons. On suppose qu'il change de profondeur sans inspirer ni expirer d'air.

3°/ Calculer la profondeur  $h_3$  pour laquelle ses poumons seraient à la limite de l'écrasement et calculer, avec son signe, la force totale  $F_3$  qu'il subit.

4°/ Calculer la profondeur  $h_4$  pour laquelle ses poumons seraient à la limite de l'éclatement et calculer, avec son signe, la force totale  $F_4$  qu'il subit.

5°/ L'équilibre, à la profondeur  $h_0$ , est-il stable ou instable ?

6°/ Depuis quelle profondeur  $h_6$  est-il possible de remonter à la surface sans respirer, avec initialement 3 litres d'air dans les poumons ?

7°/ A quelle profondeur maximum  $h_7$  peut-on descendre depuis la surface, et quel volume initial d'air  $V_7$  faut-il inspirer initialement, si l'on s'impose de ne jamais franchir les limites  $V_3$  et  $V_4$  du volume pulmonaire ?

D – DEBIT d'AIR EXPIRE au COURS d'une REMONTEE LIBRE

Pour remonter de la profondeur  $h_0' = 60 \text{ m}$  à la surface en maintenant constant le volume d'air  $V_0 = 3 \text{ L}$  contenu dans ses poumons, le plongeur expire de l'air.

a) Exprimer, à la température  $\theta_p$  du corps du plongeur, le volume d'air expiré  $\delta V$ , lorsque la pression de l'eau passe de  $p$  à  $p + \delta p$  ( $\delta p < 0$ ).

b) La vitesse de remontée du plongeur est constante et vaut  $-dh/dt = 1 \text{ m s}^{-1}$ . Donner numériquement, en litres par seconde, le débit  $\delta V/dt$  en fonction du temps  $t$ , si à  $t = 0$ ,  $h = h_0 = 60 \text{ m}$ .

E – LIMITATION de la PROFONDEUR de PLONGEE DUE à l'OXYGENE

L'air se compose en volume de 80 % d'azote et de 20 % d'oxygène. L'oxygène devient toxique pour l'organisme lorsque sa pression partielle dans l'air inspiré dépasse 2,2 atm (hyperoxie).

a) Montrer que ceci impose une profondeur maximum de plongée à l'air  $h_A$  et la calculer.

b) Les nageurs de combat respirent de l'oxygène pur en circuit fermé. Quel est dans leur cas la profondeur maximum autorisée  $h_O$  ?

F – CHARGEMENT de la BOUTEILLE

Un grand réservoir de volume  $V$  contient de l'air comprimé dans les conditions initiales de pression et de température  $p_1$  et  $T_1$ . La bouteille de volume  $V'$  est supposée rigoureusement vide d'air au départ ( $p_1' = 0$ ).

Au moyen d'une vanne l'on fait passer rapidement de l'air du réservoir vers la bouteille. A la fin de l'opération les pressions dans le réservoir et dans la bouteille sont égales:  $p_2 = p_2'$ . Par contre, à cause de la rapidité de l'opération, la température finale  $T_2$  dans le réservoir sera différente de la température finale  $T_2'$  dans la bouteille.

Le problème posé est d'exprimer les trois inconnues  $p_2 = p_2'$ ,  $T_2$ ,  $T_2'$  en fonction des données  $V$ ,  $V'$ ,  $T_1$ ,  $p_1$ ,  $\gamma$ . Trois relations sont nécessaires pour le résoudre.

Elles seront déterminées par les considérations suivantes :

a) Exprimer la conservation de la matière entre le début et la fin de l'opération.

b) On suppose qu'il n'y a pas d'échange de chaleur entre le réservoir, la bouteille, et le milieu extérieur, et que réservoir et bouteille sont indéformables.

Montrer (ou au besoin admettre) que l'énergie interne totale de l'air en fin d'opération est égale à l'énergie interne initiale. En déduire une seconde relation.

On rappelle l'expression de l'énergie interne d'un gaz parfait :  $U = pV/(\gamma - 1)$

c) On suppose que l'air qui est resté dans le réservoir  $V$  a subi une détente adiabatique réversible. En déduire une relation entre  $p_1$ ,  $T_1$ ,  $p_2$ ,  $T_2$ .

d) Exprimer les inconnues  $p_2$ ,  $T_2$ ,  $T_2'$  en fonction des données  $T_1$ ,  $p_1$ ,  $x = V'/V$  (rapport volumétrique),  $\gamma$ .

e) Donner les limites des expressions de  $p_2$ ,  $T_2$ ,  $T_2'$  lorsque  $x$  tend vers zéro.

f) Application numérique On donne  $V = 1 \text{ m}^3$  ;  $p_1 = 200 \text{ atm}$  ;  $T_1 = 300 \text{ K}$  ;  $V' = 20 \text{ dm}^3$  ;  $\gamma = 1,4$ .

Calculer  $p_2$ ,  $T_2$ ,  $T_2'$  (le calcul rigoureux n'est pas nécessaire).

g) Les résultats obtenus en f) sont-ils tous vraisemblables ? Comment doit-on, en pratique, réaliser le chargement pour obtenir un résultat plus favorable ?

Quelles hypothèses ne seraient alors plus du tout vérifiées ?

#### G – ABSORPTION de la LUMIERE dans l'EAU

Dans cette partie l'on suppose que les rayons lumineux se propagent verticalement dans l'eau. Soit une surface  $S$  horizontale située à la profondeur  $h$ , soit  $P$  la puissance transportée par les rayons lumineux qui la traversent. On appelle intensité le rapport  $I = P/S$ .

Il décroît avec la profondeur par suite de l'absorption de la lumière par l'eau, la puissance dissipée étant proportionnelle à l'intensité reçue :  $dI/dh = -I/K$

$K$  étant une constante.

1°/ a) Exprimer l'intensité  $I$  en fonction de la profondeur  $h$  et de l'intensité près de la surface de l'eau  $I_0$ .

b) L'intensité à la profondeur 12 m est le dixième de l'intensité  $I_0 = 500 \text{ W m}^{-2}$  près de la surface de l'eau. Calculer  $K$  (en précisant l'unité).

c) Si  $I < 10^{-2} \text{ K m}^{-2}$ , il faut employer une torche pour s'éclairer ; à quelle profondeur faut-il posséder cet accessoire ?

2°/ a) Calculer la puissance dissipée dans une tranche de section horizontale  $S$  et de hauteur  $dh$ .

b) Conduction et convection de la chaleur étant négligées, exprimer la vitesse  $d\theta/dt$  de d'élévation de la température  $\theta$  de l'eau en fonction de sa masse volumique  $\rho_e$ , de sa chaleur massique  $c$ , de  $I$  et de  $K$ .

c) Calculer l'élévation de température en degré Celsius par heure près de la surface et à 12 m de profondeur.

Chaleur massique de l'eau  $c = 4180 \text{ J kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ .