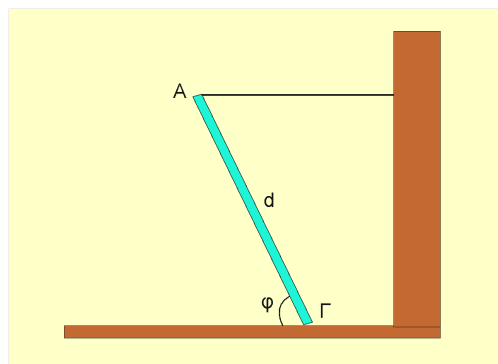


Μια δοκός ισορροπεί

Η λεπτή ομογενής δοκός ΑΓ του σχήματος έχει βάρος μέτρου B , μήκος d και βρίσκεται σε επαφή με οριζόντιο δάπεδο με το οποίο σχηματίζει γωνία φ . Η δοκός ισορροπεί με τη βοήθεια οριζόντιου αβαρούς και μη εκτατού νήματος, που έχει προσδεθεί στο άκρο της Α. Το άλλο άκρο του νήματος είναι ακλόνητα στερεωμένο σε τοίχο.



Α. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες, δικαιολογώντας την επιλογή σας:

α. το δάπεδο μπορεί να είναι λείο

β. η δοκός δέχεται δύο ζεύγη δυνάμεων

γ. η ροπή των οριζόντιων δυνάμεων που δέχεται η δοκός έχει μέτρο

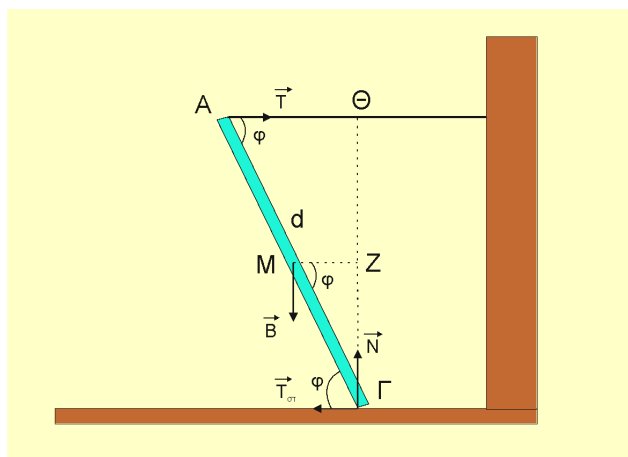
$$\frac{B \sin \varphi}{2}$$

δ. ο φορέας της δύναμης που δέχεται η δοκός από το έδαφος ταυτίζεται με τη δοκό.

Β. Για ποιες τιμές του συντελεστή οριακής τριβής εξασφαλίζεται η ισορροπία της δοκού;

Απάντηση

Α. α. Η δοκός δέχεται το βάρος της $\vec{B}$ στο κέντρο μάζας της M , την τάση του νήματος $\vec{T}$, τη δύναμη $\vec{N}$ από το έδαφος και μια στατική τριβή $\vec{T}_{στ}$ ώστε να εξασφαλίζεται η ισορροπία της στον οριζόντιο άξονα $x'x$. Επομένως το δάπεδο δεν μπορεί να είναι λείο.



Η πρόταση είναι λανθασμένη.

β. Ισχύουν

$$\Sigma \vec{F}_x = 0 \rightarrow T - T_{\sigma\tau} = 0 \rightarrow T = T_{\sigma\tau}$$

$$\Sigma \vec{F}_y = 0 \rightarrow N - B = 0 \rightarrow N = B$$

Επομένως οι $\vec{T}$ και $\vec{T}_{\sigma\tau}$ αποτελούν ζεύγος δυνάμεων (αντίθετες δυνάμεις με μη κοινό σημείο εφαρμογής) και όμοια οι $\vec{N}$ και $\vec{B}$.

Η πρόταση είναι σωστή.

γ. Εφόσον η δοκός ισορροπεί θα πρέπει η ροπή του ζεύγους των $\vec{T}$ και $\vec{T}_{\sigma\tau}$ να είναι αντίθετη αυτής των $\vec{N}$ και $\vec{B}$, το μέτρο της οποίας είναι ίσο με

$$B \cdot (MZ) = \frac{B \cdot d \cdot \varphi}{2}.$$

Υπενθυμίζουμε ότι η ροπή ζεύγους είναι ανεξάρτητη του σημείου υπολογισμού της...

Η πρόταση είναι σωστή.

δ. Η δοκός δέχεται από το έδαφος τη συνισταμένη των $\vec{N}$ και $\vec{T}_{\sigma\tau}$. Αν ο φορέας της ταυτιζόταν με τη δοκό, τότε η μόνη δύναμη που θα είχε ροπή ως προς το M θα ήταν η τάση του νήματος. Αλλά τότε θα ήταν $\Sigma \vec{\tau}_{(M)} \neq 0$, πράγμα άτοπο αφού η δοκός ισορροπεί. Εναλλακτικά, ο φορέας της δύναμης που δέχεται η δοκός από το έδαφος πρέπει να διέρχεται από το σημείο τομής των $\vec{B}$ και $\vec{T}$, ώστε να ικανοποιείται ως προς το σημείο αυτό η συνθήκη ισορροπίας $\Sigma \vec{\tau} = 0$.

Η πρόταση είναι λανθασμένη.

Β. Η ροπή του ζεύγους των $\vec{T}$ και $\vec{T}_{\sigma\tau}$ έχει μέτρο $T_{\sigma\tau} \cdot (\Theta\Gamma) = B \cdot d \cdot \eta\mu\varphi$. Όμως με βάση το υποερώτημα Α(γ) θα ισχύει

$$\frac{B \cdot d \cdot \varphi}{\eta\mu\varphi} = \pi\eta\mu\varphi \cdot T \rightarrow \frac{B \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi}{2}.$$

Για να εξασφαλιστεί η ισορροπία της δοκού θα πρέπει

$$\pi\sigma\tau \leq \pi\tau_{op} \rightarrow T_{\sigma\tau} \leq \pi\eta\mu\varphi \cdot B \frac{\sigma\upsilon\nu\varphi}{\eta\mu\varphi} \leq \pi\eta\mu\varphi \cdot B \frac{\sigma\upsilon\nu\varphi}{2 \eta\mu\varphi}$$

Παπάζογλου Αποστόλης

apostolospapazoglou@gmail.com