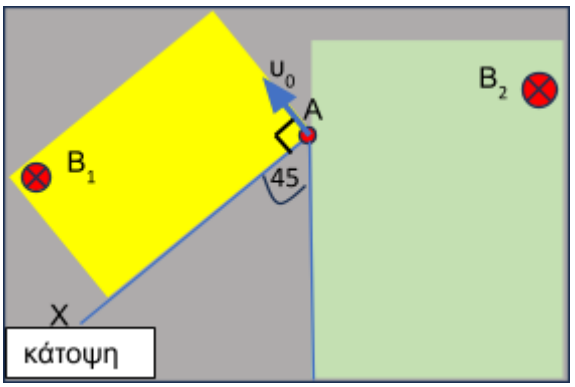
Διαδρομές σε ΟΜΠ

Στο σχήμα βλέπετε δυο ομογενή μαγνητικά πεδία κατακόρυφα που εκτείνονται σε ορισμένες ευρείες περιοχές.



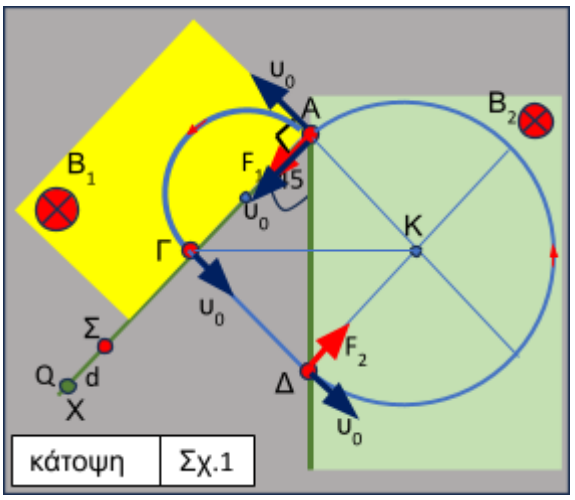
Από το σημείο Α βάλεται την t=0 ένα θετικά φορτισμένο σωματίδιο με ειδικό φορτίο q/m ,με ταχύτητα οριζόντια υ_0 πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο όπως στο σχήμα.

Το σωματίδιο θα κινηθεί μέσα στο ΜΠ με ένταση B_1 ,θα βγεί εκτός του πεδίου και αφου διατρέξει το χώρο εκτός των ΜΠ, θα περάσει στο δεύτερο πεδίο B_2 και θα βγεί απ'αυτό στο σημείο Α.

1) Να περιγράψετε τις κινήσεις του σωματιδίου και να βρείτε τη σχέση μεταξύ B_1 και B_2 .
2) Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή Τ εξόδου από το B_2
3) Ποια η μεταβολή της ταχύτητας μέχρι τη χρονική στιγμή Τ
4) Στο όριο ΑΧ του ΜΠ B_1 και σε πολύ μεγάλη απόσταση από το σημείο εξόδου του σωματιδίου από το B_1 βρίσκεται ακίνητο θετικό φορτίο Q.
   i) Να υπολογίσετε, μετά την άφιξη του φορτισμένου σωματιδίου στο Α, την ταχύτητα του στο σημείο που αρχικά βγήκε από το B_1 και
   ii) Να υπολογίσετε την ελάχιστη απόσταση από το Q που θα πλησιάσει το φορτισμένο σωματίδιο.
   Δίδονται: υ_0 , B_1 , q/m , Q , K_c

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

1)Το φορτισμένο σωματίδιο μόλις βληθεί στο Α θα δεχθεί από το B_1 δύναμη Lorentz F_1 ,η οποία θα παίξει ρόλο κεντρομόλου δύναμης αναγκάζοντας το σωματίδιο να εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση και αφού διαγράψει ένα ημικύκλιο* θα εξέλθει από το ΜΠ στο σημείο Γ.



***Γιατί ημικύκλιο;**

Η ΑΓ είναι κάθετη στο διάνυσμα της ταχύτητας υ_0 **και επομένως περιέχει το κέντρο της τροχιάς με αποτέλεσμα η ΑΓ να είναι διάμετρος ,άρα ημικύκλιο η τροχιά.**

Η ακτίνα του ημικυκλίου είναι $$R_1 = \frac{m\upsilon_0}{qB_1} \quad (1)$$

Στη συνέχεια το σωματίδιο μπαίνει σε χώρο όπου δεν υπάρχει ΜΠ παρα μόνο το ΒΠ που είναι κάθετο στο οριζόντιο επίπεδο και την ταχύτητα επομένως δεν επηρεάζει την κινητική κατάσταση, οπότε διανύει την ΓΔ με σταθερή την υ_0 και μπαίνει στο ΜΠ με την B_2 .Δέχεται δύναμη Lorentz F_2 (κεντρομόλος) εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση με ακτίνα : $$R_2 = \frac{m\upsilon_0}{qB_2} \quad (2)$$ και βγαίνει από το ΜΠ στο σημείο Α.

Το τρίγωνο ΑΓΔ είναι ορθογώνιο στο Γ ,ισοσκελές λόγω του ότι οι παρα την βάση ΑΔ γωνίες είναι ίσες με 45^0 άρα (ΑΓ)=(ΓΔ)=2R_1 . Φέρνω την μεσοκάθετο της χορδής ΑΔ και έστω τέμνει τον φορέα της F_2 σε σημείο Κ που θα είναι το κέντρο της τροχιάς άρα (ΚΔ)=(ΚΑ)=R_2

Το τρίγωνο ΑΚΔ είναι ορθογώνιο ισοσκελές.

$$(\Lambda\Delta)^2 = R_2^2 + R_2^2 \Rightarrow (\Lambda\Delta)^2 = 2R_2^2$$

Όμως και το τρίγωνο ΑΓΔ είναι ορθογώνιο ισοσκελές και:

$$(\Lambda\Delta)^2 = (2R_1)^2 + (2R_1)^2 \Rightarrow (\Lambda\Delta)^2 = 8R_1^2$$

Άρα $$2R_2^2 = 8R_1^2 \Rightarrow R_2 = 2R_1 \Rightarrow \frac{m\upsilon_0}{qB_2} = 2\frac{m\upsilon_0}{qB_1} \Rightarrow B_1 = 2B_2$$

2) Στο B_1 ο χρόνος κίνησης είναι : $$t_1 = \frac{T_1}{2} = \frac{1}{2}\frac{2\pi m}{qB_1} \Rightarrow t_1 = \frac{\pi m}{qB_1}$$

Την διαδρομή ΓΔ διαγράφει το σωματίδιο σε :

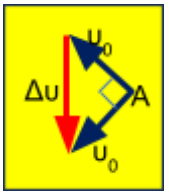
$$t_{\Gamma\Delta} = \frac{(\Gamma\Delta)}{\upsilon_0} = \frac{2R_1}{\upsilon_0} = \frac{2\frac{m\upsilon_0}{qB_1}}{\upsilon_0} \Rightarrow t_{\Gamma\Delta} = \frac{2m}{qB_1}$$

Στο B_2 ο χρόνος κίνησης είναι : $$t_2 = \frac{\theta}{\omega} = \frac{3\frac{\pi}{2}}{\frac{2\pi}{T_2}} = \frac{3}{4}T_2 = \frac{3}{4}\frac{2\pi m}{qB_2} = \frac{3}{4}\frac{2\pi m}{q\frac{B_1}{2}} \Rightarrow t_2 = \frac{3\pi m}{qB_1}$$

Άρα η ζητούμενη χρονική στιγμή είναι:

$$T = t_1 + t_{\Gamma\Delta} + t_2 = \frac{\pi m}{qB_1} + \frac{2m}{qB_1} + \frac{3\pi m}{qB_1} \Rightarrow T = \frac{4\pi m}{qB_1} + \frac{2m}{qB_1} \Rightarrow T = (4\pi + 2)\frac{m}{qB_1}$$

3) Η αρχική ταχύτητα στο Α και η τελική πάλι στο Α στη διεύθυνση ΑΧ έχουν το ίδιο μέτρο υ_0 ,ενώ οι διευθύνσεις τους είναι κάθετες μεταξύ τους.



$$\Delta\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{\upsilon}_{\alpha\rho\chi}$$

$$|\Delta\upsilon| = \sqrt{\upsilon_0^2 + \upsilon_0^2} = \sqrt{2\upsilon_0^2} \Rightarrow |\Delta\upsilon| = \upsilon_0\sqrt{2}$$

5) i) Το σωματίδιο βγαίνει αρχικά από το B_1 στο σημείο Γ που οριακά είναι όριο του ΗΠ του Q, άρα το σωματίδιο στη διαδρομή ΑΓ δεν δέχεται δύναμη από το Q με συνέπεια να διατηρήσει την ταχύτητα του υ_0.

ii) Έστω ότι το σωματίδιο θα φτάσει σε απόσταση d από το Q , σημείο Σ Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για το σωματίδιο από το Γ μέχρι την θέση Σ, όπου θα μηδενιστεί η ταχύτητά του, θα έχουμε:

$$0 - \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = q\left(V_\Gamma - V_\Sigma\right) \xrightarrow{V_\Gamma = 0} -\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = -qk_c\frac{Q}{d} \Rightarrow d = 2k_c\frac{Qq}{m\upsilon_0^2}$$

Παντελεήμων Παπαδάκης

05/02/2024