

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DES TECHNIQUES INDUSTRIELLES ET DES MINES DE DOUAI

PHYSIQUE CHIMIE 1981

(Temps accordé 4 Heures)

L'USAGE DES TABLES NUMERIQUES, DES REGLES A CALCUL ET DES CALCULATRICES ELECTRONIQUES PORTATIVES, NON IMPRIMANTES, A ALIMENTATION AUTONOME ET SANS DOCUMENT D'ACCOMPAGNEMENT, EST AUTORISE.

Chaque candidat doit traiter les TROIS PARTIES DE L'EPREUVE.

Pour la TROISIEME PARTIE les candidats ont le choix entre :

- l'étude d'une résistance thermométrique de platine plus spécialement destinée aux candidats des classes de mathématiques supérieures technologiques
- et une étude de dynamique du point matériel plus spécialement destinée aux candidats des classes de mathématiques supérieures et des classes de technologie et mathématiques supérieures (classes TA).

PREMIERE PARTIE

UTILISATION DES GAZ PAUVRES ISSUS D'UN FOUR A ZINC

(Les questions A, B, C peuvent être traitées indépendamment)

Dans le cadre des économies d'énergie et des limitations de rejets de gaz polluants (tels que le monoxyde de carbone CO) à l'atmosphère, une usine produisant du zinc par voie pyrométallurgique utilise, à l'heure actuelle, la totalité des gaz pauvres issus du four à zinc. Ceux-ci sortent du four à 1273 K sous une pression de $1,013 \cdot 10^5$ Pa. Ils contiennent du monoxyde de carbone (CO), du dioxyde de carbone (CO₂), de l'hydrogène (H₂), de la vapeur d'eau (H₂O), de l'azote (N₂) et de la vapeur de zinc (Zn). Ils passent ensuite dans un condenseur à 773 K où le zinc est retiré des gaz. Ils sont enfin refroidis à 298 K sous une pression de $1,013 \cdot 10^5$ Pa avec élimination de la vapeur d'eau. Le gaz épuré (E) ainsi obtenu possède la composition volumétrique suivante 22 % CO, 11 % CO₂, 1 % H₂ et 66 % N₂.

A.– Le gaz épuré (E), qui était auparavant rejeté à l'atmosphère, est actuellement brûlé dans une chaudière. Après la combustion, tous les produits sont gazeux.

A.– 1°/ Calculer les chaleurs de combustion molaires ΔH_1^0 de l'hydrogène (H₂) et ΔH_2^0 du monoxyde de carbone (CO) à 298 K sous une pression constante de $1,013 \cdot 10^5$ Pa.

A.– 2°/ Combustion du gaz épuré (E).

Calculer la température maximale atteinte par l'ensemble des gaz en considérant la combustion totale, isobare et adiabatique (température maximale de flamme) si :

- dans le gaz épuré, seuls CO et H₂ sont combustibles,
- l'oxygène juste nécessaire à la combustion (quantité stœchiométrique) est apporté par de l'air (à 298 K sous $1,013 \cdot 10^5$ Pa) de composition 80 % d'azote (N₂) en volume et 20 % d'oxygène (O₂) en volume.

Données

ΔH_f^0 : enthalpie de formation de référence (298 K ; $1,013 \cdot 10^5$ Pa)

C_p : capacité calorifique molaire à pression constante

T : température en kelvin (K)

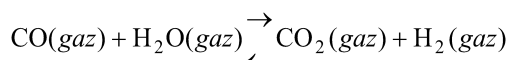
Composé	ΔH_f^0 (J.mol ⁻¹)	C_p (J.K ⁻¹ .mol ⁻¹)
CO(gaz)	$-110 \cdot 10^3$	
CO ₂ (gaz)	$-394 \cdot 10^3$	$44 - 0,020 T$
H ₂ O(vapeur)	$-242 \cdot 10^3$	$30 + 0,010 T$

B.– Le gaz sortant du four à 1273 K comportait de la vapeur d'eau et du zinc à l'état vapeur aux teneurs suivantes : H₂O : 0,5 % (en volume) Zn : 7,8 % (en volume).

B.– 1°/ Déterminer la composition, en pourcentage volumique, des gaz à 1273 K à la sortie du four, à partir de la composition du gaz épuré (E) à 298 K sous $1,013 \cdot 10^5$ Pa.

On considérera que

- les gaz sont parfaits
- les nombres de moles de CO, CO₂, H₂ et N₂ ne varient pas lors du refroidissement de 1273 K à 298 K.



B.- 2°/ La constante de l'équilibre

est $K_p = 1,493$ à 1273 K .

Cet équilibre est-il réalisé dans les gaz sortant du four à 1273 K ?

C.- On fait barboter 1 m^3 de gaz épuré (E) (à 298 K sous $1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$) dans 1 L d'une solution aqueuse de potasse (KOH) 10 fois normale. Le dioxyde de carbone (CO_2) réagit totalement avec la potasse pour donner l'ion carbonate CO_3^{2-} .

Combien de moles de potasse ne seront pas neutralisées dans la solution après barbotage du gaz épuré (1 m^3) ?

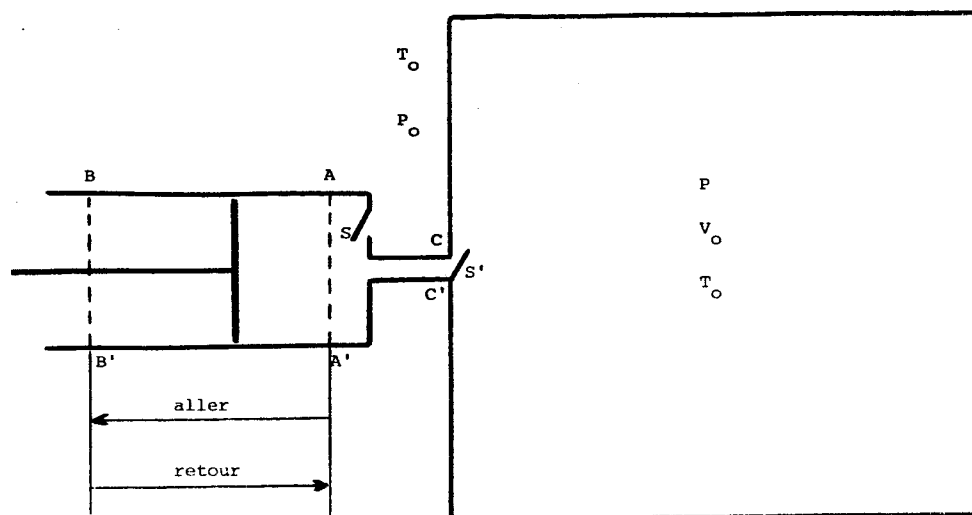
On rappelle qu'une mole de gaz parfait occupe un volume de $22,4 \text{ L}$ à 273 K sous $1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

DEUXIEME PARTIE

ETUDE D'UNE COMPRESSION

A.- EVOLUTION DE LA PRESSION AU COURS DU TEMPS

On désire comprimer de l'air dans un réservoir de volume V_0 à l'aide d'une pompe constituée d'un cylindre, de deux soupapes S et S' et d'un piston mobile sans frottement pouvant évoluer entre les positions extrêmes AA' et BB'.



On peut décomposer un aller et un retour du piston en quatre phases (en partant de la position AA' du piston)

1^{ère} phase : détente de l'air dans le cylindre de la pression P (pression du réservoir à l'instant considéré) à la pression atmosphérique P_0 ; les soupapes S et S' sont fermées.

2^{ème} phase : admission d'air extérieur dans le cylindre à la pression P_0 , S étant ouverte et S' fermée.

3^{ème} phase : compression de l'air dans le cylindre de P_0 à P , S et S' étant fermées.

4^{ème} phase : refoulement de l'air dans le réservoir, S étant fermée et S' ouverte.

Quand le piston est en AA', le volume limité par le piston et la section CC' est $v_{\min}$; ce volume est égal à $v_{\max}$ quand le piston est en BB'.

Les transformations de l'air sont supposées isothermes (à la même température que celle T_0 de l'atmosphère) et quasi-statiques ; l'air est assimilé à un gaz parfait.

A.- 1°/ La pompe n'ayant pas fonctionné, l'état initial est le suivant :

– réservoir : pression P_0 , température T_0 , nombre de moles d'air n_0 ;

– pompe : pression P_0 , température T_0 , position du piston AA'.

Le piston fait alors un aller et un retour.

1°/a) Déterminer la pression P'_0 dans le réservoir à la fin de cette opération.

1°/b) En déduire la variation ΔP_0 de la pression dans le réservoir.

1°/c) En déduire la variation Δn_0 du nombre de moles d'air contenu dans le réservoir.

1°/d) Calculer ΔP_0 et Δn_0 avec : $V_0 = 2 \text{ m}^3$ $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$ $v_{\min} = 0,02 \text{ L}$ $v_{\max} = 0,9 \text{ L}$ $T_0 = 293 \text{ K}$;

constante des gaz parfaits $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

A.– 2°/ La pompe ayant fonctionné, on considère l'état suivant :

– réservoir : pression P , température T , nombre de moles d'air n ;

– pompe : pression P , température T , position du piston AA'.

Le piston fait alors un aller et un retour.

2°/a) Déterminer la pression P' dans le réservoir à la fin de cette opération.

2°/b) En déduire la variation ΔP de la pression dans le réservoir.

2°/c) En déduire la variation Δn du nombre de moles d'air contenu dans le réservoir.

2°/d) Calculer ΔP et Δn pour $P = 3,5 \cdot 10^6 \text{ Pa}$.

A.– 3°/ On considère qu'à un instant donné, l'état du système est celui indiqué au début de la question A.– 2°/.

Le piston fait q allers et q retours par seconde. Soit Δt le temps nécessaire pour que le piston fasse un aller et un retour.

3°/a) En négligeant le caractère discontinu de $\frac{\Delta P}{\Delta t}$, c'est-à-dire en assimilant $\frac{\Delta P}{\Delta t}$ à $\frac{dP}{dt}$, donner l'équation

différentielle liant P et $\frac{dP}{dt}$.

3°/b) La pompe ayant démarré à l'instant $t = 0$ et les conditions initiales étant celles définies au début de la question

A.– 1°/ , déterminer la pression P à un instant t quelconque.

3°/c) Calculer le temps t pour lequel la pression P dans le réservoir est égale à $3,5 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ (on donne $q = 4,7$ allers et retours par seconde).

3°/d) Déterminer la pression P_1 de l'air dans le réservoir quand la pompe a fonctionné pendant un temps extrêmement long.

3°/e) Calculer P_1 .

3°/f) Retrouver P_1 par un autre raisonnement.

B– ETUDE ENERGETIQUE

On considère le réservoir et la pompe dans l'état défini au début de la question A.– 2°/.

B.– 1°/ En sachant que la face gauche du piston est soumise à la pression atmosphérique P_0 , déterminer les travaux w_1 , w_2 , w_3 et w_4 que fournit l'opérateur qui déplace le piston au cours de chacune des quatre phases (décrites en A.–) correspondant à un aller et un retour du piston. Pour la quatrième phase, on peut considérer que le refoulement de l'air a lieu à la pression constante P .

B.– 2°/ En déduire le travail w fourni par l'opérateur pour que le piston fasse un aller et un retour.

B.– 3°/ Mettre w sous la forme $w = f(P)\Delta P$, ΔP étant la variation de la pression dans le réservoir déterminée à la question A.– 2°/b).

B.– 4°/ Déterminer le travail W fourni par l'opérateur pour faire passer la pression du réservoir de P_0 à P .

Pour cela on assimilera la somme des quantités w à une intégrale $W = \sum w = \int_{P_0}^P f(P) dP$

On rappelle que $\int \ln x dx = x \ln x - x$.

B.– 5°/ Déterminer et calculer le travail W_1 fourni par l'opérateur quand la pompe a fonctionné pendant un temps extrêmement long.

TROISIEME PARTIE

plus particulièrement destinée aux candidats des classes de mathématiques supérieures technologiques

ETUDE D'UNE RESISTANCE THERMOMETRIQUE DE PLATINE

A.– VARIATION DES DIFFERENTS PARAMETRES D'UNE RESISTANCE AVEC LA TEMPERATURE

Soit un fil de platine à la température $\theta_0 = 0^\circ\text{C}$, de longueur ℓ_0 , de section S_0 et de résistivité ρ_0 . Pour une température θ , les grandeurs précédentes prennent respectivement les valeurs ℓ , S et ρ . Pour la longueur ℓ ou pour une dimension linéaire d'un objet de ce métal, on adopte la relation $\ell = \ell_0(1 + \lambda\theta + \mu\theta^2)$ avec $\lambda = 8.10^{-6}^\circ\text{C}^{-1}$ et $\mu = 5,5.10^{-9}^\circ\text{C}^{-2}$.

La résistivité ρ du platine peut être représentée par l'expression $\rho = \rho_0(1 + \alpha\theta + \beta\theta^2)$ avec $\alpha = 3,988.10^{-3}^\circ\text{C}^{-1}$ et $\beta = -5,582.10^{-7}^\circ\text{C}^{-2}$.

A.- 1°/ Montrer que la résistance du fil de platine peut se mettre sous la forme $x = x_0(1 + a\theta + b\theta^2)$; calculer a et b ; commenter très brièvement.

A.- 2°/ A la température $\theta_0 = 0^\circ\text{C}$, le fil de platine de résistance $x_0 = 50\Omega$ a un diamètre $d = 0,1\text{ mm}$; calculer sa longueur ℓ_0 sachant que $\rho_0 = 1,06.10^{-7}\Omega.\text{m}$.

B.- PRINCIPE VARIATIONNEL

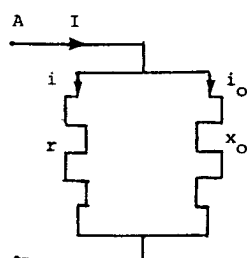


figure 1

La résistance de platine, maintenue à la température $\theta_0 = 0^\circ\text{C}$, est associée en parallèle avec la résistance constante r comme l'indique la figure 1. La distribution des courants dans ce réseau, pour un courant d'entrée donné I , est celle qui produit la dissipation minimale d'énergie.

Déterminer les expressions des courants i_0 et i ; calculer i_0 et i pour $I = 1\text{ A}$, $x_0 = 50\Omega$ et $r = 1000\Omega$.

C.- MESURE DE RESISTANCE ET DE TEMPERATURE AU PONT DE WHEATSTONE

Pour la mesure de la résistance de platine x portée à la température θ , on utilise le pont de Wheatstone de la figure 2 dans lequel tous les éléments sauf x sont maintenus à la température du laboratoire supposée constante.

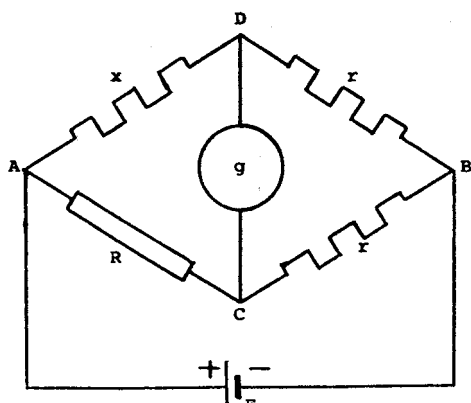


figure 2

La branche AC est une boîte de résistances et l'on note R la résistance utilisée. Les branches CB et DB sont deux résistances identiques $r = 1000\Omega$. La diagonale CD est un galvanomètre de résistance $g = 180\Omega$. Les points A et B sont reliés à un accumulateur de résistance interne négligeable et de f.e.m. $E = 2\text{ V}$.

Dans cette partie, on convient d'utiliser pour la résistance de platine x la relation approchée $x = x_0(1 + a\theta)$ avec $x_0 = 50\Omega$ et $a = 4.10^{-3}^\circ\text{C}^{-1}$.

C.- 1°/a) Exprimer le courant i dans le galvanomètre, i étant orienté de C vers D.

1°/b) A quelle condition le pont est-il équilibré ($i = 0$) ?

1°/c) On veut mesurer la température θ de la résistance de platine x par équilibrage du pont quand $0 \leq \theta \leq 500^\circ\text{C}$. Préciser entre quelles limites la résistance R doit évoluer.

C.- 2°/ Le pont est initialement équilibré pour la température $\theta = 100^\circ\text{C}$ et la mesure de i doit déceler une variation de température $\Delta\theta = 10^{-2}^\circ\text{C}$. Exprimer et calculer le courant i correspondant à cette variation $\Delta\theta$ de la température.

C.- 3°/ Le pont est équilibré pour la température $\theta = 100^\circ\text{C}$ et l'on suppose qu'entre A et D vient s'intercaler une f.e.m. parasite e par effet thermoélectrique. Déterminer la valeur de la f.e.m. e produisant dans le galvanomètre un courant i égal à celui calculé en C.- 2°/ ; conclusion ?

TROISIEME PARTIE

plus particulièrement destinée :

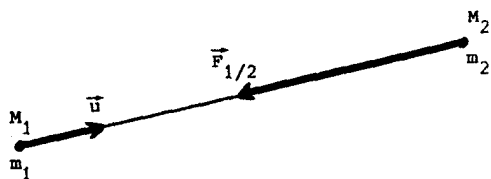
- aux candidats des classes de mathématiques supérieures
- aux candidats des classes de technologie et mathématiques supérieures (classes T.A.)

DYNAMIQUE DU POINT MATERIEL

A.- POINT MATERIEL DANS UN CHAMP GRAVITATIONNEL

Soient deux masses ponctuelles m_1 et m_2 placées aux points M_1 et M_2 . G étant la constante gravitationnelle, la force

exercée par m_1 sur m_2 vaut :

$$\vec{F}_{1/2} = -G \frac{m_1 m_2}{(M_1 M_2)^2} \vec{u} \quad \text{avec } \|\vec{u}\| = 1$$


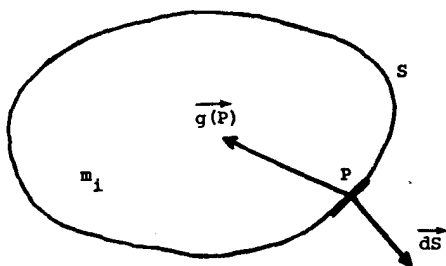
$\vec{F}_{1/2}$ peut se mettre sous la forme $\vec{F}_{1/2} = m_2 \vec{g}(M_2)$, $\vec{g}(M_2)$ étant le champ gravitationnel créé par la masse m_1 au point M_2 .

Par analogie avec le champ électrostatique créé par une charge ponctuelle, on montre que le flux Φ du champ

gravitationnel créé par une distribution de masses à travers une surface fermée S vaut

$$\Phi = \oiint_S \vec{g}(P) \cdot d\vec{S} = -4\pi G m_i, \quad m_i$$

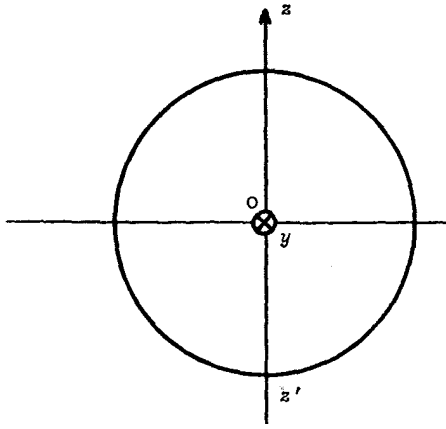
étant la masse totale contenue à l'intérieur de la surface fermée S .



A.- 1°/ Soit une planète sphérique, de centre O , de rayon R , de masse M et de masse volumique ρ constante.

1°/a) Déterminer le champ gravitationnel $\vec{g}(P)$ créé par la planète en un point P à l'altitude h au-dessus du sol de la planète.

1°/b) En déduire la période T d'un satellite de masse m sur une orbite circulaire à l'altitude h par rapport à un référentiel galiléen (Ox , Oy , Oz), la planète et le satellite étant supposés seuls dans l'espace.



1°/c) On donne :

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \quad R = 2754 \text{ km} \quad \mu = 8600 \text{ kg.m}^{-3} \quad h = 17,6 \text{ km} \quad m = 64 \text{ kg}$$

Calculer T.

1°/d) Par rapport à (Ox , Oy , Oz), la planète est animée d'un mouvement de rotation autour de l'axe Oz à la vitesse angulaire constante Ω . On veut lancer un satellite qui apparaisse immobile pour les observateurs fixes par rapport à la planète. Déterminer l'altitude h_s du satellite sur son orbite circulaire et préciser la position de l'orbite dans le référentiel (Ox , Oy , Oz).

1°/e) Calculer h_s pour $\Omega = 2,15 \cdot 10^{-4} \text{ rd.s}^{-1}$.

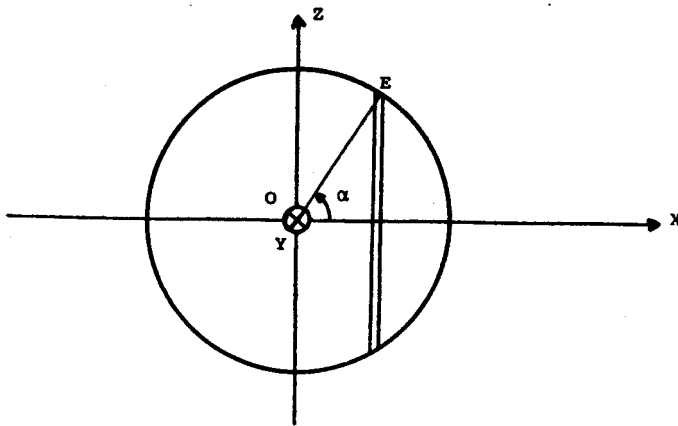
A.- 2°/ Cette planète est traversée par un tunnel porté par l'axe z'z et de diamètre négligeable.

2°/a) Déterminer le champ gravitationnel $\vec{g}(z)$ créé par la planète en un point du tunnel à une distance z du point O.

2°/b) On abandonne sans vitesse initiale un point matériel P de masse m à l'entrée du tunnel ($z = R$). Déterminer l'équation différentielle du mouvement du point P.

2°/c) Déterminer l'équation du mouvement de P ; en déduire la période T' de son mouvement et calculer T'.

A.- 3°/ On considère ici que le référentiel (OX , OY , OZ) lié à la planète est galiléen. Cette planète est traversée par un autre tunnel situé dans le plan XOZ et schématisé ci-dessous :



Ce tunnel est parfaitement lisse et de diamètre négligeable.

On abandonne un point matériel P de masse m sans vitesse initiale en E.

3°/a) Déterminer l'équation différentielle du mouvement du point P. En déduire l'équation du mouvement de P.

3°/b) Déterminer et calculer la période T'' de ce mouvement. On donne $\alpha = 58^\circ$.

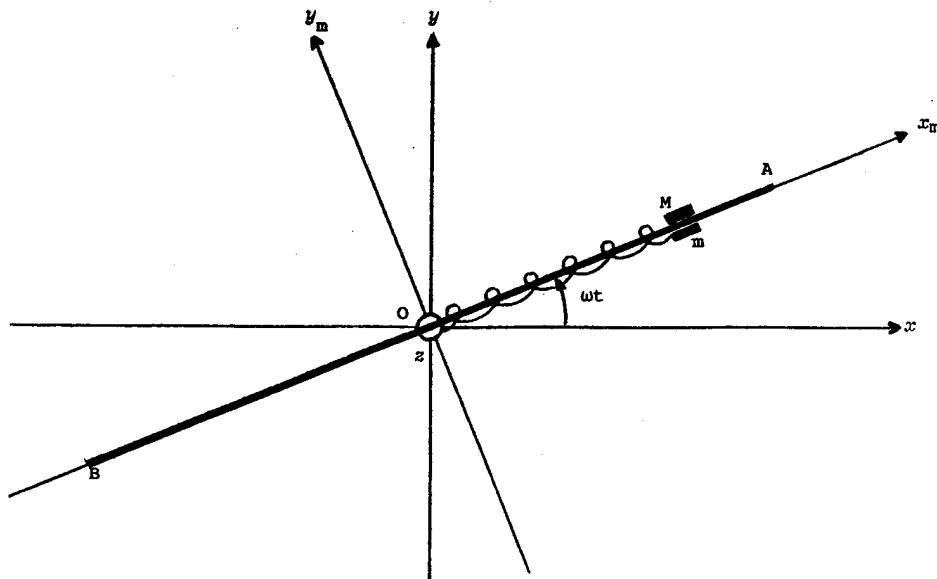
B.- POINT MATERIEL COULISSANT SUR UNE TIGE EN ROTATION

Soit le référentiel direct orthonormé (Ox , Oy , Oz) considéré comme galiléen, Oz étant dirigé suivant la verticale ascendante. Une tige rectiligne AB de longueur $2L$ et de milieu O tourne dans le plan horizontal xOy autour du point O à la vitesse angulaire constante ω .

Un ressort de longueur à vide ℓ_0 et de constante de raideur k est enroulé autour de la tige, une de ses extrémités étant fixée en O et l'autre étant solidaire d'un point matériel M, de masse m , qui peut coulisser sans frottement sur la tige.

On pose : $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Soit $\vec{g}$ le champ de pesanteur terrestre.



B.- 1°/ Soit le référentiel direct orthonormé (Ox_m, Oy_m, Oz) , Ox_m étant porté par la tige AB.

1°/a) Ecrire le principe fondamental de la dynamique pour le point matériel M dans le référentiel (Ox_m, Oy_m, Oz) .

1°/b) En déduire la position d'équilibre du point matériel M relativement à la tige AB. Discuter.

1°/c) On donne :

$$2L = 2,50 \text{ m} \quad \ell_0 = 10 \text{ cm} \quad k = 48 \text{ N/m} \quad m = 50 \text{ g}$$

$$\|\vec{g}\| = 9,81 \text{ m.s}^{-2} \quad \omega_1 = 10,5 \text{ rad/s} \quad \omega_2 = 36,7 \text{ rad/s}$$

Calculer s'il y a lieu les valeurs x_{m1} et x_{m2} des positions d'équilibre du point M correspondant à ω_1 et ω_2 .

B.- 2°/a) Le point matériel M est déplacé de sa position d'équilibre d'une distance a (suivant le sens de l'axe Ox_m) et abandonné sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$.

Déterminer l'équation du mouvement de M et en déduire la période T des oscillations.

2°/b) On donne $a = 3 \text{ cm}$.

Calculer s'il y a lieu les périodes T_1 et T_2 correspondant à ω_1 et ω_2 .