

Electricité - Optique - Mécanique

(Options T en TA)

Durée : 4 h

ELECTRICITE

PREMIERE PARTIE

On considère le circuit de la figure E.1. dans lequel l'interrupteur Tr est fermé depuis un temps suffisamment long pour que le régime permanent soit établi. On s'intéresse au régime transitoire qui suit l'ouverture de l'interrupteur à l'instant $t=0$.

1.1 Etablir l'équation différentielle concernant v_s en exprimant ses coefficients en fonction de L, C, r, R.

1.2 Déterminer numériquement ces coefficients à partir des valeurs numériques suivantes:

$E = 15$ volts, $r = 5$ ohms, $L = 0,1$ henry, $C = 1000$ microfarads, $R = 200$ ohms.

1.3 Résoudre cette équation différentielle et exprimer $v_s = f(t)$ sous la forme

$$v_s = A - B \cdot e^{-\alpha t} \cdot \cos(\omega t + j)$$

Représenter sommairement $v_s = f(t)$.

DEUXIEME PARTIE

Etude d'un variateur élévateur de tension continue.

On étudie le fonctionnement du dispositif de la figure E.2. destiné à délivrer aux bornes d'une résistance R une tension v_s , dont les variations Δv_s devront rester faibles, à partir d'une tension continue positive constante V_e . Le dispositif est construit autour d'un composant électronique Tr commandé par une tension périodique de période T.

On adopte les hypothèses suivantes:

- Tr est assimilable à un interrupteur parfait : de 0 à t_1 l'interrupteur est fermé et la tension à ses bornes est nulle ($u = 0$) quel que soit le courant i_T qui le traverse; de t_1 à T l'interrupteur est ouvert, le courant qui le traverse est nul quelle que soit la tension u à ses bornes.

- D est une diode supposée parfaite: $v_D = 0$ quand $i_D > 0$ (sens direct) et $i_D = 0$ quand $v_D < 0$ (sens inverse).

- L est une inductance supposée parfaite (résistance négligée).

- C est une capacité de forte valeur.

On s'intéresse uniquement au fonctionnement en régime périodique établi.

2.1. Quand l'interrupteur Tr est fermé, quel est l'état de la diode D ? (v_s positive).

Que fait la diode D quand l'interrupteur Tr s'ouvre ? Justifier qualitativement votre réponse (préciser le rôle de l'inductance).

On admet que l'état de la diode D reste le même jusqu'à la fin de l'intervalle de temps pendant lequel Tr est ouvert.

2.2. Dans toute la suite du problème on néglige les variations du courant dans la résistance R, c'est-à-dire que ce courant est assimilé à sa valeur moyenne I_s . V_s représente la valeur moyenne de la tension v_s aux bornes de R et de C.

Justifier cette hypothèse par des relations et des considérations physiques simples concernant les éléments R et C; préciser les valeurs moyennes des courants i_c et i_D .

2.3. En étudiant successivement les deux états du circuit, montrer qu'en régime périodique établi, i varie entre deux valeurs extrêmes $i_{\min}$ et $i_{\max}$. Donner deux expressions de $\Delta i = i_{\max} - i_{\min}$ et, de leur égalité déduire le rapport V_s/V_e en fonction du rapport cyclique $\alpha = t_1/T$.

2.4 Donner une représentation graphique sommaire de u , i , i_D , i_T , en fonction du temps, suivant le modèle de la figure E.3.

2.5 Application numérique: on donne $V_e = 15$ volts, on désire obtenir $V_s = 48$ volts; la fréquence de fonctionnement de l'interrupteur Tr est $f = 20$ kHz et $L = 0,1$ henry.

Préciser la valeur nécessaire de α ainsi que de Δi .

2.6 Exprimer la valeur moyenne de i soit I_m et la valeur moyenne de i_D soit I_{Dm} ; quelle relation lie ces deux valeurs moyennes, exprimer cette relation à l'aide de $\alpha = t_1/T$.

2.7 Exprimer la condition correspondant à l'hypothèse faite au 2.1 sur l'état de la diode D quant Tr est ouvert; montrer qu'on en déduit une limite inférieure $L_{\min}$ de L .

Si $R = 200$ ohms, préciser numériquement I_s , I_m et $L_{\min}$ avec les valeurs numériques déjà indiquées.

2.8 Donner une interprétation énergétique des phénomènes correspondant aux deux parties de la période T.

2.9 En négligeant toujours les variations du courant dans la résistance R, exprimer la quanti d'électricité ΔQ échangée entre la capacité C et le reste du circuit pendant les deux parties de la période T; en déduire la variation Δv_s de la tension v_s aux bornes de C et de R.

Avec les valeurs numériques précédentes et $C = 1000$ microfarads, calculer Δv_s .

figure E.1

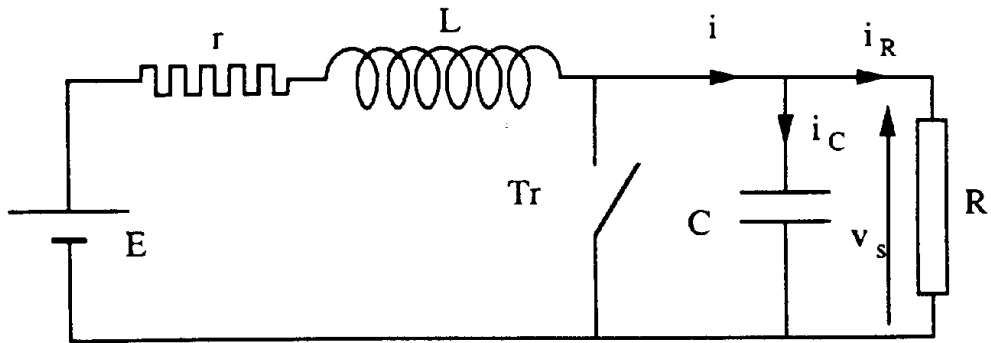


figure E.2

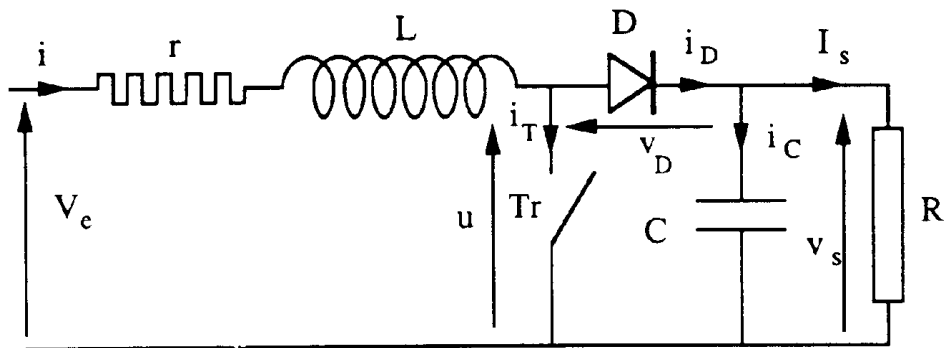
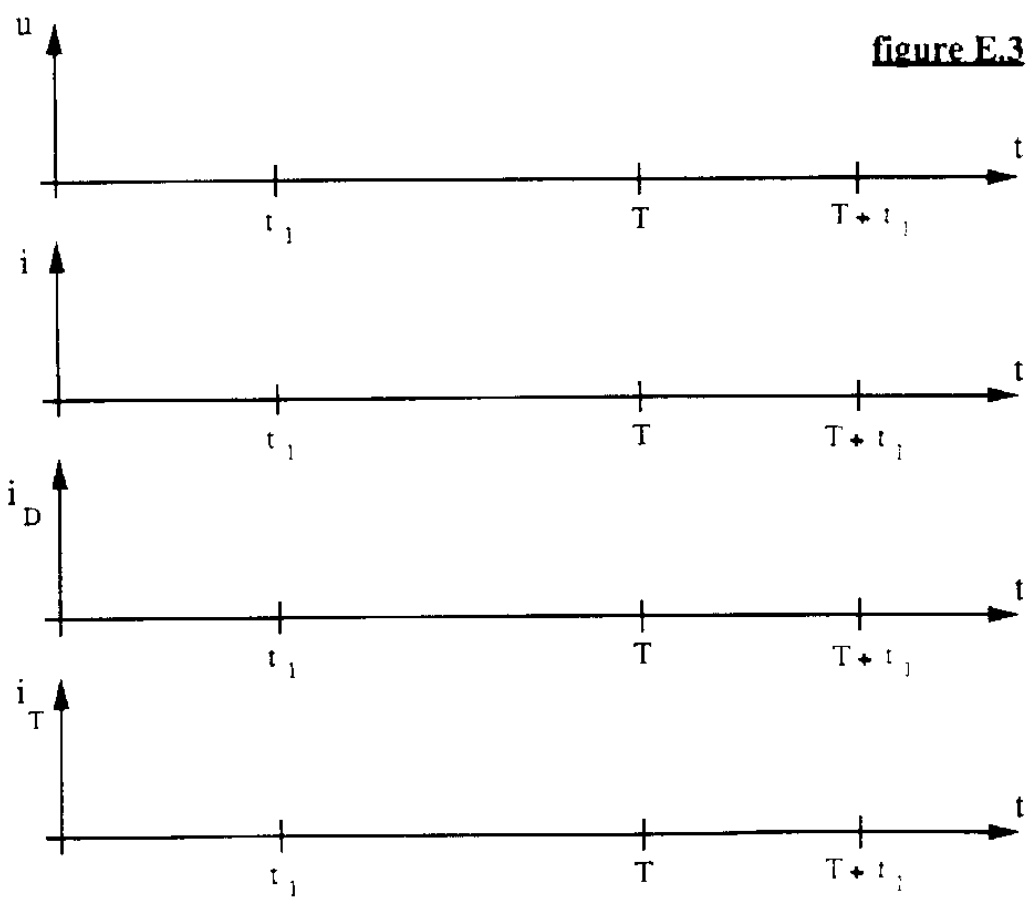


figure E.3



OPTIQUE

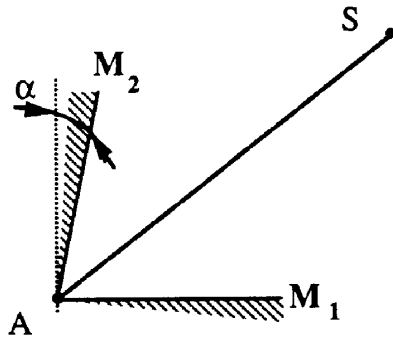


figure O.1

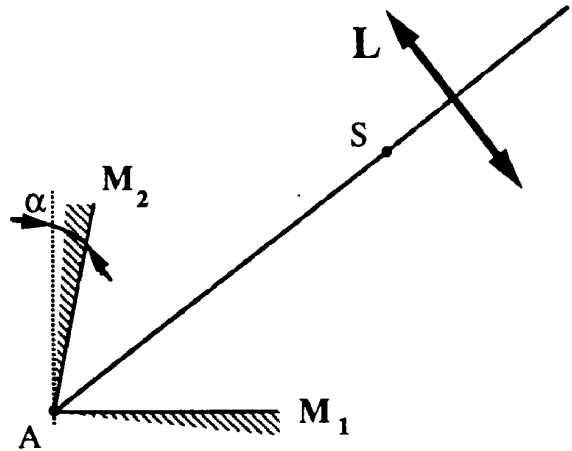


figure O.2

Franges d'interférences à deux ondes

On propose le dispositif expérimental de la figure O.1. :

Deux miroirs plans M_1 et M_2 , carrés de 4 centimètres de côté, ont un côté commun, leurs faces réfléchissantes sont en regard et leurs plans font entre eux un angle $\pi/2 - \alpha$ avec $\alpha = 2 \cdot 10^{-3}$ radian.

Une source ponctuelle S, émettant une lumière monochromatique, de longueur d'onde $\lambda = 6 \cdot 10^{-7}$ mètre, est placée sur la droite d'intersection des deux plans de symétrie du dispositif et éclaire les faces réfléchissantes des deux miroirs.

Soit $SA = d$ la distance de la source S au côté commun des deux miroirs; on donne $d = 10$ centimètres.

1 - Déterminer la région de l'espace où l'on peut observer des interférences entre :

- le faisceau réfléchi par M_1 , puis par M_2
- le faisceau réfléchi par M_2 , puis par M_1

Pour quelle raison faut-il, ici, connaître la dimension des miroirs ?

2 - On reçoit les deux faisceaux réfléchis sur un écran E perpendiculaire, en un point O, à AS et placé à une distance, $AO = D$, du côté commun des miroirs. On donne $D = 1$ mètre.

Justifier de l'observation de franges rectilignes sur E et préciser l'orientation de ces franges.

Calculer la largeur, sur l'écran, du système des franges observées, l'interfrange, le nombre de franges brillantes et le nombre de franges noires.

3 - Montrer que l'on ne change pas la netteté des franges en remplaçant la source ponctuelle S par une fente fine parallèle au côté commun des deux miroirs. Montrer que cette netteté diminue si on élargit la fente.

La fente ayant une largeur de $8,25 \cdot 10^{-5}$ mètre, représenter par un graphique les répartitions d'intensité données sur l'écran par le milieu et par chacun des deux bords de la fente. Montrer qu'en fait les franges ont disparu.

4 - La fente étant, à nouveau, très fine, on place sur le trajet des faisceaux réfléchis, perpendiculairement à AS et à 15 cm du côté commun des miroirs, une lentille convergente L de distance focale $f = 10$ cm (figure O.2.).

Calculer la largeur totale et l'interfrange du nouveau système de franges obtenu sur l'écran E.

5 - Pourquoi, à votre avis, ne vous a-t-on pas fait étudier des interférences qui peuvent être données plus directement par:

- le faisceau réfléchi par M_1
- le faisceau réfléchi par M_2 .

MECANIQUE

PREMIERE PARTIE

figure M.1

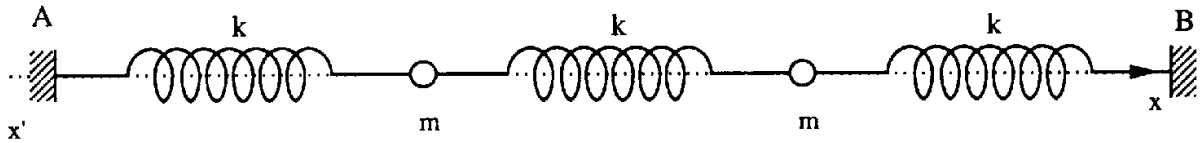
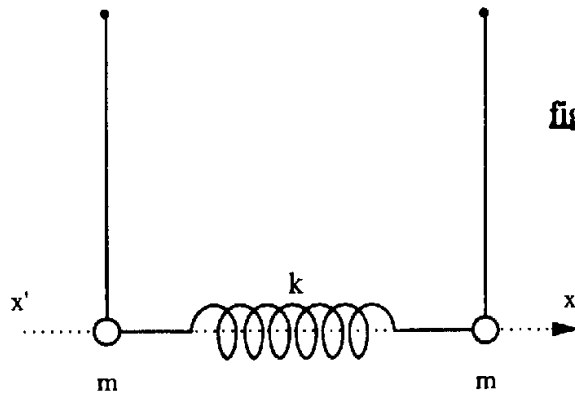


figure M.2



Deux masses m sont assujetties à se déplacer sur un axe horizontal, $x'x$, n'introduisant aucun frottement. Les deux masses sont d'une part, reliées entre elles par un ressort et d'autre part, reliées à deux points fixes A et B par deux autres ressorts (figure M.1). Les trois ressorts sont identiques, de masse négligeable et de même raideur k . La distance des points A et B est telle que la tension des trois ressorts est nulle lorsque les deux masses sont immobiles en leur position de repos. On désignera par x_1 et x_2 les déplacements de chacune des deux masses; x_1 et x_2 seront contrôlés algébriquement selon l'orientation de $x'x$ précisée sur la figure. On posera $\omega_0^2 = k/m$.

1.1 Etablir les équations différentielles qui lient les expressions instantanées de x_1 et de x_2 .

1.2. Le système d'équations différentielles obtenu peut avoir pour solution des oscillations sinusoïdales de même pulsation ω pour x_1 et pour x_2 ; en exploitant ce fait, établir une équation donnant les seules pulsations ω possibles et calculer les valeurs de ces pulsations avec $k = 25 \text{ N.m}^{-1}$ et $m = 5.10^{-2} \text{ kg}$.

1.3. Pour chaque pulsation précédente, quelle relation lie les expressions instantanées de x_1 et x_2 ? Préciser physiquement le mouvement des deux masses.

Comment lancer les deux masses à l'instant initial de leur mouvement pour obtenir chacune des oscillations sinusoïdales communes ?; Justifier physiquement de l'expression des pulsations obtenues.

DEUXIEME PARTIE

On considère maintenant le dispositif de la figure M.2.

Deux pendules simples identiques, de longueur l et de masse m , peuvent se mouvoir dans un même plan vertical autour de deux axes parallèles situés dans le même plan horizontal. Les masses m ont été réunies par un ressort de masse négligeable et de raideur k . La tension du ressort est nulle lorsque les pendules sont verticaux.

Dans tout le problème, on ne considérera que des mouvements de petite amplitude: le ressort reste horizontal et on peut alors confondre le déplacement des extrémités du ressort avec les composantes horizontales x_1 et x_2 des déplacements de chacune des masses mobiles par rapport à sa position d'équilibre. On contrôlera algébriquement x_1 et x_2 selon l'orientation de l'axe $x'x$ précisée sur la figure. On notera g l'accélération de la pesanteur. On négligera tout phénomène de frottement.

2.1. Etablir, à nouveau, le système d'équations différentielles qui lient les expressions instantanées de x_1 et x_2 .

2.2. Procéder à la même recherche que celle faite dans la première partie quant à l'existence de solutions sinusoïdales de même pulsation ω pour x_1 et pour x_2 .

On posera: $\omega_1^2 = \frac{kl + mg}{ml}$ et $\gamma = \frac{kl}{kl + mg}$

Exprimer les pulsations propres aux oscillations sinusoïdales communes de x_1 et x_2 en fonction de ω_1 et γ .

Calculer leurs valeurs avec $l = 1 \text{ mètre}$ et $g = 9,80 \text{ mètre.seconde}^{-2}$, m et k ayant les valeurs données à la première question.

2.3. Donner pour chaque pulsation précédente, les liaisons entre les expressions de x_1 et x_2 et commenter physiquement les mouvements.