Л.Л. Тухолко

Примеры задач по теме «Угол между прямыми», разработанные с учетом соответствия между показателями уровней владения учебным материалом и развития конструктивной деятельности

Простейшие задачи (на выполнение «простейших операций», из которых складываются действия, соответствующие базисным задачам), *соответствующие первому уровню владения учебным геометрическим материалом (отметкам «**один**» и «**два**»)*

1.1 В треугольной пирамиде $DABC$ $\angle ABC = 90°$, точки M и K – середины ребер BC и BD – соответственно (рисунок 4).

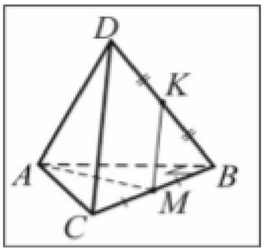

Рисунок 4

а) Прямые AM и BC – пересекающиеся. Назовите углы, образованные этими прямыми.

б) Верно ли, что $\angle(AM; BC)=\angle AMC$?

в) Выберите из предложенных последовательностей действий верную для нахождения угла между прямыми AM и DC:

1) $AM \cap DC = O$, $\angle(AM; DC)=\angle COM$ или углу, смежному с углом COM.
2) AM и DC – скрещивающиеся, $KM \parallel DC$, $\angle(AM; DC)=\angle(AM; KM) =\angle AMK$ или углу, смежному с углом AMK.

г) Для нахождения угла между прямыми AM и BD построили прямую $MX \parallel BD$. На какой из перечисленных прямых может лежать точка X: 1) AD; 2) DC; 3) AB?

1.2 $ABCA_1B_1C_1$ – прямая треугольная призма, точки N и P лежат на ребрах B_1C_1 и BC соответственно (рисунок 5).

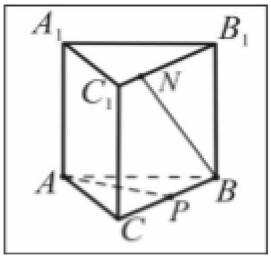

Рисунок 5

а) Прямые B_1C_1 и BN – пересекающиеся. Назовите углы, образованные этими прямыми.

б) Верно ли, что $\angle(B_1C_1; BN)=\angle B_1NB$?

в) Выберите из предложенных последовательностей действий верную для нахождения угла между прямыми AP и CC_1:

1) $AP \cap CC_1=O$, $\angle(AP; CC_1)=\angle AOC$ или углу, смежному с углом AOC.
2) AP и CC_1– скрещивающиеся, $AA_1 \parallel CC_1$, $\angle(AP; CC_1)=\angle(AP; AA_1) =\angle A_1AP$.

г) Для нахождения угла между прямыми AP и BN построили прямую $PX \parallel BN$. На какой из перечисленных прямых может лежать точка X: 1) AB; 2) CC_1; 3) AA_1?

Элементарные (в одно действие) *и полуэлементарные* (в два-три действия) *задачи, соответствующие второму уровню владения учебным геометрическим материалом (отметкам «**три**» и «**четыре**»)*

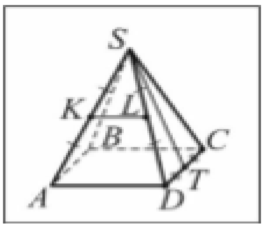

Рисунок 6

ок 5

2.1 $SABCD$ – правильная четырёхугольная пирамида, точки K, L и T – середины ребер AS, SD и DC соответственно (рисунок 6).

а) Назовите угол между прямыми AS и KL (**Б1**).

б) Какой угол можно назвать углом между прямыми SD и BC (**Б2**)?

в) Докажите, что прямые KL и DC взаимно перпендикулярны (**Б3**).

г) Верно ли, что прямые ST и AB взаимно перпендикулярны? (**Б3**, распознавание перпендикулярности прямых ST и DC).

2.2 $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – прямоугольный параллелепипед, точки E и F – середины ребер AB и A_1B_1 соответственно (рисунок 7).

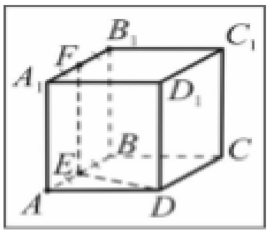

Рисунок 7

ок 5

а) Назовите угол между прямыми AB и ED (**Б1**).

б) Какой угол можно назвать углом между прямыми ED и A_1D_1 (**Б2**)?

в) Докажите, что прямые AD и D_1C_1 взаимно перпендикулярны (**Б3**).

г) Верно ли, что прямые EF и DC взаимно перпендикулярны? (**Б3**, распознавание параллельности прямых EF и DD_1).

Алгоритмические задачи (решаются по алгоритму)*, соответствующие третьему уровню владения учебным геометрическим материалом (отметкам «**пять**» и «**шесть**»)*: ***матрица типовых геометрических конструкций***.

Полуалгоритмические задачи (сводятся к алгоритмическим при помощи элементарных или алгоритмических задач), *соответствующие четвертому уровню владения учебным геометрическим материалом (отметкам «**семь**» и «**восемь**»)*

3.1 В тетраэдре $SABC$ точка M – середина ребра AS. Вычислите градусную меру угла между прямыми AB и CM. (**Т1**, **Т2**, вычисления).

3.2 Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, у которой длина бокового ребра вдвое больше длины ребра основания. Точка M – середина ребра BC. Вычислите градусную меру угла между прямыми AM и CB_1. (**Т1**, **Т2**, вычисления).

Полуэвристические задачи *(многошаговые, предполагающие возможность применения результатов решения опорных задач, в том числе планиметрических), соответствующие пятому уровню владения учебным геометрическим материалом (отметке «**девять**»)*

4.1 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ длина бокового ребра вдвое больше длины ребра основания. Точка F – середина отрезка SC. Вычислите косинус угла между прямыми SA и DF. (*Использование опорной задачи из темы «Построение сечений многогранников плоскостью». ЭСО «Стереометрия», глава* 2, §4*, примеры решений задач, вспомогательные ресурсы, задача* 1*)*.

4.2 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$, все рёбра которой равны между собой, точки R, Q и T – середины рёбер AS, SB и SC соответственно. Вычислите косинус угла между прямыми AT и QR. (*Использование опорной задачи из темы «Аксиомы стереометрии и следствия из них»)*.

5.1 В тетраэдре $SABC$ точки M и N – середины отрезков AC и SB соответственно. Вычислите градусную меру угла между прямыми MN и CB (*Реконструирование опорной конструкции из задачи* **О1.** *ЭСО «Стереометрия», глава* 2, §4*, примеры решений задач, учебные задачи, задача* 3).

5.2 В тетраэдре $SABC$, длина стороны которого равна 10 см, точка K – середина ребра AS. Найдите площадь сечения, проведённого через точку K параллельно прямым SB и AC.(*Использование результата решения опорной задачи* **О1** *и опорной задачи из темы «Параллельные прямые в пространстве». ЭСО «Стереометрия», глава* 2, §4*, примеры решений задач, учебные задачи, задача* 4).

6.1 Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра которой равны между собой. Вычислите косинус угла между прямыми A_1C и C_1B (*Использование приёма «доконструирование» из опорной задачи* **О2**).

Эвристические задачи (требующие применения эвристических приемов поиска решения задач)*, соответствующие пятому уровню владения учебным геометрическим материалом (отметке «**десять**»)*

7.1 В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ ребра $AB=BB_1$, $BC=2AB$. Точка M – середина ребра BC. Вычислите градусную меру угла между прямыми A_1M и DC_1. (На основе **О2**. Используется прием «*Переконструирование*»: разбиваем на два куба и один из них «переставляем»)

7.2 Основанием четырёхугольной пирамиды $SABCD$ служит квадрат $ABCD$, $\angle SBA=\angle SBC=90°$, $SB=AB$. точка M – середина ребра AD. Вычислите косинус угла между прямыми BM и SC («*Реконструирование*» куба).

7.3 В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точки F и T – середины ребер AD и CC_1 соответственно, точка K лежит на отрезке B_1D так, что $DK : DB_1=2 : 3$, $O=AC\cap BF$. Найдите градусную меру угла между прямыми OK и D_1T. («*Доконструирование*», использование опорных планиметрических задач. Учебное пособие В.В. Шлыкова, 10 класс, задача № 279).