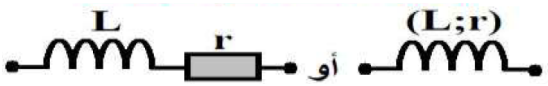
الدرس رقـــــــم 1	ثنائي القطب RL	السنة الثانية بكالوريا
الجزء الثالث: الكهرباء	Dipôle RL	الأستاذ: أســـــامة سطيع

I. الوشيعة La bobine

1. تعريف

الوشيعة ثنائي قطب يتكون أساسا من سلك موصل (النحاس) ملفوف حول أسطوانة عازلة كما ان هذه اللفات غير متصلة فيما بينها لكونها مطلية ببرنيق عازل للكهرباء.

الرمز الاصطلاحي للوشيعة:

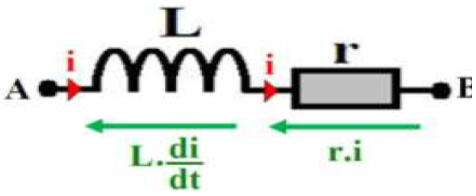


بحيث

r المقاومة الداخلية للوشيعة

L معامل التحريض للوشيعة ، وحدته في النظام العالمي للوحدات هي الهنري H

2. التوتر بين مربطي وشيعة



يعبر عن التوتر $u_L(t)$ بين مربطي وشيعة في اصطلاح المستقبل بالعلاقة التالية:

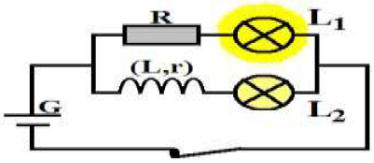
$$u_L = L\frac{di}{dt} + ri$$

ملحوظة:

- عند تزايد i فإن $L\frac{di}{dt} > 0$ تتصرف الوشيعة كمستقبل
- عند تناقص i فإن $L\frac{di}{dt} < 0$ تتصرف الوشيعة كمولد
- في نظام دائم تكون $i = Cte$ أي ان $\frac{di}{dt} = 0$ وبالتالي $u_L = ri$ وفي هذه الحالة تتصرف الوشيعة كموصل أومي.
- إذا كانت المقاومة الداخلية للوشيعة مهملة $(r = 0)$ فإن الوشيعة تسمى بالوشيعة المثالية، فيصبح التوتر $u_L = L\frac{di}{dt}$

3. دور الوشيعة في دارة كهربائية

1.3 نشاط 1



ننجز التركيب الكهربائي التجريبي الممثل جانبه المكون من مولد، وشيعة، موصل اومي، مصباحين L_1 و L_2 وقاطع التيار K. نغلق قاطع التيار وبعد مدة معينة نفتحه.

ماذا تلاحظ؟

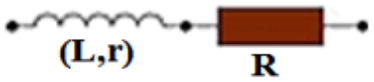
عند غلق قاطع التيار K نلاحظ ان المصباح L_2 يتأخر في الإضاءة بالمقارنة مع المصباح L_1

2.3 خلاصة

الوشيعة تؤخر إقامة التيار الكهربائي، وعموما تقاوم الوشيعة كل تغير في شدة التيار الكهربائي المار فيها

II. استجابة ثنائي القطب RL لرتبة التوتر

1. تعريف

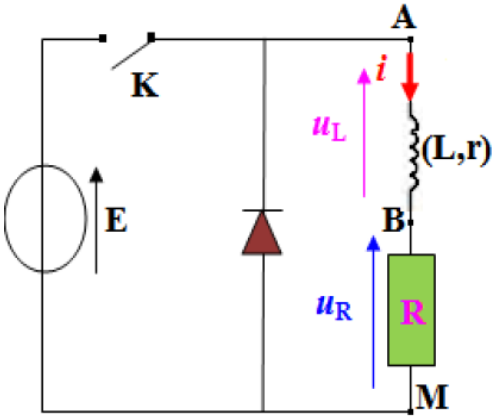


ثنائي القطب RL هو تجميع على التوالي لموصل أومي مقاومته R ووشيعة معامل تحريضها الذاتي L ومقاومتها الداخلية r

المقاومة الكلية لثنائي القطب RL هي: $R_t = R + r$

2. استجابة ثنائي القطب RL لرتبة التوتر الصاعدة (إقامة التيار)

1.2 المعادلة التفاضلية



ننجز التركيب التجريبي جانبه، نغلق قاطع التيار K عند اللحظة $t = 0$

حسب قانون إضافية التوترات لدينا: $u_R + u_L = E$

وحسب قانون أوم: $u_R = R.i$ ولدينا $u_L = L\frac{di}{dt} + ri$

اذن: $L\frac{di}{dt} + (R + r)i = E$

نضع $R_t = R + r$

وبالتالي فالمعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$ عند إقامة التيار هي:

$$\frac{di}{dt} + \frac{R_t}{L}i = \frac{E}{L}$$

2.2 حل المعادلة التفاضلية

حل المعادلة التفاضلية $\frac{di}{dt}+\frac{R_t}{L}i=\frac{E}{L}$ يكتب على الشكل التالي: $i(t)=Ae^{-\alpha t}+B$

بحيث A, B و α ثوابت يجب تحديدها كما يلي:

✔ تحديد B و α باستعمال المعادلة التفاضلية

لدينا $i(t)=Ae^{-\alpha t}+B$ وبالتالي $\frac{di}{dt}=-\alpha Ae^{-\alpha t}$ نعوض الاشتقاق في المعادلة التفاضلية فنجد:

$$Ae^{-\alpha t}\left(-\alpha+\frac{R_t}{L}\right)=\frac{E}{L}-B \text{ إذن } -\alpha Ae^{-\alpha t}+\frac{R_t}{L}(Ae^{-\alpha t}+B)=\frac{E}{L}$$

علما أن $A\neq 0$ ولكي تتحقق هذه العلاقة كيفما كانت t يجب أن يكون:

$$\{-\alpha+\frac{R_t}{L}=0 \ \frac{E}{L}-\frac{R_t}{L}B=0\} \text{ إذن } \{\alpha=\frac{R_t}{L} \ B=\frac{E}{R_t}\} \text{ وبالتالي } i(t)=Ae^{-\frac{R_t}{L}.t}+\frac{E}{R_t}$$

✔ تحديد A باستعمال الشروط البدئية

بما أن شدة التيار دالة متصلة فإن $i(t=0)=0$

اعتمادا على حل المعادلة التفاضلية وبتعويض t ب 0 فإن: $i(t=0)=Ae^{0}+\frac{E}{R_t}=0$

اذن $A=-\frac{E}{R_t}$ ومنه فإن $u_C(t)=-\frac{E}{R_t}e^{-\frac{R_t}{L}.t}+\frac{E}{R_t}$

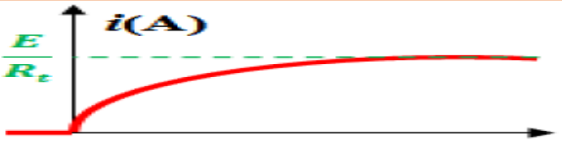
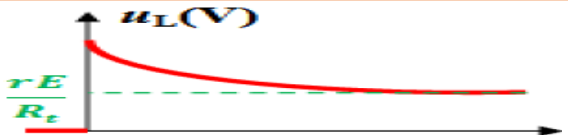
والتالي تعبير شدة التيار المار في الدارة RL عند إقامة التيار هو: $i(t)=\frac{E}{R_t}(1-e^{-\frac{R_t}{L}.t})$

نضع $\tau=\frac{L}{R_t}$

تعبير شدة التيار المار في الدارة RL هو $i(t)=\frac{E}{R_t}(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$

بما أن $u_L=L\frac{di}{dt}+ri$ فإن تعبير التوتر بين مربطي الوشيعة u_L هو $u_L(t)=Ee^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{r.E}{R_t}e^{-\frac{t}{\tau}}$

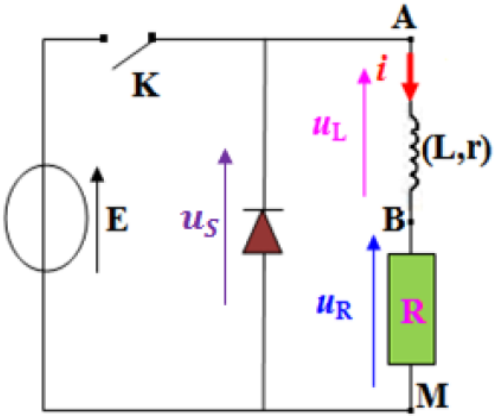
3.2 منحنى تغيرات $u_L(t)$ و $i(t)$

منحنى تغيرات $i(t)$ بدلالة الزمن	منحنى تغيرات $u_L(t)$ بدلالة الزمن
$i(t)=\frac{E}{R_t}(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$	$u_L(t)=Ee^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{r.E}{R_t}e^{-\frac{t}{\tau}}$
	

3. استجابة ثنائي القطب RC لرتبة التوتر النازلة (انقطاع التيار)

1.3 المعادلة التفاضلية

ننجز التركيب التجريبي جانبه، عند فتح قاطع التيار K عند اللحظة $t=0$ يتغير التوتر بين مربطي ثنائي القطب LR من القيمة E إلى 0



حسب قانون إضافية التوترات لدينا: $u_R+u_L=0$

وحسب قانون أوم: $u_R=R.i$ ولدينا $u_L=L\frac{di}{dt}+ri$

اذن: $L\frac{di}{dt}+(R+r)i=0$

وبالتالي فالمعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$ عند انقطاع التيار هي:

$$\frac{L}{R_T}\frac{di}{dt}+i=0$$

2.3 حل المعادلة التفاضلية

حل المعادلة التفاضلية $\frac{L}{R_T}\frac{di}{dt}+i=0$ يكتب على الشكل التالي:

$$i(t)=Ae^{-\alpha t}+B$$

بحيث A, B و α ثوابت يجب تحديدها كما يلي:

✔ تحديد B و α باستعمال المعادلة التفاضلية

لدينا $i(t)=Ae^{-\alpha t}+B$ وبالتالي $\frac{di}{dt}=-\alpha Ae^{-\alpha t}$ نعوض الاشتقاق في المعادلة التفاضلية فنجد:

$$Ae^{-\alpha t}\left(1-\frac{L}{R_T}\alpha\right)-B=0 \text{ إذن } -\frac{L}{R_T}\alpha Ae^{-\alpha t}+Ae^{-\alpha t}+B=0$$

علما أن $A \neq 0$ ولكي تتحقق هذه العلاقة كيفما كانت t يجب أن يكون:

$$\{-\alpha + \frac{R_t}{L} = 0 \; B = 0 \text{ إذن } \{\alpha = \frac{R_t}{L} \; B = 0 \text{ وبالتالي } i(t) = Ae^{-\frac{R_t}{L}.t}$$

✔ تحديد A باستعمال الشروط البدئية

بما أن شدة التيار دالة متصلة فإن $i(t = 0) = \frac{E}{R_t}$

اعتمادا على حل المعادلة التفاضلية وبتعويض t ب 0 فإن: $i(t = 0) = Ae^0 = \frac{E}{R_t}$

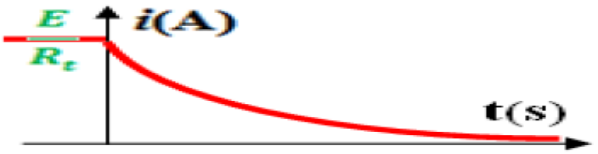
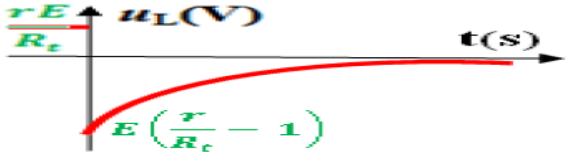
اذن $A = \frac{E}{R_t}$ ومنه فإن $i(t) = \frac{E}{R_t}e^{-\frac{R_t}{L}.t}$

نضع $\tau = \frac{L}{R_t}$

تعبير شدة التيار المار في الدارة RL هو $i(t) = \frac{E}{R_t}e^{-\frac{t}{\tau}}$

بما أن $u_L = L\frac{di}{dt} + ri$ فإن تعبير التوتر بين مربطي الوشيعة u_L هو $u_L(t) = E(\frac{r}{R_t} - 1)e^{-\frac{t}{\tau}}$

3.3 منحنى تغيرات $u_L(t)$ و $i(t)$

منحنى تغيرات $u_L(t)$ بدلالة الزمن	منحنى تغيرات $i(t)$ بدلالة الزمن
$i(t) = \frac{E}{R_t}e^{-\frac{t}{\tau}}$	$u_L(t) = E(\frac{r}{R_t} - 1)e^{-\frac{t}{\tau}}$
	

4. ثابتة الزمن τ

1.4 تعريف

تعرف ثابتة الزمن لثنائي القطب RL بالعلاقة التالية

$$\tau = \frac{L}{R_t}$$

2.4 تحليل معادلة الابعاد لثابتة الزمن لثنائي القطب RL

لدينا $\tau = \frac{L}{R}$ أي ان $[\tau] = \frac{[L]}{[R]}$

بالنسبة للموصل الأومي $u_R = Ri$ أي ان $[R] = \frac{[U]}{[I]}$

بالنسبة للوشيعة $u_L = L\frac{di}{dt}$ أي ان $[L] = \frac{[U][T]}{[I]}$

اذن

$$[\tau] = \frac{[I]}{[U]}.\frac{[U][T]}{[I]} = [T]$$

منه فإن المقدار τ له بعد زمني ووحدته في النظام العالمي للوحدات هي الثانية (s)

3.4 طرق تحديد ثابتة الزمن τ

الطريقة الأولى: بمعرفة قيم R_t و L نحسب τ بحيث $\tau = \frac{L}{R_t}$

الطريقة الثانية: نمثل τ أفصول تقاطع المماس للمنحنى $i(t)$ عند اللحظة $t = 0$ والمقارب $i = \frac{E}{R_t}$

الطريق الثالثة:

- عند إقامة التيار: لدينا $i(t = \tau) = \frac{E}{R_t}(1 - e^{-1}) = 0,63\frac{E}{R_t}$ أي ان τ هو الافصول الذي يوافق الارتوب $0,63\frac{E}{R_t}$
- عند انقطاع التيار: لدينا $i(t = \tau) = \frac{E}{R_t}(e^{-1}) = 0,37\frac{E}{R_t}$ أي ان τ هو الافصول الذي يوافق الارتوب $0,37\frac{E}{R_t}$

ملحوظة:

النظام الانتقالي: تتغير خلاله i او u_L مع الزمن ونحصل عليه عندما تكون $t < 5\tau$

النظام الدائم: تأخذ فيه i او u_L قيمة ثابتة ونحصل عليه عندما تكون $t > 5\tau$

III. الطاقة المخزونة في المكثف

القدرة الكهربائية المكتسبة من طرف الوشيعة هي:

$$P = u_L.i = r.i^2 + i.L.\frac{di}{dt} = r.i^2 + \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}L.i^2\right) = P_{th} + P_m$$

بحيث $P_{th} = r.i^2$ القدرة الحرارية المبددة بمفعول جول

$P_m = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}L.i^2\right)$ القدرة المغناطيسية المخزونة في الوشيعة

لدينا: $P_m dt = dE_m = d\left(\frac{1}{2}.L.i^2\right)$

اذن: $E_m = \frac{1}{2}Li^2 + C$

بحيث C ثابتة

عند اللحظة $t = 0$ لدينا $i(t = 0) = 0$ اذن $E_m = 0$ وبالتالي $C = 0$

ومنه فإن الطاقة الكهربائية المخزونة في الوشيعة التي وحدتها الجول (J) هي:

$$E_m = \frac{1}{2}Li^2$$