

ثانوية الرائد سي الزبير / تيارت - الاختبار الأول في مادة الرياضيات - المستوى : ثلاثة رياضيات.

2018/2019 ---- المدة : ساعتان

التمرين الأول : (02 نقطتين)

عين الثنائيات $(a; b)$ من الأعداد الطبيعية التي تحقق:

$$\begin{cases} a + b = 144 \\ PGCD(a, b) = 12 \end{cases}$$

التمرين الثاني : (04 نقاط)

1/ (u_n) متتالية معرفة بحددها الأول $u_0 = 4$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{5 + \frac{1}{2}u_n^2}$.

أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > \sqrt{10}$

ب- أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم بين ان (u_n) متقاربة.

2/ نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = 10 - u_n^2$.

أ- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

ب- عبر عن الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n ثم عين نهاية (u_n) .

ج- احسب بدلالة n المجموع $S_n = u_0^2 + u_1^2 + \dots + u_n^2$

التمرين الثالث : (07 نقاط)

(I) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x) = (x+1)e^{-x} + 1$

1/ أدرس تغيرات الدالة g و شكل جدول تغيراتها.

2/ برهن ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α حيث $-1,3 < \alpha < -1,2$ ثم استنتج اشارة $g(x)$

(II) دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = (x+2)(e^{-x} - 1)$

نسمي (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1/أ- أحسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$.

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = -g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

2/ أ- برهن ان $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) + x = -2$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب- ثم ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x - 2$

3/ أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا وحيدا (t) يوازي (Δ) يطلب كتابة معادلة له.

4/ أ- عين احداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) و محور الفواصل .

ب- ارسم (Δ) و (t) و (C_f) (نأخذ $f(\alpha) = 1,87$)

5/ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x) = -x + m$

اقلب الورقة

التمرين الثاني: (07نقاط)

I h دالة معرفة على $]0; +\infty[$ كمايلي $h(x) = \frac{1}{x^2} - 2 - 2 \ln x$

1/ أدرس تغيرات h و شكل جدول تغيراتها.

2/ برهن ان المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,8 < \alpha < 0,81$ ثم استنتج اشارة $h(x)$.

II f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي : $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{\ln x}{x}$

نسمي (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1/ أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2/ أ- برهن أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y = \frac{1}{2}x$ مقاربا مائلا للمنحنى (C_f) .

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (d) .

3/ أ- برهن أن من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{h\left(\frac{1}{x}\right)}{2x^2}$

ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{\alpha}} \frac{f(x) - f\left(\frac{1}{\alpha}\right)}{x - \frac{1}{\alpha}}$ و فسر النتيجة هندسياً .

ج - أدرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

4/ برهن أن : $f\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \frac{1}{\alpha} - \alpha$ ثم عين حصراً له .

5/ ارسم (d) و المنحنى (C_f)

بالتوفيق