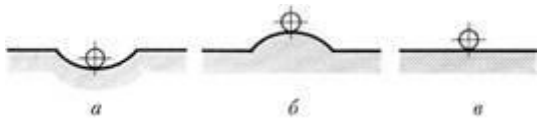
СТІЙКІСТЬ СТИСНУТИХ СТЕРЖНІВ

Поняття стійкості в механіці В механіці звичайно розглядають тіла в стані статичної або динамічної рівноваги. При цьому, як правило, виявляється єдино можливе положення рівноваги, відповідаюче дії даної системи зовнішніх сил. Досягнення ж цього положення рівноваги здебільшого не розглядається. Але при певних умовах положення рівноваги механічної системи при дії одних і тих же сил може бути не єдиним. В таких випадках необхідно наперед визначити, яким буде це положення. Розрізняють стійке, байдуже (нейтральне) та нестійке положення рівноваги. Проілюструємо це на деяких прикладах.

Стійкість стрижнів, що працюють в межах пружності

Розглянемо умови рівноваги кульки (рис. 2.44, а - *в)*. Якщо кульці дати мале відхилення в горизонтальному напрямку, то в першому випадку він повернеться в початкове положення (стан стійке), у другому - не повернеться (нестійке становище), а в третьому випадку відкотиться в сторону і зупиниться (положення байдужої рівноваги). Аналогічні явища спостерігаються і в пружних тілах.

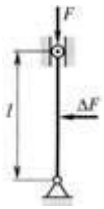


Мал. 2.44

Нехай стрижень навантажений поздовжньою силою f (рис. 2.45). Докладемо до стрижня малу бічну силу ΔF і знімемо її. Як і у випадках з кулькою (див. Рис. 2.44), після зняття навантаження стрижень може: 1) повернутися у вихідне положення; 2) не повернутися в початкове положення; 3) залишитися викривленим, тобто пружний стрижень може мати три стани: стійке, нестійке і байдуже стан рівноваги. Ці три положення, однак, тут істотно залежать від сили *F* і геометричних розмірів стрижня. Аналогічні явища спостерігаються і в багатьох тонкостінних пружних системах, оболонках, пластинах тощо. При деякому значенні сили *F.* званому *критичним* $(F_{кр})$, стрижень нс випрямиться, а збереже викривлене становище, тобто байдуже стан рівноваги. При незначному перевищенні критичної сили стержень почне сильно скривлюватися і руйнуватися. Допустима величина поздовжньої сили

$$F = \frac{F_{кр}}{[n]_y}, \quad (2.96)$$

де $[n]_y$ - запас стійкості, який часто задається приблизно рівним запасу міцності по відношенню до межі текучості: $[n]_y \approx [n]_т$



Мал. 2.45

Критичне напруження стисненого стержня $\sigma_{кр} = F_{кр}/A$ може бути і менше межі пружності, і більше.

Вперше завдання стійкості стиснутого стрижня була вирішена Л. Ейлером в 1744 р Він вивів формулу критичної сили для довгих стрижнів, що працюють в межах пружності, з розгляду криволінійної форми рівноваги стрижня при постійному навантаженні. Формула Ейлера має вигляд

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 E J_{min}}{(\mu l)^2}, \quad (2.97)$$

де E - модуль пружності матеріалу; J_{min} - Мінімальний момент інерції перерізу стержня; l - Довжина стержня; $\mu =$

$= 1/n$ - Коефіцієнт приведення довжини стержня, що залежить від числа напівхвиль n викривленого стрижня, в свою чергу залежать від виду закріплення стержня (рис. 2.46).

0

Мал. 2.46

Обчислимо за формулою Ейлера критичні напруги:

$$\sigma_{кр} = \frac{F_{кр}}{A} = \frac{\pi^2 E J_{min}}{(\mu l)^2 A}. \quad (2.98)$$

Прийнято позначати, де i_{min} - радіус інерції перерізу. $i^2_{min} = J_{min}/A$

Тоді формула (2.98) приймає вид

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \quad (2.99)$$

де $\lambda = \mu l / i_{min}$ - стійкість.

Якщо позначити $\lambda_{кр}$ значення гнучкості стрижня, при якому критичне напруження сягає межі пружності $\sigma_{кр} = \sigma_{п.у}$, то з формули (2.99) отримаємо

$$\lambda_{кр} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{п.у}}}. \quad (2.100)$$

Формула Ейлера застосовується в межах пружності матеріалу стержня $(0 \leq \sigma_{кр} \leq \sigma_{п.у})$, тобто для гнучкості, великих критичних $(\lambda > \lambda_{кр})$.

Стійкість стрижнів за межами пружності

Для кожного матеріалу можна побудувати графік критичних напружень $\sigma_{кр} = f(\lambda)$, користуючись механічними характеристиками матеріалу.

Графік критичних напружень (рис. 2.47) має три області:

I - область пластичних деформацій, в якій працюють короткі стійки (стрижні) на стиск. Тут втрати стійкості не відбувається і за $\sigma_{кр}$ приймається $\sigma_т$;

II - область пружно-пластичних деформацій. Критичні напруги в цій області визначаються за формулою Ясинського (рівняння прямої лінії):

$\sigma_{кр} = a - b\lambda_{кр}$ (2.101)

де *a b* - коефіцієнти рівняння прямої лінії.

Так як пряма *A B* з'єднує точки *A* і *B,* то, підставивши координати точок Л і *B* у рівняння (2.101), отримаємо коефіцієнти *a* і *b* ;

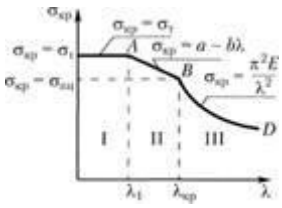
III - область пружних деформацій - область Ейлера. Тут $\sigma_{кр}$ визначається, по формулі Ейлера, вираженої в напружених (2.99).

Розглянемо завдання на визначення критичних напружень.

Завдання 2.1. Задана стійка за формою і розмірами. Відомий матеріал. Потрібно знайти критичну навантаження.

Завдання можна вирішити за допомогою кривої критичних напружень. У будь-якому випадку визначаємо $\lambda_{кр} = \pi\sqrt{E/\sigma_{п.у}}$, потім λ_1. Далі знаходимо гнучкість стійки $\lambda = \mu l/i_{min}$ по обчисленому раніше мінімальному радіусу інерції $i_{min} = \sqrt{J_{min}/A}$. При цьому значення J_{min} і *A* беруть з таблиць або обчислюють.

За знайденою гнучкості встановлюють, в якій області працює стійка, і в залежності від цього визначають $\lambda_{кр}$ по з-



Мал. 2.47

відповідної формулою для σкр або за графіком. Знайшовши $\sigma_{кр}$, визначають $F_{кр} = \sigma_{кр}A$. Якщо заданий запас стійкості, знаходять допустиме навантаження по формулі (2.96).

Завдання 2.2. Відомі гранична допустима сила і запас стійкості $[n]_y$,, тобто відома $F_{кр} = [F][n]_y$. Дано конструкція стійки, се матеріал. Потрібно визначити розміри перетину.

Це завдання - невизначена, оскільки не можна знайти $=\mu l/i_{min}$, де $i_{min}=\sqrt{J_{min}/A}$, оскільки J_{min} і A невідомі.

В цьому випадку задаються розмірами перетину і вирішують пряму задачу (тип перший). Визначають значення $F_{кр}$ і порівнюють із заданим. Якщо отримане значення $F_{кр}$ більше заданого, беруть менший перетин і знову визначають $F_{кр}$; якщо отримане значення $F_{кр}$ менше заданого - збільшують розтин. Таким чином за допомогою декількох проб визначають потрібні розміри перетину.