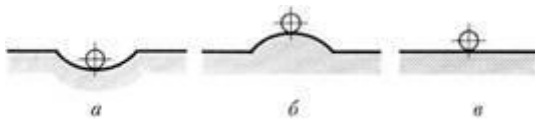


СТІЙКІСТЬ СТИСНУТИХ СТЕРЖНІВ

Поняття стійкості в механіці. В механіці звичайно розглядають тіла в стані статичної або динамічної рівноваги. При цьому, як правило, виявляється єдино можливе положення рівноваги, відповідаюче дії даної системи зовнішніх сил. Досягнення ж цього положення рівноваги здебільшого не розглядається. Але при певних умовах положення рівноваги механічної системи при дії одних і тих же сил може бути не єдиним. В таких випадках необхідно наперед визначити, яким буде це положення. Розрізняють стійке, байдуже (нейтральне) та нестійке положення рівноваги. Проілюструємо це на деяких прикладах.

Стійкість стрижнів, що працюють в межах пружності

Розглянемо умови рівноваги кульки (рис. 2.44, а - в). Якщо кульці дати мале відхилення в горизонтальному напрямку, то в першому випадку він повернеться в початкове положення (стан стійке), у другому - не повернеться (нестійке становище), а в третьому випадку відкотиться в сторону і зупиниться (положення байдужої рівноваги). Аналогічні явища спостерігаються і в пружних тілах.

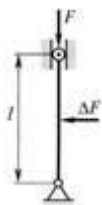


Мал. 2.44

Нехай стрижень навантажений поздовжньою силою f (рис. 2.45). Докладемо до стрижня малу бічну силу ΔF і знімемо її. Як і у випадках з кулькою (див. Рис. 2.44), після зняття навантаження стрижень може: 1) повернутися у вихідне положення; 2) не повернутися в початкове положення; 3) залишитися викривленим, тобто пружний стрижень може мати три стани: стійке, нестійке і байдуже стан рівноваги. Ці три положення, однак, тут істотно залежать від сили F і геометричних розмірів стрижня. Аналогічні явища спостерігаються і в багатьох тонкостінних пружних системах, оболонках, пластинах тощо. При деякому значенні сили F , званому *критичним* ($F_{кр}$), стрижень не випрямиться, а збереже викривлене становище, тобто байдуже стан рівноваги. При незначному перевищенні критичної сили стрижень почне сильно скривлюватися і руйнуватися. Допустима величина поздовжньої сили

$$F = \frac{F_{кр}}{[n]_y}, \quad (2.96)$$

де $[n]_y$ - запас стійкості, який часто задається приблизно рівним запасу міцності по відношенню до межі текучості: $[n]_y \approx [n]_t$.



Мал. 2.45

Критичне напруження стисненого стержня $\sigma_{кр} = F_{кр}/A$ може бути і менше межі пружності, і більше.

Вперше завдання стійкості стиснутого стрижня була вирішена Л. Ейлером в 1744 р Він вивів формулу критичної сили для довгих стрижнів, що працюють в межах пружності, з розгляду криволінійної форми рівноваги стрижня при постійному навантаженні. Формула Ейлера має вигляд

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 E J_{min}}{(\mu l)^2}, \quad (2.97)$$

де E - модуль пружності матеріалу; J_{min} - Мінімальний момент інерції перерізу стержня; l - Довжина стержня; $\mu =$

$= 1/n$ - Коефіцієнт приведення довжини стержня, що залежить від числа напівхвиль n викривленого стрижня, в свою чергу залежать від виду закріплення стержня (рис. 2.46).

0

Мал. 2.46

Обчислимо за формулою Ейлера критичні напруги:

$$\sigma_{кр} = \frac{F_{кр}}{A} = \frac{\pi^2 E J_{min}}{(\mu l)^2 A}, \quad (2.98)$$

Прийнято позначати, де i_{min} - радіус інерції перерізу. $i_{min}^2 = J_{min}/A$

Тоді формула (2.98) приймає вид

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \quad (2.99)$$

де $\lambda = \mu l / i_{min}$ - стійкість.

Якщо позначити $\lambda_{кр}$ значення гнучкості стрижня, при якому критичне напруження сягає межі пружності $\sigma_{кр} = \sigma_{п.у.}$, то з формули (2.99) отримаємо

$$\lambda_{кр} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{п.у.}}}, \quad (2.100)$$

Формула Ейлера застосовується в межах пружності матеріалу стержня ($0 \leq \sigma_{кр} \leq \sigma_{п.у.}$), тобто для гнучкості, великих критичних ($\lambda > \lambda_{кр}$).

Стійкість стрижнів за межами пружності

Для кожного матеріалу можна побудувати графік критичних напружень $\sigma_{кр} = f(\lambda)$, користуючись механічними характеристиками матеріалу.

Графік критичних напружень (рис. 2.47) має три області:

I - область пластичних деформацій, в якій працюють короткі стійки (стрижні) на стиск. Тут втрати стійкості не відбувається і за $\sigma_{кр}$ приймається σ_T ;

II - область пружно-пластичних деформацій. Критичні напруги в цій області визначаються за формулою Ясинського (рівняння прямої лінії):

$$\sigma_{кр} = a - b\lambda, \quad (2.101)$$

де a b - коефіцієнти рівняння прямої лінії.

Так як пряма AB з'єднує точки A і B , то, підставивши координати точок A і B у рівняння (2.101), отримаємо коефіцієнти a і b ;

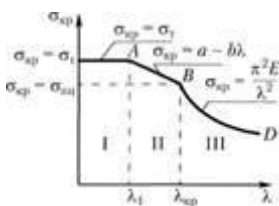
III - область пружних деформацій - область Ейлера. Тут $\sigma_{кр}$ визначається, по формулі Ейлера, вираженої в напруженнях (2.99).

Розглянемо завдання на визначення критичних напружень.

Завдання 2.1. Задана стійка за формою і розмірами. Відомий матеріал. Потрібно знайти критичну навантаження.

Завдання можна вирішити за допомогою кривої критичних напружень. У будь-якому випадку визначаємо $\lambda_{кр} = \pi \sqrt{E/\sigma_{кр}}$, потім λ_1 . Далі знаходимо гнучкість стійки $\lambda = \mu l / i_{min}$ по обчисленому раніше мінімальному радіусу інерції $i_{min} = \sqrt{J_{min}/A}$. При цьому значення J_{min} і A беруть з таблиць або обчислюють.

За знайденою гнучкості встановлюють, в якій області працює стійка, і в залежності від цього визначають $\lambda_{кр}$ по з-



Мал. 2.47

відповідної формулою для $\sigma_{кр}$ або за графіком. Знайшовши $\sigma_{кр}$, визначають $F_{кр} = \sigma_{кр} A$. Якщо заданий запас стійкості, знаходять допустиме навантаження по формулі (2.96).

Завдання 2.2. Відомі гранична допустима сила і запас стійкості $[n]$, тобто відома $F_{кр} = [F][n]$. Дано конструкція стійки, се матеріал. Потрібно визначити розміри перетину.

Це завдання - невизначена, оскільки не можна знайти $\mu l / i_{\min}$, де $i_{\min} = \sqrt{J_{\min} / A}$, оскільки $J_{\min}$ і A невідомі.

В цьому випадку задаються розмірами перетину і вирішують пряму задачу (тип перший). Визначають значення $F_{\text{сп}}$ і порівнюють із заданим. Якщо отримане значення $F_{\text{сп}}$ більше заданого, беруть менший перетин і знову визначають $F_{\text{сп}}$; якщо отримане значення $F_{\text{сп}}$ менше заданого - збільшують розтин. Таким чином за допомогою декількох проб визначають потрібні розміри перетину.