

SESSION DE 2000

Filière MP, PSI

EPREUVE DE PHYSIQUE II

Durée : 3 heures
L'utilisation des calculatrices est autorisée

Premier problème : le calcaire et la chaux

Données

Masses atomiques (en grammes par mole) : Ca : 40 C : 12 O : 16

Le produit de solubilité du carbonate de Calcium CaCO_3 est $K_s = 10^{-8,3}$ (soit $\text{p}K_s = 8,3$)

CO_2 en solution aqueuse est un diacide, de constantes d'acidité K_{a1} et K_{a2} :
 $\text{p}K_{a1} = 6,4$ et $\text{p}K_{a2} = 10,3$

Dans les conditions atmosphériques usuelles, **la concentration maximale de CO_2 en solution aqueuse est de 0,04 mole par litre.**

Données thermodynamiques à 298 K:

CaCO_3 solide CaO solide CO_2 gaz $\Delta_f H^0$ (kJ.mol⁻¹) -1207-634-394
 $\Delta_f G^0$ (J.mol⁻¹.K⁻¹) 9040214 C_p (J.mol⁻¹.K⁻¹) 1114846

On rappelle que $\Delta_f H^0$ représente l'enthalpie de la réaction standard de formation à partir des corps simples.

On supposera que, pour chaque espèce, C_p est indépendant de la température

On supposera les gaz parfaits. $R = 8,31 \text{ J.K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$

Pour les applications, on considérera que la température de 0°C correspond à 273 K.

1 Solubilité du calcaire

1 1) Déterminer la solubilité s_0 du carbonate de calcium (ou calcaire) en milieu basique.

La solubilité est-elle différente dans l'eau pure ?

1 2) Lorsque l'on verse une solution d'acide chlorhydrique sur un morceau de calcaire, on observe un dégagement gazeux.

1 2 a) Ecrire les réactions qui se produisent. Quel est le gaz qui se dégage ?

1 2 b) On introduit 2,5 grammes de CaCO_3 solide dans un bécher contenant 100 ml d'une solution d'acide chlorhydrique dont le pH initial est égal à 0. Le solide disparaît entièrement. Calculer, pour l'état final :

les concentrations en CO_2 dissout et en ions Ca^{2+} , CO_3^{2-} et HCO_3^- ;
le pH

la quantité (en mole) de gaz dégagé.

1 3) L'eau de pluie se charge en CO_2 provenant de l'atmosphère. Ecrire la réaction prépondérante qui se produit lors de la dissolution de CO_2 dans l'eau pure ; en déduire les concentrations en CO_2 et en HCO_3^- dans une eau de pluie dont le pH est égal à 5.

1 4) L'eau contenant du CO_2 dissout ruisselle sur une roche calcaire ; elle ressort avec un pH égal à 7,4 et une concentration en hydrogénocarbonate HCO_3^- égale à $2 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$.

1 4 a) En partant d'un système initial constitué d'eau, de CO_2 en solution et de carbonate de calcium en excès, écrire les deux réactions prépondérantes qui se produisent lors de l'attaque du calcaire par CO_2 dissout.

Ces réactions ne font pas intervenir H_3O^+ et OH^- ; pourquoi peut-on les négliger ?

1 4 b) On note c_0 la concentration initiale en CO_2 , x la concentration finale en ions Ca^{2+} et $2y$ la concentration finale en ions HCO_3^- ; exprimer les concentrations en CO_3^{2-} et en CO_2 en fonction de c_0 , x et y .

1 4 c) Quelles sont les concentrations finales en CO_2 , CO_3^{2-} et Ca^{2+} ?

La réaction de dissolution du calcaire CaCO_3 atteint-elle l'équilibre ?

1 4 d) On fait bouillir (jusqu'à disparition totale du liquide) 1 litre de l'eau recueillie après le ruissellement. Déterminer la masse de calcaire qui s'est déposée sur les parois du récipient.

2 Fabrication de la chaux

2 1) On introduit une masse m de carbonate de calcium dans une enceinte fermée de volume $V = 100$ litres remplie d'air. L'ensemble est porté à 950°C , puis on attend que l'équilibre s'établisse.

La seule réaction envisageable est la dissociation : CaCO_3 solide $\rightleftharpoons$ CaO solide + CO_2 gaz

2 1 a) La quantité d'air influe-t-elle sur l'avancement de la réaction ?

2 1 b) Pour cette réaction de dissociation, calculer les grandeurs standard de réaction $\Delta_r H^\circ$, $\Delta_r S^\circ$, et $\Delta_r G^\circ$ à 950°C .

2 1 c) Déterminer les quantités finales de CaCO_3 , CaO et CO_2 :

si $m = 1,00 \text{ kg}$

si $m = 500$ grammes

si $m = 100$ grammes.

2 2) On place maintenant le carbonate de calcium dans un four qui permet l'évacuation des gaz par une cheminée. La pression y est en permanence égale à 1 bar et la température y est toujours égale à 950°C .

2 2 a) L'état d'équilibre peut-il être atteint ?

2 2 b) Pour une tonne de chaux vive CaO produite, déterminer l'énergie thermique minimale dépensée ainsi que la masse de dioxyde de carbone produit.
On prendra comme état initial le calcaire à 20°C .

3 L'eau de chaux

L'oxyde de calcium CaO réagit sur l'eau pour former l'hydroxyde de calcium ; la solubilité dans l'eau pure de cet hydroxyde est de $0,017 \text{ mol.L}^{-1}$.

3 1) On dissout 0,56 gramme de CaO solide anhydre dans 1 litre d'eau distillée. Ecrire la réaction (prépondérante) qui se produit, et déterminer le pH de la solution obtenue.

3 2) La solution se trouble si on y fait barboter un courant de dioxyde de carbone .

3 2 a) Quelle est la nature du précipité ?

3 2 b) Ecrire les réactions qui interviennent dans ce processus.

3 2 c) Quelle quantité de CO_2 faut-il dissoudre pour qu'apparaisse le précipité ? Conclure.

Deuxième problème : Etude d'un moteur à air comprimé

Le problème étudie un moteur à air comprimé (celui d'un marteau-piqueur, par exemple), entraîné par de l'air issu d'un compresseur. Les trois questions sont largement indépendantes. L'air est assimilé à un gaz parfait de masse molaire $M = 29 \text{ g}$, de capacité thermique massique à pression constante $c_p = 1,00 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et de rapport des capacités thermiques à pression et à volume constants $\gamma = 1,4$. INCORPORER Equation.2

1 Compresseur

L'air est aspiré dans les conditions atmosphériques (pression $P_0 = 1 \text{ bar}$, température

$T_0 = 290 \text{ K}$) et refoulé à la température T_1 dans un milieu où la pression est $P_1 = 6 \text{ bars}$. Bien que le mécanisme réel d'un compresseur soit différent, nous supposons que celui-ci fonctionne comme une pompe à piston, qui se compose d'un cylindre, d'un piston coulissant entraîné par un moteur et de deux soupapes.

La soupape d'entrée 1 est ouverte si la pression P dans le corps de pompe est inférieure ou égale à la pression atmosphérique P_0 .

La soupape de sortie 2 est ouverte si P est supérieure à P_1

Le volume V du corps de pompe est compris entre 0 et V_m .

A chaque cycle (chaque aller-retour du piston), la pompe aspire et refoule une mole d'air.

1 1) Tracer sur un diagramme de Watt (P en ordonnée, V en abscisse) l'allure de la courbe représentant un aller et un retour du piston. Indiquer le sens de parcours par une flèche.
Représenter sur ce diagramme le travail fourni par le moteur qui actionne le piston. On supposera que le mouvement est assez lent pour que l'évolution soit réversible.

1 2) Pendant la phase de compression, l'air suit une loi polytropique $P V^k = \text{constante}$; il sort du compresseur à la température $T_1 = 391 \text{ K}$.

1 2 a) montrer que $k = 1,20$.

1 2 b) Exprimer le travail mécanique W_{moteur} fourni par le moteur pendant un cycle par une intégrale de la forme : $W_{\text{moteur}} = \text{INCORPORER Equation.3}$. On pourra s'aider du diagramme de Watt, établi à la question précédente.

Calculer numériquement W_{moteur} .

1 2 c) Au cours d'un cycle, le système constitué par une mole d'air est transvasé et reçoit par transfert thermique une énergie Q .

Vérifier que la somme $W_{\text{moteur}} + Q$ est égale à la variation d'une fonction d'état que l'on nommera.

Calculer numériquement Q . Interpréter le signe de Q .

1 3) Le débit est de 0,013 kg.s⁻¹. Calculer la puissance P_{moteur} fournie par le moteur.

2 Tuyau de liaison

Un tuyau de longueur L relie le compresseur et le moteur à air comprimé. La pression reste égale à P₁ = 6 bars dans tout le tuyau.

x représente l'abscisse comptée le long du tuyau, l'origine x = 0 étant prise à la sortie du compresseur.

Le régime permanent étant atteint, la température T(x) de l'air comprimé qui circule dans le tuyau est indépendante du temps.

Pour représenter les échanges thermiques entre l'air comprimé et l'atmosphère, nous supposons que l'air contenu dans le tronçon de tuyau d'abscisse x et de longueur élémentaire dx cède à l'extérieur une puissance thermique dP = g [T(x) - T₀] dx.

T₀ est la température extérieure et le coefficient g est une constante caractéristique du tuyau. On néglige toute autre forme de transfert thermique.

2 1) Expliquer pourquoi, en régime permanent, le débit massique D_m a la même valeur en tout point du tuyau.

2 2) Considérons le système fermé constitué par le gaz contenu à l'instant t entre l'abscisse x_A et l'abscisse x_B.

Entre les instants voisins t et t + dt, l'enthalpie H de ce système varie de : dH = H(t+dt) - H(t).

Exprimer dH en fonction de D_m, cp, dt, et des températures T(x_A) et T(x_B).

En déduire une expression de la puissance thermique P_{th} AB reçue par le fluide entre les sections d'abscisses x_A et x_B.

2 3) Faire un bilan de puissance thermique pour le tronçon élémentaire situé entre les abscisses x et x+dx. En déduire l'équation différentielle vérifiée par la fonction T(x); on l'écrira sous la forme : INCORPORER Equation.3 = $\lambda \cdot \frac{dT(x)}{dx}$ en explicitant les constantes λ et $\frac{dT(x)}{dx}$ en fonction des données du problème.

2 4) La longueur L du tuyau est de 20 mètres; l'air entre à la température T₁ = 391 K et ressort à la température T₂ = 320 K; le débit est de 0,013 kg.s⁻¹; la température extérieure T₀ est de 290 K. Calculer la valeur de g.

3 Moteur à air comprimé

Le moteur à air se compose d'un cylindre, d'un piston, et de deux soupapes 1 et 2.

Il est alimenté en air à la pression P₁ = 6 bars, et à la température T₂ = 320 K.

Sa cylindrée, ou volume maximal est V_m = 1 litre.

Le piston étant complètement poussé (V' = 0), la soupape d'admission 1 s'ouvre. Le cylindre se remplit d'air dans les conditions (P₁, T₂) jusqu'à ce que V' soit égal à 0,4 V_m.

Les deux soupapes étant fermées, le piston continue sa course jusqu'à ce que V' = V_m.

La soupape 2 s'ouvre alors; l'air se détend très rapidement jusqu'à la pression extérieure P₀ (sans mouvement du piston), puis le piston est repoussé jusqu'à V' = 0.

La soupape 2 se ferme, la soupape 1 s'ouvre et le cycle se répète.

On suppose toujours que les déplacements du piston sont suffisamment lents pour être considérées comme réversibles.

3 1) Tracer sur un diagramme de Watt (P' en ordonnée, V' en abscisse) l'allure de la courbe représentant un aller et un retour du piston. Indiquer le sens de parcours par une flèche.

Représenter sur ce diagramme le travail fourni à la machine.

3 2) Pendant la phase de détente, l'évolution de l'air est adiabatique et réversible. Le moteur effectue 5 cycles par seconde.

Calculer numériquement :

La température T₃ et la pression P₃ de l'air lorsque le volume V' atteint sa valeur maximale V_m.

Le débit massique moyen D_m.

La puissance mécanique moyenne P' fournie à la machine.

3 3) Définir et calculer numériquement le rendement énergétique de l'ensemble formé du compresseur, du tuyau et du moteur à air (Les valeurs numériques données dans les questions 1 et 2 sont toujours valables).

Pourquoi ce rendement est-il inférieur à l'unité ?