

 Universidad Carlos III de Madrid	UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO Curso 2022-2023 MATERIA: MATEMÁTICAS II	E
--	--	---

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente el examen, responda razonadamente cuatro preguntas cualesquiera a elegir entre las ocho que se proponen. Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas

CALIFICACIÓN: Cada pregunta se calificará sobre 2,5 puntos.

TIEMPO: 90 minutos.

A.1. Calificación máxima: 2,5 puntos.

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} b & 0 & 1 \\ 1 & b \end{pmatrix}$, se pide:

a) (0,5 puntos) Calcular el determinante de $A^t A$.

Resolución

$$A^t A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -2 & 2 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \end{pmatrix}; \det(A^t A) = 20 - 4 - 16 = 0$$

b) (0,5 puntos) Calcular el rango de BA en función de b .

Resolución

$$BA = \begin{pmatrix} b & 0 & 1 \\ 1 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2b & b & 0 & 2 \\ -b & 1 & 2b \end{pmatrix}; \text{ sea el menor } |b & 0 & 1 & 2b| = 2b^2 = 0 \Leftrightarrow b = 0$$

- Si $b \neq 0$, $\text{rg}(BA) = 2$ porque sólo tiene 2 filas y un menor de orden 2 no nulo

- Si $b = 0$, $BA = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\text{rg}(BA) = 1$ porque hay una sólo fila no nula.

c) (0,75 puntos) Calcular B^{-1} para $b = 2$.

Resolución

Si $b = 2$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; $\det B = 4 \neq 0 \Rightarrow \exists$

$$B^{-1} = \frac{1}{\det B} (\text{adj } B)^t = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}^t = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

d) (0,75 puntos) Para $b = 1$, calcular B^5 .

Resolución

$$\text{Si } b = 1, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}; B^3 = B^2 B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

En general, si $n \in \mathbb{N}$, $B^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & n & 1 \end{pmatrix}$, en particular, $B^5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}$

A.2. Calificación máxima: 2,5 puntos.

Un equipo de ingenieros realiza pruebas de consumo de un nuevo vehículo híbrido. El gasto en litros de combustible por cada 100 kilómetros en función de la velocidad, medida en decenas de kilómetros por

hora, es $c(v) = \begin{cases} \frac{5v}{3}, & \text{si } 0 \leq v < 3 \\ 14 - 4v + \frac{v^2}{3}, & \text{si } v \geq 3 \end{cases}$

a) (1 punto) Si en una primera prueba, el vehículo tiene que circular a más de 3 decenas de kilómetros por hora, ¿a qué velocidad debe ir el vehículo para obtener un consumo mínimo?

Resolución

Como $v > 3$, $c(v) = 14 - 4v + \frac{v^2}{3}$; $c'(v) = -4 + \frac{2v}{3} = 0 \Leftrightarrow v = 6$

$c''(v) = \frac{2}{3}$; $c''(6) = \frac{2}{3} > 0$ (mínimo para $v = 6$). Además, $c(6) = 14 - 4 \cdot 6 + \frac{6^2}{3} = 2$

Debe ir a 60 km/h y su gasto sería de 2 litros.

b) (1,5 puntos) Si en otra prueba el vehículo debe circular a una velocidad v tal que $1 \leq v \leq 8$, ¿cuáles serán el máximo y el mínimo consumo posibles del vehículo?

Resolución

Evaluamos $c(v)$ en $v = 1$, $v = 3$, $v = 6$ y $v = 8$:

$c(1) = \frac{5 \cdot 1}{3} = \frac{5}{3} \cong 1,67$; $c(3) = 14 - 4 \cdot 3 + \frac{3^2}{3} = 5$; $c(6) = 2$;

$c(8) = 14 - 4 \cdot 8 + \frac{8^2}{3} \cong 3,33$

El consumo máximo es de 5 litros y el mínimo, aproximadamente, 1,67 litros

A.3. Calificación máxima: 2,5 puntos.

Sean el plano π : $z = 1$, los puntos $P(1, 1, 1)$ y $Q(0, 0, 1)$ y la recta r que pasa por los puntos P y Q .

a) (0,25 puntos) Verifique que los puntos P y Q pertenecen al plano π .

Resolución

Tanto en P como en Q se cumple que $z = 1$ porque su 3ª coordenada es 1. Luego, $P, Q \in \pi$

b) (1 punto) Halle una recta paralela a r contenida en el plano $z = 0$.

Resolución

$P(1, 1, 1) \in r$ y un vector director de r es $\vec{d}_r = \vec{QP} = (1, 1, 0) \Rightarrow r: \{x = 1 + k, y = 1 + k, z = 1\}$

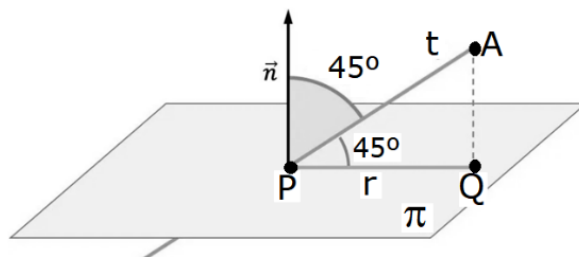
Como $O(0, 0, 0)$ pertenece al plano $z = 0$, la recta s que se pide pasa por O y al ser paralela a r , entonces

$$\vec{d}_s = \vec{d}_r = (1, 1, 0) \Rightarrow s: \{x = k', y = k', z = 0\}$$

c) (1,25 puntos) Halle una recta que pase por P y tal que su proyección ortogonal sobre el plano π sea la recta r , con la cual forme un ángulo de $\frac{\pi}{4}$ radianes.

Resolución

$\pi: z = 1$, $\vec{n} = (0, 0, 1)$; $\vec{d}_r = (1, 1, 0)$, $P(1, 1, 1)$ y $Q(0, 0, 1)$. Sea t la recta que se pide.



Sea $A(a, b, c) \in t \Rightarrow \vec{QA} = (a, b, c - 1) // \vec{n} = (0, 0, 1) \Rightarrow \frac{a}{0} = \frac{b}{0} = \frac{c-1}{1}$. Luego, $a = b = 0$ y $A(0, 0, c)$

Por otra parte,

$$\vec{AP} \cdot \vec{n} = (1, 1, 1 - c) \cdot (0, 0, 1) = 1 - c = |\vec{AP}| \cdot |\vec{n}| \cdot \cos 45^\circ = \sqrt{(1 - c)^2 + 2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Elevando al cuadrado, $(1 - c)^2 = \frac{(1 - c)^2 + 2}{2} \Rightarrow (1 - c)^2 = 2 \Rightarrow 1 - c = \pm \sqrt{2}$

Luego, $P(1, 1, 1) \in t$ y un vector director de t es $\vec{d}_t = \vec{AP} = (1, 1, \pm \sqrt{2})$

Hay dos rectas, $t_1: \begin{cases} x = 1 + k \\ y = 1 + k \\ z = 1 - \sqrt{2}k \end{cases}$ y

$t_2: \begin{cases} x = 1 + k \\ y = 1 + k \\ z = 1 - \sqrt{2}k \end{cases}$

A.4. Calificación máxima: 2,5 puntos.

Sabiendo que $p(A) = 0,5$, $p(A/B) = 0,625$ y $p(A \cup B) = 0,65$, se pide calcular:

a) (1,5 puntos) $p(B)$ y $p(A \cap B)$.

Resolución

$\{p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)\} \Rightarrow p\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$. Sean $x = p(B)$, $y = p(A \cap B)$. Sustituimos en el sistema:

$$\begin{cases} 0,65 = 0,5 + x - y \\ 0,625 = \frac{y}{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 0,15 \\ y = 0,625x \end{cases} \Rightarrow x - 0,625x = 0,15 \Rightarrow x = 0,4$$

; $y = 0,625 \cdot 0,4 = 0,25$

Por tanto, $p(B) = 0,4$ y $p(A \cap B) = 0,25$

b) (1 punto) $p[A/(A \cup B)]$ y $p[(A \cap B)/(A \cup B)]$.

Resolución

$$p\left[\frac{A}{(A \cup B)}\right] = \frac{p[A \cap (A \cup B)]}{p(A \cup B)}$$

. Como $A \subset A \cup B \Rightarrow A \cap (A \cup B) = A$.

Luego, $p\left[\frac{A}{(A \cup B)}\right] = \frac{p(A)}{p(A \cup B)} = \frac{0,5}{0,65} \cong 0,7692 = 76,92\%$

$$p\left[\frac{(A \cap B)}{(A \cup B)}\right] = \frac{p[(A \cap B) \cap (A \cup B)]}{p(A \cup B)}$$

. Como $A \cap B \subset A \cup B \Rightarrow (A \cap B) \cap (A \cup B) = A \cap B$.

Luego, $p\left[\frac{(A \cap B)}{(A \cup B)}\right] = \frac{p(A \cap B)}{p(A \cup B)} = \frac{0,25}{0,65} \cong 0,3846 = 38,46\%$

B.1. Calificación máxima: 2,5 puntos.

Dado el sistema $\begin{cases} -2x + y + kz = 1 \\ kx - y - z = 0 \\ -y + (k-1)z = 3 \end{cases}$, se pide:

a) (1,25 puntos) Discutirlo en función del parámetro k.

Resolución

Las matrices de coeficientes y ampliada son $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & k \\ k & -1 & -1 \\ 0 & -1 & k-1 \end{pmatrix}$ y

$$A^* = \begin{pmatrix} -2 & 1 & k & 1 \\ k & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & k-1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\det A = 2k - 2 - k^2 + 2 - k^2 + k = -2k^2 + 3k = k(-2k + 3) = 0 \Leftrightarrow k = 0 \quad \text{ó} \quad k = \frac{3}{2}$$

- Si $k \neq 0, k \neq \frac{3}{2}$, $\det A \neq 0$ y $\text{rg } A = 3 = \text{rg } A^* = n^\circ$ de incógnitas. Luego, por el teorema de Rouché-Fröbenius el sistema es compatible determinado, tiene solución única.

$$\text{- Si } k = 0, A^* = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 3 \end{pmatrix} \quad f_3 - f_2 \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

La 3ª fila corresponde a la ecuación $0 = 3$, que es incompatible. Luego, el sistema es incompatible

$$\text{- Si } k = \frac{3}{2}, \det A = 0 \quad \text{y} \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & \frac{3}{2} \\ \frac{3}{2} & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}. \text{ Como } \begin{vmatrix} \frac{3}{2} & -1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = \frac{-3}{2} \neq 0, \text{ rg } A = 2.$$

$$A^* = \begin{pmatrix} -2 & 1 & \frac{3}{2} & 1 \\ \frac{3}{2} & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -\frac{1}{2} & 3 \end{pmatrix} \begin{matrix} 2f_1 - 2f_2 \\ 2f_3 - (-4232 - 32200 - 216) \\ 3f_1 - 4f_2 - (-42320 - 2160 - 216) \end{matrix} \quad f_3 = f_2 \begin{pmatrix} -42320 & -216 \end{pmatrix}$$

Como $|-420 - 2| = 8 \neq 0$, $\text{rg } A^* = 2$. Luego, $\text{rg } A^* = \text{rg } A = 2 < n^\circ$ de incógnitas. Por el teorema de Rouché-Fröbenius el sistema es compatible indeterminado, tiene infinitas soluciones.

b) (0,5 puntos) Resolverlo para $k = 3$.

Resolución

Para $k = 3$ sabemos que el sistema es compatible determinado.

Lo resolvemos por el método de Gauss. La matriz del sistema es

$$A^* = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{matrix} 3f_1 + 2f_2 \\ (-213101730 - 123) \\ f_3 + f_2 \end{matrix} \begin{pmatrix} -213101730 - 123 \end{pmatrix}$$

que corresponde al

$$\text{sistema } \begin{cases} -2x + y + 3z = 1 \\ y + 7z = 3 \\ 9z = 6 \end{cases}; \quad z = \frac{2}{3}; \quad y = 3 - 7\frac{2}{3} = \frac{-5}{3};$$

$$x = \frac{\frac{-5}{3} + 3\frac{2}{3} - 1}{2} = \frac{-1}{3}$$

$$\text{Es decir, la solución es } x = \frac{-1}{3}, \quad y = \frac{-5}{3}, \quad z = \frac{2}{3}$$

c) (0,75 puntos) Resolverlo para $k = \frac{3}{2}$ y especificar, si es posible, una solución particular con $x = 2$.

Resolución

Si $k = \frac{3}{2}$, sabemos que es compatible indeterminado, tiene infinitas soluciones.

La matriz del sistema es equivalente a $\begin{pmatrix} -4 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & 6 \end{pmatrix}$, que corresponde al sistema $\begin{cases} -4x + 2y + 3z = 2 \\ -2y + z = 6 \end{cases}$

Despejando, $z = 6 + 2y$; $x = \frac{2y+3z-2}{4} = \frac{2y+3(6+2y)-2}{4} = 4 + 2y$

Llamando $y = k$, las infinitas soluciones son $\{x = 4 + 2k, y = k, z = 6 + 2k\}$, con $k \in \mathbb{R}$.

Si es posible una solución particular con $x = 2$, entonces

$$\{-4 \cdot 2 + 2y + 3z = 2 \quad -2y + z = 6 \Rightarrow \{2y + 3z = 10 \quad -2y + z = 6\}$$

Sumando las ecuaciones, $4z = 16, z = 4$; $y = \frac{10-3z}{2} = \frac{10-3 \cdot 4}{2} = -1$

Por tanto, sí que es posible y la solución es $x = 2, y = -1, z = 4$

B.2. Calificación máxima: 2,5 puntos.

Dadas las funciones $f(x) = 2 + 2x - 2x^2$ y $g(x) = 2 - 6x + 4x^2 + 2x^3$, se pide:

a) (1 punto) Estudiar la derivabilidad de $h(x) = |f(x)|$.

Resolución

h es continua en $\mathbb{R}$ por ser composición de la función valor absoluto y f , que es polinómica.

$y = 2 + 2x - 2x^2$ es una parábola cóncava, $f(x) = 2 + 2x - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0$

$x_1 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}, x_2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Usando la definición del valor absoluto,

$$h(x) = \begin{cases} -f(x), & \text{si } x < x_1 \text{ ó } x > x_2 \\ f(x), & \text{si } x_1 \leq x \leq x_2 \end{cases}$$

Si $x \neq x_1, x \neq x_2$, h es derivable por serlo f , siendo

$$h'(x) = \begin{cases} -f'(x) = -2 + 4x, & \text{si } x < x_1 \text{ ó } x > x_2 \\ f'(x) = 2 - 4x, & \text{si } x_1 < x < x_2 \end{cases}$$

$\lim_{x \rightarrow x_1^-} f'(x) = -2 + 4x_1 \neq \lim_{x \rightarrow x_1^+} f'(x) = 2 - 4x_1$. Luego, f NO es derivable en $x = x_1$

$\lim_{x \rightarrow x_2^-} f'(x) = 2 - 4x_2 \neq \lim_{x \rightarrow x_2^+} f'(x) = -2 + 4x_2$. Luego, f NO es derivable en $x = x_2$

Conclusión: h sólo es derivable en $\mathbb{R} - \{x_1, x_2\}$

b) (1,5 puntos) Hallar el área de la región acotada por las curvas $y = f(x)$, $y = g(x)$, $x = 0$ y $x = 2$.

Resolución

Recordemos que $f(x) = 2 + 2x - 2x^2$ y $g(x) = 2 - 6x + 4x^2 + 2x^3$

Abcisas de los puntos de corte entre las curvas: $\{y = 2 + 2x - 2x^2, y = 2 - 6x + 4x^2 + 2x^3\}$

$$2 + 2x - 2x^2 = 2 - 6x + 4x^2 + 2x^3 \Rightarrow 0 = 2x^3 + 6x^2 - 8x = 2x(x^2 + 3x - 4)$$

Luego, $x = 0$ ó $x = \frac{-3 \pm 5}{2}$, $x = -4$, $x = 1$

El área que se pide es $A = \left| \int_0^1 [g(x) - f(x)] dx \right| + \left| \int_1^2 [g(x) - f(x)] dx \right|$. Una primitiva

de $f(x) - g(x) = 2x^3 + 6x^2 - 8x$ es $p(x) = \frac{x^4}{2} + 2x^3 - 4x^2 = \frac{x^4 + 4x^3 - 8x^2}{2}$. Por la regla de Barrow,

$$A = |p(1) - p(0)| + |p(2) - p(1)| = \left| \frac{1^4 + 4 \cdot 1^3 - 8 \cdot 1^2}{2} - \frac{0^4 + 4 \cdot 0^3 - 8 \cdot 0^2}{2} \right| + \left| \frac{2^4 + 4 \cdot 2^3 - 8 \cdot 2^2}{2} - \frac{1^4 + 4 \cdot 1^3 - 8 \cdot 1^2}{2} \right|$$

$$A = \left| \frac{-3}{2} \right| + \left| \frac{19}{2} \right| = \frac{22}{2} = 11 \text{ u}^2$$

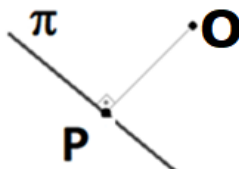
B.3. Calificación máxima: 2,5 puntos.

Dados el plano $\pi: x + 3y + 2z + 14 = 0$ y la recta $r: \{ x = 2z = 5 \}$, se pide:

a) (0,5 puntos) Hallar el punto del plano π más próximo al origen de coordenadas.

Resolución

Sea $P(a, b, c)$ el punto del plano $\pi: x + 3y + 2z + 14 = 0$ más próximo al origen $O(0, 0, 0)$.



Un vector normal de π es $\vec{n}_\pi = \vec{OP} = (a, b, c) // (1, 3, 2)$

$$\frac{a}{1} = \frac{b}{3} = \frac{c}{2} \Rightarrow b = 3a, \quad c = 2a \quad \text{y} \quad P(a, 3a, 2a).$$

Como π pasa por P , entonces $a + 3(3a) + 2(2a) + 14 = 0$, $14a + 14 = 0$, $a = -1$ y $P(-1, -3, -2)$

b) (1 punto) Calcular la proyección ortogonal del eje OZ sobre el plano π .

Resolución

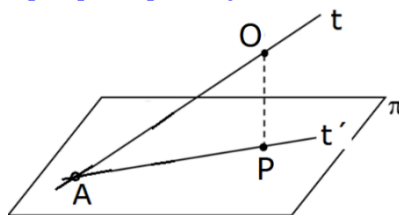
$OZ = t: \{x = 0, y = 0, z = k\}$, $O(0, 0, 0) \in t$, $\vec{d}_t = (0, 0, 1)$, $\pi: x + 3y + 2z + 14 = 0$, $\vec{n}_\pi = (1, 3, 2)$

Como $\vec{d}_t \cdot \vec{n}_\pi = 2 \neq 0$, entonces t y π son secantes. Sea A el punto de corte.

(sustituyendo en π , $0 + 3 \cdot 0 + 2k + 14 = 0$, $k = -7$. Luego, $A(0, 0, -7)$)

Por el apartado a) sabemos que $P(-1, -3, -2)$ es la proyección ortogonal de O sobre el plano π

La recta proyección, t' , que piden es la que pasa por A y P .



t' pasa por $A(0, 0, -7)$ y $\vec{d}_{t'} = \vec{PA} = (1, 3, -5)$. Por tanto, $t: \{x = k', y = 3k', z = -7 - 5k'\}$

c) (1 punto) Hallar la recta, con dirección perpendicular a r , que este contenida en π y que corte al eje OZ .

Resolución

Recordemos $\vec{n}_\pi = (1, 3, 2)$; $r: \{x = 2z = 5\} \Rightarrow \vec{d}_r = (0, 1, 0)$

La recta s pedida está contenida en $\pi \Rightarrow \vec{d}_s \perp \vec{n}_\pi$ y como es perpendicular a r $\Rightarrow \vec{d}_s \perp \vec{d}_r$

Luego, un vector director de s es: $\vec{d}_s = \vec{n}_\pi \times \vec{n}_\pi = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} & 1 & 3 & 2 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = (-2, 0, 1)$

Y como s pasa por $A(0, 0, -7) \in \pi$, entonces s: $\{x = -2a \ y = 0 \ z = -7 + a \ (a \in \mathbb{R})\}$

B.4. Calificación máxima: 2,5 puntos.

El 65% de los universitarios de 18 años que intentan superar el examen práctico de conducir lo consiguen a la primera. Se escogen al azar 10 universitarios de 18 años que ya han superado el examen práctico de conducir. Se pide:

a) (0,75 puntos) Calcular la probabilidad de que exactamente 3 de ellos necesitaran más de un intento para superar el examen práctico de conducir.

Resolución

Realizamos 10 veces el experimento aleatorio de preguntar al universitario si ha superado el examen en más de un intento. La probabilidad de aprobar en más de un intento es $1 - 0,65 = 0,35$

$X = \text{"nº universitarios que necesitan más de un intento para superar el examen"} \rightarrow B(10 ; 0,35)$

La ley de probabilidad es $p_k = p(X = k) = \binom{10}{k} 0,35^k 0,65^{10-k}$, con $k = 0, 1, 2, 3, \dots, 9, 10$.

Se pide $p(X = 3) = \binom{10}{3} 0,35^3 0,65^7 = 120 \cdot 0,35^3 \cdot 0,65^7 \cong 0,2522 = 25,22\%$

b) (0,75 puntos) Calcular la probabilidad de que alguno de ellos haya necesitado más de un intento para superar el examen práctico de conducir.

Resolución

Se pide $p(X \geq 1) = 1 - p(X = 0) = 1 - \binom{10}{0} 0,35^0 0,65^{10} = 1 - 1 \cdot 1 \cdot 0,65^{10} \cong 0,9865 = 98,65\%$

c) (1 punto) Aproximando por una distribución normal, determinar la probabilidad de que, dados 60 de estos universitarios, como mínimo la mitad superase el examen práctico de conducir a la primera.

Resolución

X "número de universitarios que aprueban a la primera el examen de un grupo de 60"

Se puede hacer aplicando la aproximación de la binomial por la normal y la corrección por continuidad de Yates: "Si una v.a. X sigue una binomial $B(n, p)$ que cumple: $n \geq 30$, $np \geq 5$ y $n(1-p) \geq 5$, entonces, la v.a. X se puede sustituir por otra v.a. $X' \rightarrow N(\mu, \sigma)$, siendo μ la media de X , $\mu = np$ y σ la desviación típica, $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$. Es decir, $X' \rightarrow N(np, \sqrt{np(1-p)})$ "

Aquí, $n = 60 \geq 30$, $p = 0,65$; $np = 60 \cdot 0,65 = 39 \geq 5$; $n(1-p) = 60 \cdot 0,35 = 21 \geq 5$; $X \rightarrow B(60 ; 0,65)$

$\sigma = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{13,65} \cong 3,695$; $X' \rightarrow N(39 ; 3,695)$. Tipificando, $Z = \frac{X' - 39}{3,695} \rightarrow N(0, 1)$.

Piden $p(X \geq 30)$. Como los valores de X , mayores o iguales que 30 son 30, 31,.... tomamos un intervalo de la recta que contenga exactamente esos números.

Por ejemplo, tomamos $(29,5 ; +\infty)$.

Entonces, $p(X \geq 30) = p(X' \geq 29,5) = p\left(\frac{X' - 39}{3,695} \geq \frac{29,5 - 39}{3,695}\right) \cong p(Z \geq -2,57) = p(Z \leq 2,57) = 99,49\%$