

EIVP 1994 - OPTION P'

Le sujet comprend quatre pages dactylographiées

PB 1 : FREINAGE D'UNE NAVETTE SPATIALE DANS L'ATMOSPHERE

Dans tout le problème, O désigne le centre de la terre et R_T son rayon . Pour un point M quelconque, on note $OM = r$ et $r = OM = R_T + h$ ce qui définit l'altitude h . Les mouvements sont étudiés dans le référentiel géocentrique supposé galiléen .

***** Dans tout le problème, on néglige l'action gravitationnelle de la terre sur la navette *****

1. Préliminaire

L'atmosphère est assimilée à un gaz parfait de masse molaire $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$ à température uniforme T , en équilibre dans le champ de gravitation $G(M)$ supposé radial et de **norme** uniforme : $G(M) = - G u_r$, avec $G = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

- montrer que la masse volumique à l'altitude h est de la forme $\mu(h) = \mu_s \exp(-h/d)$ où μ_s désigne la valeur de μ au sol c'est-à-dire à l'altitude $h = 0$; exprimer la constante d en fonction de M , G , T et de la constante des gaz parfaits $R = 8,32 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$;

- dans la suite on prend $d = 8.10^3 \text{ m}$ et $\mu_s = 1,3 \text{ kg.m}^{-3}$; calculer la température T .

2. Freinage vertical

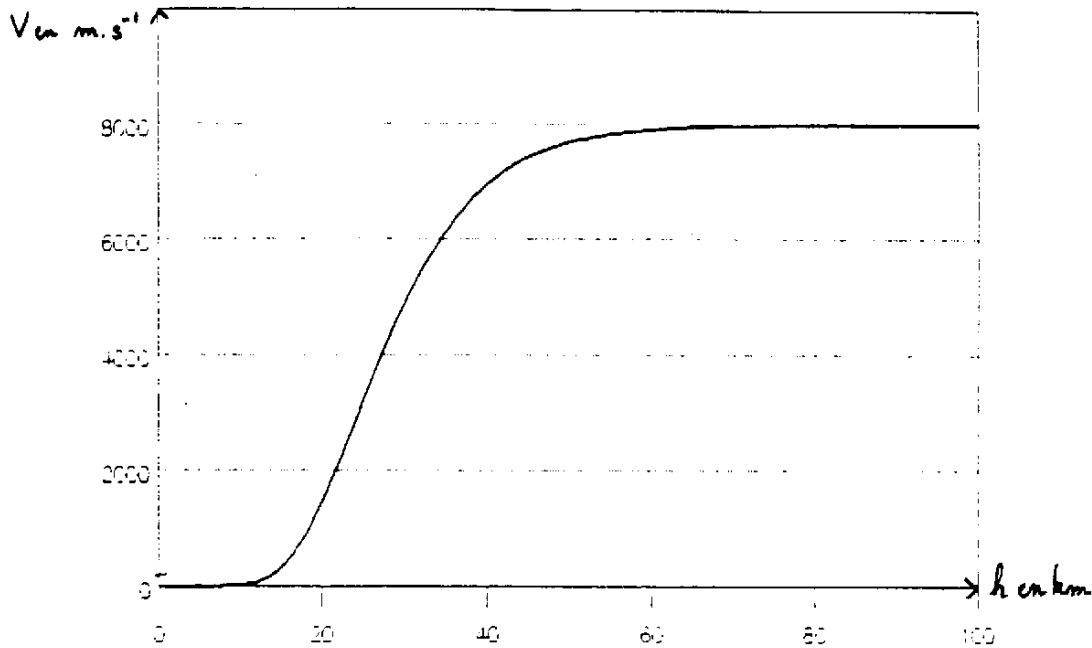
Une navette spatiale, assimilée à une masse ponctuelle $m = 5.10^3 \text{ kg}$, est abandonnée à la date $t = 0$ à l'altitude $h_0 = 10^5 \text{ m}$ avec une vitesse $V_0 = 8.10^3 \text{ m.s}^{-1}$. Elle décrit la verticale descendante issue de son point de départ dont le vecteur unitaire ascendant est noté u_r , avec un vecteur-vitesse $V = - V u_r$.

L'atmosphère exerce sur la navette une force de frottements $F = \mu C_1 V^2 u_r$ qui dépend de l'altitude via la masse volumique de l'air $\mu = \mu_s \exp(-h/d)$ avec les valeurs numériques de la question 1 ; C_1 est un coefficient numérique positif lié à la forme de la navette ; pour les applications numériques, on prendra $C_1 = 10 \text{ m}^2$.

2.1 Ecrire le principe fondamental de la dynamique et montrer en éliminant l'altitude h et le temps t que V et μ satisfont à l'équation différentielle : $+ (C_1 d/m) V = 0$

2.2 En déduire l'expression de V/V_0 en fonction de μ , $C_1 d/m$ et de $\mu_0 = \mu_s \exp(-h_0/d)$.

2.3 Les relations $V/V_0 = f(\mu)$ et $h = d \ln(\mu_S/\mu)$ constituent l'équation de la courbe $V(h)$ paramétrée par μ *dont l'allure du graphe est donnée ci-dessous* (V en m.s^{-1} et h en km) .



Comment évolue l'efficacité du freinage en fonction de l'altitude h ? Interpréter qualitativement cette évolution . Puis calculer la vitesse V de la navette au sol .

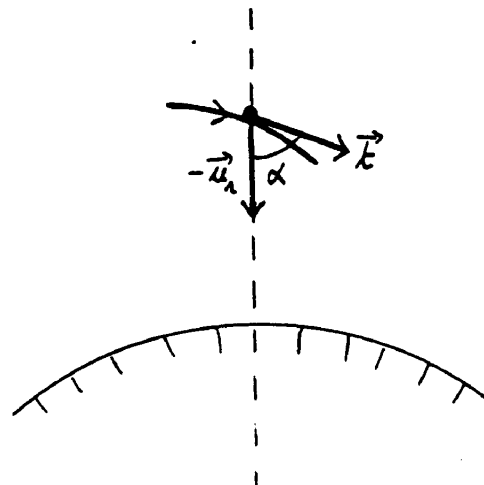
2.4 On note $\delta = -dV/dt$ la décélération de la navette . Exprimer δ en fonction de la seule variable μ et des constantes du problème . Montrer que δ passe par un maximum δ_M ; calculer δ_M/G et commenter sachant que la navette transporte des passagers .

2.5 Calculer δ/G pour $h = h_0$ et $h = 0$. Discuter *qualitativement* suivant l'altitude h la validité de l'hypothèse consistant à négliger la force gravitationnelle .

3. Freinage sur une spirale

La navette décrit dans cette partie une courbe plane telle que en tout point sa tangente t fait un angle α constant avec la verticale descendante $-u_r$.

Soit $V = V t$ le vecteur-vitesse de la navette ; la projection de l'action F de l'atmosphère sur la navette sur la tangente t



vaut $F_t = -C_1 \mu V^2$ où C_1 a été défini plus haut .

3.1 Relier V , dh/dt et α . En déduire que $V(\mu)$ est solution d'une équation différentielle analogue à celle de **2.1** et faisant intervenir les constantes C_1 , d , m et α .

3.2 On conserve les conditions initiales $V_0 = 8.10^3 \text{ m.s}^{-1}$ à l'altitude $h_0 = 10^5 \text{ m}$. Tracer sur une même figure l'*allure* du graphe de $V(h)$ pour $\alpha = 0$ et α non nul ; comparer *qualitativement* l'efficacité du freinage pour $\alpha = 0$ et α non nul .

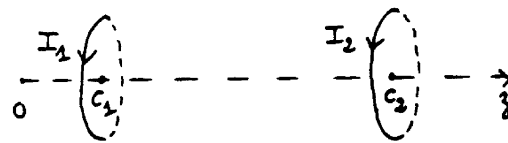
3.3 Calculer le nouveau maximum δ_M de la décélération tangentielle $\delta = -dV/dt$; comment faut-il choisir α pour que δ_M/G soit inférieur à 10 ? Calculer la longueur L parcourue par la navette entre l'altitude $h = h_0$ et l'altitude $h = 0$ pour la valeur limite de α ; commenter en liaison avec **3.2** .

3.4 En pratique, on recouvre la navette d'une céramique protectrice qui se vaporise sous l'action de l'atmosphère . Proposer une estimation *grossière* de l'épaisseur de céramique nécessaire . **Données** : chaleur latente de fusion de la céramique $l_F = 10^3 \text{ kJ.kg}^{-1}$; chaleur latente de vaporisation de la céramique $l_v = 9.10^3 \text{ kJ.kg}^{-1}$; masse volumique de la céramique $\mu_c = 8.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$; surface à protéger $S = 10 \text{ m}^2$.

PB 2 : INTERACTION ENTRE DEUX SPIRES

Dans tout le problème, on étudie deux spires identiques de masse m , de rayon a , libres de se translater sans frottements le long de leur axe commun Oz , supposé horizontal .

On repère leur mouvement par les abscisses z_1 et z_2 de leurs centres respectifs C_1 et C_2 . On suppose qu'à tout instant on a $z_2 - z_1$ positif et très supérieur au rayon a . On oriente ces deux spires dans le sens trigonométrique autour de l'axe $z'z$.



La spire (1), de résistance et d'inductance propre nulles, est reliée à un générateur de courant parfait qui y maintient un courant I_1 *stationnaire* . La spire (2), de résistance R et d'inductance propre nulle est fermée sur elle-même . On pose pour simplifier certains calculs $z = z_2 - z_1$. A la date $t = 0$, partant de $z = z_0$, on lance les spires (1) et (2) avec des vitesses opposées respectives $-V_0/2$ et $+V_0/2$.

1. Etude des phénomènes électromagnétiques

1.1 Partant de la loi de Biot et Savart, établir soigneusement l'expression du champ magnétique $B_1(C_2)$ créé par la spire (1) au centre C_2 de la spire (2) . **Dans toute la suite on adopte l'expression approchée** : $B_1(C_2) = u_z$.

1.2 En déduire l'expression de l'inductance mutuelle M entre les deux spires en confondant le champ B_1 en tout point de la surface de la spire avec sa valeur en C_2 ; en déduire l'expression du courant I_2 dans la spire (2) en fonction de z , dz/dt et des données .

1.3 L'origine étant prise en O_1 sur l'axe Oz , on repère un point M quelconque par ses coordonnées cylindriques (r, θ, z) et on utilise le trièdre local (u_r, u_θ, u_z) associé .

1.3.a Montrer par des considérations de symétrie soignées que le champ B créé par la spire (1) au point M est de la forme $B = B_r(r,z) u_r + B_z(r,z) u_z$.

1.3.b On suppose M proche de l'axe et on confond $B_z(r,z)$ et sa valeur $B_z(r=0, z)$ prise sur l'axe Oz et qui a été déterminée en **1.1** . En exprimant le flux de B à travers un cylindre d'axe Oz , de rayon r , compris entre les cotes z et $z + dz$, établir l'expression de $B_r(r,z)$ en fonction de r et de z , puis en fonction de μ_0 , I_1 , a , r et z .

1.3.c En déduire que la résultante F_{1-2} des forces de Laplace exercée par la spire (1) sur la spire (2) est de la forme $F_{1-2} = - k u_z$ et exprimer la constante positive k en fonction de m , μ_0 , I_1 et a . Que vaut alors la force F_{2-1} exercée par la spire (2) sur la spire (1) ?

2. Etude des mouvements des spires

2.1 Quel est le mouvement du centre d'inertie des deux spires ? Etablir l'équation différentielle du deuxième ordre dont $z(t)$ est solution . En déduire une intégrale première de la forme $dz/dt = g(z)$ où g est une fonction de z faisant apparaître k , z_0 et V_0 .

2.2.a Quel est le signe de d^2z/dt^2 à la date $t = 0$? On suppose $g(z = +\infty) > 0$. Tracer le graphe de g et discuter **graphiquement** l'évolution de $z(t)$ et dz/dt . Décrire notamment le régime permanent atteint à la date $t = +\infty$.

2.2.b On suppose $g(z = +\infty) < 0$. Discuter de même à l'aide du graphe de g l'évolution de $z(t)$ et dz/dt . Décrire notamment le régime permanent atteint à la date $t = +\infty$ et comparer avec la situation de la question **2.2.a** .

2.2.c Dans un **diagramme des phases** où on porte dz/dt en ordonnée et z en abscisse, mettre en évidence une **courbe séparatrice** (S) telle qu'on ait le comportement de **2.2.a** ou de **2.2.b** suivant que le point $M_0(z_0, V_0)$ correspondant aux conditions initiales est situé au-dessus ou en dessous de (S) .

2.3 On se place dans le cas où $k = \dots$. Calculer entre les dates $t = 0^+$ et $t = +\infty$, en fonction uniquement de m et V_0 , le travail W_L des forces de Laplace, l'énergie W_J dissipée par effet Joule et la variation d'énergie magnétique. Commenter.

RAPPORT SUR LA DEUXIEME EPREUVE DE PHYSIQUE OPTION P'

L'épreuve était constituée de deux problèmes indépendants couvrant différentes parties du programme : statique des fluides, mécanique du point, électromagnétisme.

Toutes les questions ont été résolues sauf la dernière question (**2.3**) du problème 2. Avec un barème sur 24, les notes se sont étalées de 00,50 à 20 avec une moyenne de 9,0 et un écart-type de 4,8. 16 % des candidats ont obtenu une note supérieure ou égale à 15 et 25 % des candidats ont obtenu une note inférieure à 05.

PROBLEME 1

Le premier problème demandait peu de connaissances et peu de technicité dans les calculs. Il a favorisé les candidats capables de réagir à des questions qualitatives et en revanche défavorisé les candidats qui snobent les applications numériques et/ou qui limitent la physique à quelques lignes de calcul.

5% des candidats sont incapables de traiter l'atmosphère isotherme en **1**.

En **2.3**, pour obtenir la note maximale, il fallait i) observer le graphe et indiquer que l'efficacité du freinage était faible pour h élevé *et* pour h faible *et* ii) expliquer pourquoi : μ est trop faible pour h élevé ; V est trop faible pour h faible.

En **2.4**, la valeur numérique de δ/G était trop forte pour un vol habité ; de nombreux candidats ont comparé la valeur obtenue pour δ/G à l'ordre de grandeur supporté par des pilotes d'avion.

La question **2.5** n'a pas été comprise par de nombreux candidats qui ignoraient qu'en physique, on néglige une grandeur *par rapport à une autre*.

Les questions **3.1**, **3.2** et **3.3** formaient un bloc : ce bloc a été neutralisé sur près d'une copie sur deux par une erreur de projection dès le début ($\cos\alpha$ confondu avec $1/\cos\alpha$). En revanche, beaucoup de candidats ont donné une allure intuitive du graphe de $V(h)$, ce qui a été apprécié même lorsque les calculs étaient faux. Les meilleurs candidats ont compris que c'est en allongeant la trajectoire qu'on rend le freinage supportable.

La question **3.4** a joué son rôle : favoriser les candidats autonomes. On obtenait en une ligne l'épaisseur de céramique en convertissant l'énergie cinétique initiale de la navette en enthalpie de sublimation. Les meilleurs candidats ne se sont pas contentés de calculer e mais ont commenté l'ordre de grandeur et expliqué pourquoi le calcul surestimait e ; ils ont été largement récompensés hors-barème.

PROBLEME 2

Le deuxième problème demandait une bonne connaissance du cours d'électromagnétisme dans sa première partie. Cette partie a provoqué une dispersion étonnante : de nombreux candidats ignorent tout des calculs de champ, des lois de Laplace et de Faraday ; d'autres tout aussi nombreux maîtrisent parfaitement ces concepts et manipulent avec élégance les considérations de symétries. Il est à noter

qu'aucun candidat n'a obtenu une expression exacte de la force par des considérations énergétiques : le théorème de Maxwell est d'un emploi délicat ; il fallait ici figer le courant I_2 pour exploiter ce théorème .

La question **2.1** a fait des dégâts non prévus par l'auteur du sujet car de nombreux candidats ont confondu z et la cote de G . Les références au problème à deux corps n'étaient pas indispensables mais ont été appréciées .

La question **2.2** faisait appel à des méthodes de discussion qualitative des équations différentielles peu familières (à juste titre) des candidats . Si le principe de cette analyse a été bien compris en **2.2.a**, en revanche seuls 10 candidats ont compris qu'en **2.2.b**, le point où la vitesse s'annule est une position d'équilibre car l'accélération s'annule aussi .

La question **2.3** assez technique n'a jamais été résolue entièrement . Les esquisses de calcul s'appuyant sur des définitions correctes ont néanmoins été récompensées, car elles étaient rares : les confusions entre énergie et puissance (notamment pour l'effet Joule) et les expressions abusives du travail lorsqu'une force n'est pas constante ont fait de gros dégâts .

CONCLUSION

Concluons par quelques évidences : pour réussir, il faut évidemment apprendre le cours, mais aussi conserver un peu de bon sens et de spontanéité face à des situations moins classiques . Les nombreuses très bonnes copies (138 copies sur 802 ont une note supérieure à 15) témoignent que c'est possible .

Rappelons que la présentation désinvolte des copies est d'autant plus lourdement sanctionnée qu'elle est en voie de disparition : seules 3 copies, dont l'une excellente sur le fond, ont été victimes cette année d'une diminution de note de 10 % .