

1 Тур (12 минут, каждая задача по 5 баллов)

1.1 Летели галки, сели на палки. По одной на палку сядут - галка лишняя, по две на палку сядут - палка лишняя. Сколько было галок и сколько палок?

Обозначим число галок за x . Если галок на одну больше, чем палок, то палок $x-1$. Но при этом палок на одну больше половинного числа галок. Тогда $x/2 = (x-1) - 1 \Rightarrow x/2 = 2 \Rightarrow x = 4$.

Ответ: 4 галки и 3 палки.

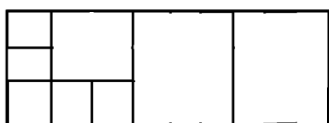
Критерии: 2б. ответ, далее:

+2б, если составляют уравнение, +1б, если решают.

Или +1б, если есть попытки в перебор, но они не полные.

1.2 Разрежьте прямоугольник 3×9 на восемь квадратов.

Проверить разрезание, например:



1.3 В классе 26 школьников. 12 из них на уроках смотрят в окно и считают ворон, 10 — рисуют на парте, а 7 — прилежно занимаются и только один Вася ничего не делает. Сколько учеников этого класса одновременно рисуют и считают ворон? (Заниматься и при этом считать ворон или рисовать на парте никто не умеет.)

Если из 26 учеников 7 занимаются, а Вася ничего не делает, то считают ворон или рисуют на парте 18 учеников. Если мы сложим число того, чем они занимаются, получим $12 + 10 = 22$. Учеников, которые одновременно рисуют и считают ворон, мы посчитали по два раза. Тогда мы найдём их число, отняв от числа "занятий" число учеников. $22 - 18 = 4$.

Ответ: 4.

Критерии: 2б ответ, далее:

2б, если расчёты без обоснований; 1б за обоснование

Или 1б, если рисуют картинку, где показано, как такое могло быть

(Арифметику штрафует как неправильный ответ.)

2 Тур (15 минут, каждая задача по 6 баллов)

2.1 В волшебной стране обитают четвероногие единороги, шестиногие трёхрогие скорпионы и восьминогие пятирогие ракопауки. В стаде из 30 волшебных животных в сумме 180 ног. А сколько в нём суммарно рогов?

Заметим, что у каждого животного рогов на три меньше, чем ног. Тогда в стаде из 30 животных и 180 ног будет 90 рогов.

Ответ: 90.

Критерии: 3б ответ.

+2б - "заметим, что", +1 б за обоснование (если делают как в авторском решении).

+1б - "пусть все скорпионы, тогда...", +2б - "перераспределим зверей" или "перераспределим ноги и хвосты у зверей" (кажется, дети будут делать такое).

2.2 Дети Петра и Марьи Ивановых Саша и Женя на вопрос, сколько детей в семье, ответили следующее. Саша: «У меня два брата». Женя: «У меня три сестры». Сколько детей могло быть у Петра и Марьи? Перечислите все возможные ответы.

Мы не знаем, являются ли Саша и Женя мальчиками или девочками. Но так как Саша говорит, что у неё/него два брата, то в семье всего два или три мальчика, а так как Женя говорит, что у него/неё три сестры, то в семье 3 или 4 девочки. Итого в семье Ивановых может быть от пяти до семи детей.

Ответ: 5, 6 или 7 детей.

Критерии: +1б за каждый ответ.

+1б за примеры (без д-ва)

2.3 Доктор Айболит спрашивает у мартышек, как выглядит злой разбойник Бармалей. Каждая мартышка назвала по две приметы. Чанга: высокий и толстый. Самба: низкий и худой. Румба: среднего роста и худой. Оказалось, что каждая из мартышек назвала разное число ошибочных примет. Кто из них сделал две ошибки?

Вместо того, чтобы перебирать, какая из мартышек сделала две ошибки, переберём, толстый или худой был Бармалей.

Если Бармалей толстый, то и Самба, и Румба ошиблись, а тогда Чанга оба раза сказала правду. Но тогда Самба и Румба обе ошиблись по два раза, чего не может быть.

Если же Бармалей худой, то и Самба, и Румба назвали верную примету, и сделать две ошибки могла только Чанга.

Ответ: Чанга.

Заметим, что при этом мы так и не восстановили внешность Бармалея, так как из данных задачи нельзя понять, кто из оставшихся двух мартышек верно угадал его рост.

Критерии: 2б ответ.

+1б ответ с проверкой.

Далее просто смотрим, насколько перебор полный.

Если в ходе этого где-то установили точную внешность Бармалея, снимаем 2 балла (1, если есть только ответ с проверкой, тогда проверка неверная).

3 Тур (18 минут, каждая задача по 7 баллов)

3.1 Ваня, Маня, Саня и Таня делали открытки. Все без Вани сделали 30 открыток, все без Мани - 26 открыток, все без Сани - 32 открытки, а все без Тани - 29 открыток. Сколько открыток сделал каждый из детей?

Если мы сложим все числа из задачи вместе, то узнаем утроенное число открыток, сделанное детьми.

$$30 + 26 + 32 + 29 = 117$$

$$117 : 3 = 39$$

Осталось понять, сколько открыток сделал каждый из детей. Для этого вычтем из общего числа открыток число открыток, сделанное без учёта этого ребёнка.

Ответ: Ваня сделал 9 открыток, Маня - 13, Саня - 7, Таня - 10.

Критерии: 2б ответ.

+2б ответ с проверкой

Или +4б - найдено общее число открыток.

3.2 В сумме $1,1 + 1,2 + 1,3 + 1,4 + 1,5 + 1,6 + 1,7 + 1,8 + 1,9$ хулиган Вася стер запятую в одном слагаемом так, что сумма стала целой. Чему она стала равна? Найдите все возможные варианты ответа.

Посчитаем сумму без стёртой в одном из слагаемых запятой. Получим 13,5. Заметим, что чтобы дробная часть "ушла", нам нужно убрать число, дробная часть которого равна дробной части числа 13,5. Это 1,5. Если сотрём в нём запятую, то получим сумму 27.

Ответ: 27.

Критерии: 3б ответ

+1б проверка.

+2б - рассмотрена дробная часть.

+1б - посчитали исходную сумму.

3.3 Юля выписала все трёхзначные числа, у которых первая цифра равна сумме двух других, а Вара - все трёхзначные числа, у которых последняя цифра равна сумме двух других. Кто из них выписал чисел больше и на сколько?

Заметим, что так как у всех чисел Вари последняя цифра не равна нулю, их можно "перевернуть" и получить число Юли. А вот с некоторыми числами Юли так не выйдет: они оканчиваются нулём. У таких чисел первая и вторая цифра совпадают. Так как у нас есть девять вариантов, какой может быть эта цифра, то у Юли получится на 9 чисел больше.

Ответ: У Юли на 9 чисел больше.

Критерии: 3б ответ.

+2б - выписали числа, которые есть у Юли, но нет у Вари.

Или +0-4б - сделали полный перебор.

Или +2б - "заметим, что" (из авторского решения)

-1б, если посчитаны лишние варианты с нулём (но тогда и ответ неверный, да...)

4 Тур (20 минут, каждая задача по 8 баллов)

4.1 Хозяйка заметила, что после 12 стирок брусок мыла уменьшился на половину по длине, на треть по ширине и на четверть по высоте. На сколько стирок хватит оставшегося куска мыла?

Посмотрим, чему равен объём остатка мыла по отношению к объёму всего куска мыла. Если исходно брусок имел объём V , и стороны его были равны a , b и c , то стороны остатка мыла будут равны $a/2$, $2b/3$ и $3c/4$, и общий объём будет равен $6abc/24 = abc/4 = V/4$. Получается,

хозяйка израсходовала три четверти мыла на 12 стирок, и оставшейся четверти мыла хватит ещё на четыре стирки.

Ответ: 4.

Критерии: 3б ответ.

+1б - замечание про объём

+3б - посчитаем объём остатка

-2б - рассмотрен частный случай длин

4.2 Оля посчитала сумму $\frac{1+2}{3} + \frac{4+5}{6} + \dots + \frac{58+59}{60}$, а Яло посчитала сумму $1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{20}$. Что получится, если сложить суммы Оли и Яло?

Заметим, что $((3n-2) + (3n-1)) / 3n + 1/n = (6n-3) / 3n + 1/n = (2n-1) / n + 1/n = 2n/n = 2$. Если мы разобьём сумму сумм на сумму двадцати таких слагаемых, получим, что сумма равна 40.

Ответ: 40.

Критерии: 4б ответ

+4б - "поймём, как складывать"

(не знаю, что тут говорить, тут довольно сложно за что-то промежуточное давать...)

4.3 В таверне сидят 111 посетителей – эльфы и гоблины. Все эльфы говорят правду, когда пьют эль, и обманывают, когда пьют пиво, а гоблины – наоборот. На вопрос «Вы пьёте пиво?» ответили «Да» 66 посетителей, а на вопрос «Вы гоблин» – 55 посетителей. С утверждением «На улице валит снег» согласились 44 посетителя. Сколько эльфов в таверне пьют эль?

Заметим, что на вопрос «Вы пьёте пиво?» ответили «да» гоблины и только гоблины, а на вопрос «Вы гоблин?» – те, кто пьют пиво. Следовательно, гоблинов 66, а пьющий пиво – 55. Тогда, разность количества гоблинов и количества пьющий пиво с одной стороны равна $66-55=11$, а с другой стороны равна разности количества гоблинов, пьющих эль, и количества эльфов, пьющих пиво. Рассмотрим вопрос «Сегодня идёт снег?», есть 2 случая: либо снег не идёт и тогда, на этот вопрос ответили «да» гоблины, пьющие эль, и эльфы, пьющие пиво; либо снег идёт и тогда, ответили «да» гоблины, пьющие пиво, и эльфы, пьющие эль. Но в первом случае сумма количества гоблинов, пьющих эль, и количества эльфов, пьющих пиво, равна удвоенному количеству эльфов, пьющих пиво, + 11, что, очевидно, нечётно, но на вопрос «Сегодня идёт снег?» ответили «да» 44 существа, что чётно. Противоречие. Значит, идёт снег. Осталось заметить, что сумма количеств существ, ответивших «да» на один из вопросов, равна сумме удвоенного количества гоблинов, пьющих пиво, и общего количества всех существ, т.е. 111, а также эта сумма равна $66+55+44=165$. Значит гоблинов, пьющих пиво 27, а эльфов, пьющих эль 17.

Ответ: 17 эльфов, пьющих эль.