BANQUE PT 99 - EPREUVE I-B

1. Corde vibrante

1.1. Equation d'onde d'élongation de la corde

1.1.1. Forces appliquées à MN en négligeant le poids :

1.1.2. et

1.1.3. avec = vecteur unitaire de Oy.
En projection sur Oy :
⇒

1.1.4. ou ⇒ ⇒

1.1.5. D'après 1.1.3. :
⇒

Au 1er ordre cosθ = 1 ⇒ Donc

v = vitesse de propagation des ondes élastiques dans la corde.

1.1.6. A.N. et

1.2. Recherche des solutions en ondes stationnaires

1.2.1. ⇒ et
En remplaçant dans l'équation différentielle, il vient : ou

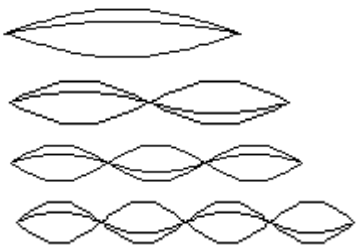
1.2.2. Les points extrêmes de la corde ont une élongation nulle à tout instant ⇒ Par conséquent :

1.2.3. D'après ces résultats, on peut écrire :
⇒ et ⇒

On en déduit : ou λ_n = longueur d'onde du mouvement vibratoire

1.2.4. En norme ⇒ ou

1.2.5.
Les aspects de la corde pour le fondamental et les 3 premiers harmoniques sont représentés ci-après.



n=1 n=2 n=3 n=4

1.2.6. Calculs sur les cordes d'une guitare électrique
1.2.6.1. ⇒ avec soit

Corde n°	1	2	3	4	5	6

T(N)	83	93	103	113	73	66

1.2.6.2 De la relation précédente, on tire : ⇒
Avec les valeurs précédentes

f_1 (Hz)	L_1 (mm)	ΔL_1 (mm)
500	416	4
1000	208	2

1.2.6.3. De la relation , on tire : ou ⇒ ⇒
On calcule la longueur L de la corde pour les fréquences de 500 Hz et 1 kHz.
Avec T = cte, on a L^2f^2 = cte ⇒ Lf = cte ⇒ ⇒
La précision avec laquelle le guitariste doit placer son doigt est inversement proportionnelle à la fréquence du son à produire.
A priori, cette précision semble être difficilement supérieure à 0,5 mm.
On peut en conclure qu'il est difficile d'émettre un son juste de fréquence supérieure à 4000 Hz.

1.3 Aspect énergétique

1.3.1. Pour MN ⇒

1.3.2. et
L'intégrale est égale à et
On en déduit : ⇒

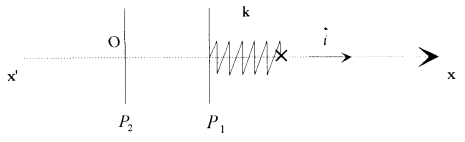
1.3.3. D'après la figure 1 : ⇒ soit
Au repos, la longueur de MN est et par conséquent l'allongement d(MN) vaut :
Or, . Donc, au second ordre près, et

1.3.4. On en déduit immédiatement :

1.3.5. On exprime puis L'intégrale est égale à ⇒
On prend l'origine de l'énergie potentielle lorsque et on appelle m la masse qui tend la corde.
Alors car la corde est sans masse.
Finalement : et ⇒

1.3.6. Energie mécanique totale : $E_n = E_C + E_P$ ⇒ et

1.3.7. La solution générale est une combinaison linéaire des divers modes de vibration.
Donc :
Les coefficients A_n dépendent des conditions initiales, donc de la manière dont le guitariste frappe ou pince la corde.



2. Microphone électrostatique

2.1. Etude statique du condensateur

2.1.1. L'armature P_1 porte la charge Q_0, l'armature P_2 la charge $-Q_0$ et le champ électrique est dirigé selon xx'.

2.1.2. On applique le théorème de Gauss à une surface fermée telle que celle dessinée en pointillée sur le schéma..

Théorème de Gauss : ⇒

2.1.3. ⇒ car E = cte.

2.1.4. La capacité est définie par $Q_0 = C_0.V$ ⇒

2.1.5. La pression électrostatique sur une armature est avec et $f_0 = p_e.S$
Soit : et ⇒

2.1.6. A.N.
C_0 est du même ordre de grandeur que les valeurs des capacités usuelles du laboratoire ( )

Pour avoir 1 µF, on utilise un diélectrique de permittivité $\varepsilon_r > 1$.

2.1.7. A présent : $X = X_0 + x$ et $Q = Q_0 + q$ ⇒ et
Par un développement limité à l'ordre 1, on obtient :
et
En outre soit :

2.2. Etude du circuit électrique

2.2.1. La loi d'Ohm appliquée au circuit donne :

Or, avec
Finalement :

2.2.2. PFD ⇒ avec δ = allongement du ressort lorsque q=0 et le système à l'équilibre. Donc :
D'où :

2.2.3. Avec i et v sinusoïdales on : et . Soit :
et
on pose ; ; ;
Alors : et

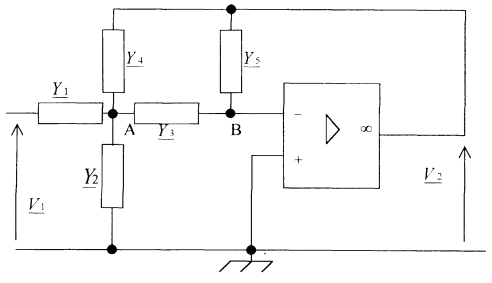
2.3. Etude du système en microphone

2.3.1. Des relations précédentes, on tire : ⇒ avec $\underline{a} = \underline{Z_t}$
On obtient une expression de la forme avec :

et

2.3.2. L'impédance $\underline{Z_m}$ est équivalente à un circuit RLC parallèle, avec :

Or, . Soit finalement :



3. Traitement du signal électrique : filtrage

3.1. D'après le schéma du montage : $\underline{V_B} = \underline{V_+} = \underline{V_-} = 0$
En A :
En B : ⇒
D'où :
⇒ donc :

3.2. Etude du filtre passe-bas
On prend
3.2.1. La fonction de transfert s'écrit : ou

3.2.2. On veut que
Il est clair que
Les paramètres m et vérifient les deux équations : et
La résolution de ce système conduit à : (1) et (2)

3.2.3. A partir de ces deux relations, on calcule : et soit

3.2.4. En différentiant la relation (2), il vient :
soit

3.2.5. A.N.

3.3. Expérimentation

3.3.1. Le câblage est représenté sur le schéma ci-contre.
On prend différentes valeurs de la fréquence pour le signal fourni par le GBF. Pour chaque fréquence, on observe les deux sinusoïdes Y1 et Y2 sur l'écran de l'oscilloscope. A partir de ces deux sinusoïdes, on calcule le gain G et on mesure le déphasage .
Si le GBF possède la fonction wobulation, on peut directement obtenir à l'écran la courbe T = f(N).

3.3.2. D'après le chronogramme, une période du signal correspond à 4 divisions.
Donc : soit et

D'après l'expression de T de la question 3.3.2. on calcule
Soit et
Les courbes observées sur l'écran sont représentées ci-contre

3.3.3. On envoie en entrée du filtre un signal créneau de basse fréquence (par exemple 100 Hz); on récupère le signal de sortie que l'on analyse par FFT.
On peut imaginer que le signal d'entrée est la somme de signaux sinusoïdaux de la forme :
En sortie :
Comme l'indique l'énoncé, pour n suffisamment élevé, on peut considérer que . Dans ces conditions, l'amplitude de l'harmonique n est proportionnel à .
L'analyse par FFT donne un spectre de la forme ci-contre.
On peut considérer que la fonction de transfert (en échelle linéaire) est l'enveloppe du spectre de FFT.