Урок 30 Потенціальна енергія. Закон збереження механічної енергії

Мета уроку:

Навчальна: Формувати уявлення про енергію як одну з основних характеристик матерії та загальну міру її руху; про потенціальну енергію як енергію взаємодії тіл; зв'язок між потенціальною енергію та роботою сили тяжіння або сили пружності; збереження та взаємне перетворення потенціальної й кінетичної енергій у механічних процесах.

Розвивальна. Розвивати пізнавальні навички учнів.

Виховна. Виховувати уважність, зібраність, спостережливість.

Тип уроку: урок засвоєння нових знань.

Наочність і обладнання: навчальна презентація, комп'ютер, підручник.

Хід уроку

І. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ ЕТАП

ІІ. АКТУАЛІЗАЦІЯ ОПОРНИХ ЗНАНЬ ТА ВМІНЬ

ІІІ. ВИВЧЕННЯ НОВОГО МАТЕРІАЛУ

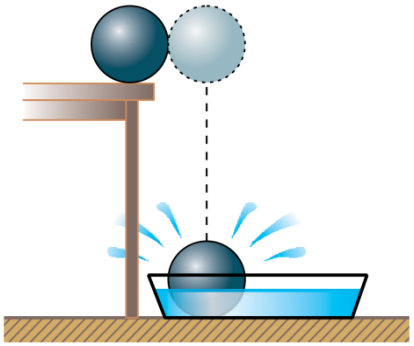
1. Потенціальна енергія

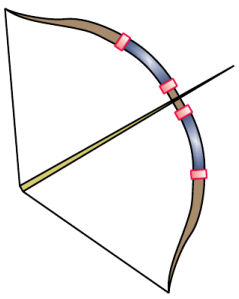
Розглянемо приклади.

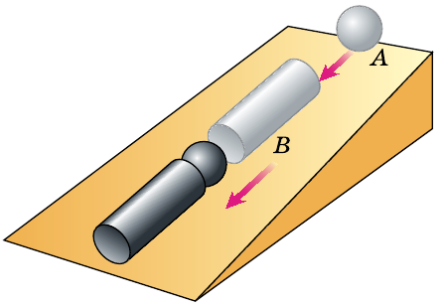
Приклад 1. Піднятий над землею нерухомий вантаж не виконує роботи, але якщо цей вантаж упаде, то він виконає роботу (наприклад, може розколоти горіх).

Приклад 2. Натягнута тятива лука може виконати роботу з переміщення стріли.

Приклад 3. Здатність виконувати роботу має і всяке рухоме тіло. Так, стальна кулька, яка скотилася з похилої площини, ударившись об циліндр, переміщує його на деяку відстань. При цьому виконується робота.







Механічна енергія E – це фізична величина, яка характеризує здатність тіла (системи тіл) виконати роботу.

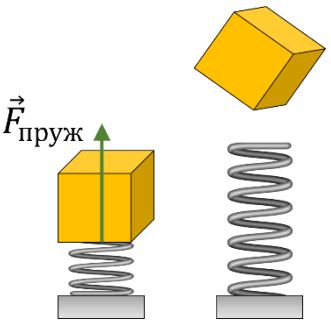
Одиниця енергії в СІ (як і роботи) – **джоуль**

$$[E] = 1 \text{ Дж}$$

Потенціальна енергія E_p – це енергія, яку має тіло внаслідок взаємодії з іншими тілами або внаслідок взаємодії частин тіла між собою.

Проблемні питання

І хлопчик внаслідок взаємодії із Землею, і стиснена пружина внаслідок взаємодії її витків мають потенціальну енергію.



• Як обчислити роботу сили тяжіння, адже гірка нерівна й тому протягом усього часу руху кут між напрямком сили тяжіння і напрямком переміщення змінюватиметься?

• Як обчислити роботу сили пружності, адже під час дії пружини на цеглину ця сила безперервно зменшується?

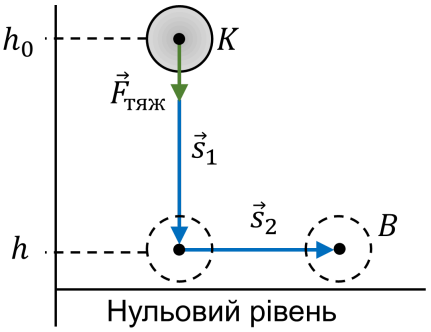
Робота цих сил не залежить від форми траєкторії.

Консервативні (потенціальні) сили – це сили, робота яких не залежить від форми траєкторії, а визначається тільки початковим і кінцевим механічними станами тіла (системи тіл).

2. Потенціальна енергія піднятого тіла

Доведемо, що *сила тяжіння є консервативною силою.*

Випадок 1. Нехай траєкторія руху тіла – «сходинка». Спочатку тіло падає з деякої висоти h_0 до висоти h і сила тяжіння виконує роботу A_1, потім тіло рухається горизонтально і сила тяжіння виконує роботу A_2. Робота – величина адитивна, тому загальна робота $A = A_1 + A_2$.



$$A_1 = F_{тяж} s_1 \cos cos\, \alpha$$

$$F_{тяж} = mg, \quad s_1 = h_0 - h, \quad \cos cos\, \alpha = 1\ (\alpha = 0)$$

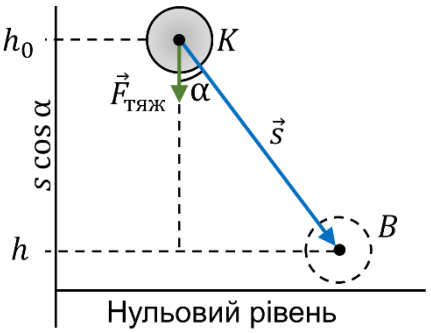
$$A_1 = mg\left(h_0 - h\right) = mgh_0 - mgh$$

$$A_2 = 0 \text{ (сила тяжіння перпендикулярна до переміщення тіла)}$$

$$A = mgh_0 - mgh$$

Випадок 2. Нехай тіло переміщується з точки K у точку B, зісковзуючи похилою площиною. У цьому випадку робота сили тяжіння становить:

$$A = mgs \cos cos\, \alpha = mg\left(h_0 - h\right) = mgh_0 - mgh$$



Той самий результат отримаємо й для випадків переміщення тіла довільною траєкторією.

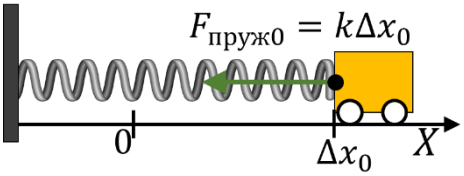
Робота сили тяжіння не залежить від траєкторії руху тіла, тобто сила тяжіння – консервативна сила.

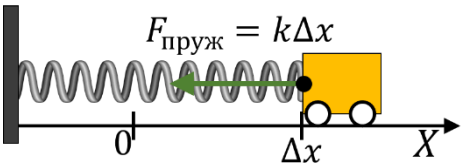
Потенціальна енергія піднятого тіла:

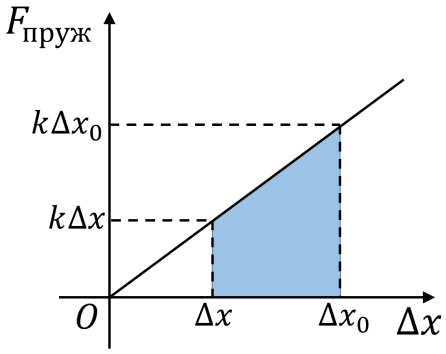
$$E_p = mgh$$

3. Потенціальна енергія пружно деформованого тіла

Визначимо роботу, яку виконає сила пружності під час зменшення видовження пружини від Δx_0 до Δx. Для цього скористаємося геометричним змістом механічної роботи:







$A = F_{пруж.\ сер} s \cos cos\ \alpha \qquad s = \Delta x_0 - \Delta x \qquad \cos cos\ \alpha = 1\ (\alpha = 0)$

$$F_{пруж.\ сер} = \frac{k\Delta x_0 + k\Delta x}{2} = \frac{k}{2}\left(\Delta x_0 + \Delta x\right)$$

$$A = \frac{k}{2}\left(\Delta x_0 + \Delta x\right)\left(\Delta x_0 - \Delta x\right) = \frac{k\Delta x_0^2}{2} - \frac{k\Delta x^2}{2}$$

Робота сили пружності визначається тільки початковим і кінцевим станами пружини, тобто сила пружності – консервативна сила.

Потенціальна енергія пружно деформованого тіла:

$$E_p = \frac{k\Delta x^2}{2}$$

Теореми про потенціальну енергію: робота всіх консервативних сил, які діють на тіло, дорівнює зміні потенціальної енергії тіла, взятій із протилежним знаком: $A = E_{p0} - E_p = -\left(E_p - E_{p0}\right) = -\ \Delta E_p$

4. Закон збереження повної механічної енергії

Повна механічна енергія системи тіл – це сума кінетичної і потенціальної енергій системи: $E = E_k + E_p$

Розглянемо замкнену систему тіл, які взаємодіють одне з одним тільки консервативними силами (силами тяжіння або силами пружності).

$$A = E_k - E_{k0} \qquad A = E_{p0} - E_p \qquad => \qquad E_{p0} + E_{k0} = E_p + E_k$$

Закон збереження повної механічної енергії:

У замкненій системі тіл, які взаємодіють тільки консервативними силами, повна механічна енергія залишається незмінною (зберігається):

$$E_{p0} + E_{k0} = E_p + E_k$$

Проблемне питання

• Чи підскочить камінь, який упав із гори, на ту саму висоту, з якої впав?

• Чи дорівнюватиме швидкість руху легкоатлета в момент приземлення тій, що була на початку стрибка?

• Чи зберігається енергія, якщо в системі є тертя?

Річ у тім, що *закон збереження повної механічної енергії виконується тільки в тому випадку, якщо в системі відсутнє тертя.*

Сила тертя завжди напрямлена проти руху тіла, тому під час руху вона виконує від'ємну роботу, при цьому повна механічна енергія системи зменшується:

$$A_{тертя} = E - E_0 = \Delta E$$

$A_{\text{тертя}}$ – робота сили тертя

E – повна механічна енергія системи наприкінці спостереження

E_0 – повна механічна енергія системи на початку спостереження

Проблемне питання

• Чи означає це, що в разі наявності тертя або в разі непружної деформації повна енергія безслідно зникає?

Внаслідок тертя, і внаслідок непружного удару температура тіл, що взаємодіють, збільшується, тобто *збільшується їх внутрішня енергія.* Отже, кінетична енергія не зникає, а перетворюється на внутрішню енергію.

Енергія нікуди не зникає й нізвідки не з'являється: вона лише перетворюється з одного виду на інший, передається від одного тіла до іншого.

5. Учимося розв'язувати задачі

Алгоритм розв'язування задач із застосуванням закону збереження механічної енергії

1. Уважно прочитайте умову задачі. З'ясуйте, чи є система замкненою, чи можна знехтувати дією сил опору. Запишіть коротку умову задачі.
2. Виконайте пояснювальний рисунок, на якому зазначте нульовий рівень, початковий та кінцевий стан тіла (системи тіл).
3. Запишіть закон збереження і перетворення механічної енергії. Конкретизуйте цей запис, скориставшись даними, наведеними в умові задачі, та відповідними формулами для визначення енергії.
4. Розв'яжіть отримане рівняння відносно невідомої величини. Перевірте її одиницю та визначте числове значення.
5. Проаналізуйте результат, запишіть відповідь.

IV. ЗАКРІПЛЕННЯ НОВИХ ЗНАНЬ І ВМІНЬ

1. Автомобіль спускається з гори з вимкненим двигуном. За рахунок якої енергії рухається автомобіль при цьому?

За рахунок потенційної енергії під дією сили тяжіння.

2. Навіщо велосипедист, наближаючись до підйому дороги, збільшує швидкість руху?

При підйомі зростає потенційна енергія велосипеда за рахунок кінетичної енергії. Її взагалі може не вистачити на підйом. Велосипедист збільшує швидкість, щоб по можливості швидше проїхати підйом.

3. Краплина води вільно падає з висоти 450 м. Визначте її потенціальну та кінетичну енергії на висоті 200 м, якщо маса краплини 2 г, а опором повітря можна знехтувати.

Дано:

$h_0 = 450$ м

$h = 200$ м

$m = 2$ г $= 2 \cdot 10^{-3}$ кг

$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

E_p – ?

E_k – ?

Розв'язання

$$E_p = mgh \qquad [E_p] = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м} = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}$$

$$E_p = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 200 = 4 \text{ (Дж)}$$

$$E_{k0} + E_{p0} = E_k + E_p$$

$E_{k0} = 0$ (оскільки $v_0 = 0$)

$E_{p0} = mgh_0$

$E_p = mgh$

$$mgh_0 = E_k + mgh$$

$$E_k = mgh_0 - mgh = mg(h_0 - h)$$

$$[E_k] = \text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \bullet (\text{м} - \text{м}) = \text{Н}\cdot\text{м} = \text{Дж}$$

$$E_k = 2\cdot10^{-3}\cdot10\cdot(450 - 200) = 5\ (\text{Дж})$$

Відповідь: $E_p = 4$ Дж; $E_k = 5$ Дж.

4. При підготовці іграшкового пістолета до пострілу пружину жорсткістю 800 Н/м стиснули на 5 см. Яку швидкість набуває куля масою 20 г при пострілі в горизонтальному напрямку?

Дано:

$k = 8\cdot10^2\ \frac{\text{Н}}{\text{м}}$

$\Delta x_0 = 5$ см $= 5\cdot10^{-2}$ м

$m = 20$ г

$= 2\cdot10^{-2}$кг

v – ?

Розв'язання

$$E_{k0} + E_{p0} = E_k + E_p$$

$E_{k0} = 0$ (оскільки $v_0 = 0$)

$E_{p0} = \frac{k\Delta x_0^2}{2}$

$E_k = \frac{mv^2}{2}$

$E_p = 0$ (оскільки $x = 0$)

$$\frac{k\Delta x_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} \qquad v = \Delta x_0\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$v = \text{м}\cdot\sqrt{\frac{\frac{\text{Н}}{\text{м}}}{\text{кг}}} = \text{м}\cdot\sqrt{\frac{\text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{\text{кг}\cdot\text{м}}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v = 5\cdot10^{-2} \bullet \sqrt{\frac{8\cdot10^2}{2\cdot10^{-2}}} = 10\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$$

Відповідь: $v = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

5. З висоти 10 м вертикально вгору кинули м'яч зі швидкістю 5 м/с. Визначте швидкість, з якою м'яч торкнеться поверхні землі. Опором повітря можна знехтувати.

Дано:

$h_0 = 10$ м

$v_0 = 5\frac{\text{м}}{\text{с}}$

$g = 10\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

v – ?

Розв'язання

$$E_{k0} + E_{p0} = E_k + E_p$$

$E_{k0} = \frac{mv_0^2}{2}$

$E_{p0} = mgh_0$

$E_k = \frac{mv^2}{2}$

$E_p = 0$ (оскільки $h = 0$)

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgh_0 = \frac{mv^2}{2} \quad |\cdot\frac{2}{m}$$

$$v_0^2 + 2gh_0 = v^2$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh_0} \qquad [v] = \sqrt{\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} + \frac{\text{м}}{\text{с}^2}\cdot\text{м}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v = \sqrt{5^2 + 2\cdot10\cdot10} = 15\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$$

Відповідь: $v = 15\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

6. Тіло з початковою швидкістю 14 м/с падає з висоти 240 м і заглиблюється в пісок на 0,2 м. Визначте середню силу опору піску. Опором повітря можна знехтувати. Маса тіла 1 кг.

Дано:

$v_0 = 14\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$h_0 = 240$ м

$h_{\text{оп}} = 0,2$ м

$m = 1$ кг

$g = 10\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$F_{\text{оп}} - ?$

Розв'язання

$$E_{k0} + E_{p0} = E_k + E_p$$

$E_{k0} = \frac{mv_0^2}{2}$

$E_{p0} = mgh_0$

$E_k = A_{\text{оп}} = F_{\text{оп}}h_{\text{оп}}$

$E_p = 0$ (оскільки $h = 0$)

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgh_0 = F_{\text{оп}}h_{\text{оп}}$$

$$F_{\text{оп}} = \frac{m}{2h_{\text{оп}}}\left(v_0^2 + 2gh_0\right)$$

$$\left[F_{\text{оп}}\right] = \frac{\text{кг}}{\text{м}}\left(\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} + \frac{\text{м}}{\text{с}^2}\cdot\text{м}\right) = \text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \text{Н}$$

$$F_{\text{оп}} = \frac{1}{2\cdot0,2}\bullet\left(14^2 + 2\cdot10\cdot240\right) = 12490\ (\text{Н})$$

Відповідь: $F_{\text{оп}} = 12,49$ кН.

7. Кулю масою 15 кг закріпили на невагомому стрижні, який відхилили від вертикалі на 60°. Визначте силу пружності, що виникає у стрижні в момент проходження кулею положення рівноваги.

Дано:

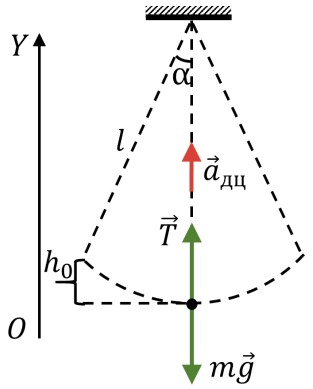
$m = 15$ кг

Розв'язання

$\alpha = 60°$

$g = 10\frac{м}{с^2}$

$T - ?$



Запишемо другий закон Ньютона у векторному вигляді:

$$m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a}_{дц}$$

$$OY: \ -mg + T = ma_{дц}$$

$$a_{дц} = \frac{v^2}{l}$$

$$T = \frac{mv^2}{l} + mg \qquad (1)$$

$$E_{k0} + E_{p0} = E_k + E_p$$

$E_{k0} = 0$ (адже $v_0 = 0$) $\qquad E_{p0} = mgh_0$

$E_k = \frac{mv^2}{2}$ $\qquad E_p = 0$ (адже $h = 0$)

$$mgh_0 = \frac{mv^2}{2}$$

$$h_0 = l - l\cos\cos\alpha \qquad mv^2 = 2mgl(1 - \cos\cos\alpha) \qquad (2)$$

Підставимо (2) в (1)

$$T = \frac{2mgl(1-\cos\cos\alpha)}{l} + mg = mg(3 - 2\cos\cos\alpha)$$

$$[T] = кг\cdot\frac{м}{с^2} = Н$$

$$T = 15\cdot10\cdot(3 - 2\cdot\cos\cos 60°) = 300 \ (Н)$$

Відповідь: $T = 300$ Н.

V. ПІДБИТТЯ ПІДСУМКІВ УРОКУ

Бесіда за питаннями

1. Дайте означення механічної енергії; потенціальної енергії.

2. Доведіть, що робота сили тяжіння не залежить від форми траєкторії.

3. За якою формулою визначають потенціальну енергію пружно деформованого тіла?

4. У чому полягає принцип мінімуму потенціальної енергії? Наведіть приклади на його підтвердження.

5. За яких умов виконується закон збереження повної механічної енергії?

6. Наведіть приклади, коли повна механічна енергія не зберігається. Що можна сказати про повну енергію системи?

VI. ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

Опрацювати § 16, Вправа № 16 (3, 5)

Додаткові задачі

1. На підставці стоїть ваза масою 1,5 кг. Висота підставки 1,8 м. Визначте потенціальну енергію вази відносно підлоги та відносно столу висотою 1,2 м який стоїть поруч.

Дано:

$m = 1,5$ кг

$h_п = 1,8$ м

$h_с = 1,2$ м

$g = 10\frac{м}{с^2}$

E_{p1} – ?

E_{p2} – ?

Розв'язання

$$E_{p1} = mgh_п$$

$$[E_{p1}] = кг\cdot\frac{м}{с^2}\cdot м = Н\cdot м = Дж$$

$$E_{p1} = 1,5\cdot 10\cdot 1,8 = 27\ (Дж)$$

$$E_{p2} = mg(h_п - h_с)$$

$$[E_{p1}] = кг\cdot\frac{м}{с^2}\bullet(м - м) = Н\cdot м = Дж$$

$$E_{p1} = 1,5\cdot 10\cdot(1,8 - 1,2) = 9\ (Дж)$$

Відповідь: $E_{p1} = 27$ Дж; $E_{p2} = 9$ Дж.

2. Визначте потенціальну енергію стиснутої пружини, яка під дією сили 2 кН скоротилася на 24 мм.

Дано:

$F = 2$ кН

$= 2\cdot 10^3$ Н

$\Delta x = 24$ мм $= 2,4\cdot 10^{-2}$

E_p – ?

Розв'язання

$$F = F_{пруж} = k\Delta x \quad => \quad k = \frac{F}{\Delta x}$$

$$E_p = \frac{k\Delta x^2}{2} = \frac{\frac{F}{\Delta x}\bullet\Delta x^2}{2} = \frac{F\Delta x}{2}$$

$$E_p = Н\cdot м = Дж$$

$$E_p = \frac{2\cdot 10^3\cdot 2,4\cdot 10^{-2}}{2} = 24\ (Дж)$$

Відповідь: $E_p = 24$ Дж.

3. Яку кінетичну енергію має тіло масою 500 г через 2 с від початку вільного падіння, якщо воно не встигло досягти поверхні землі?

Дано:

$m = 500$ г $= 0,5$ кг

$t = 2$ с

$v_0 = 0$

$g = 10\frac{м}{с^2}$

E_k – ?

Розв'язання

$$E_{k0} + E_{p0} = E_k + E_p$$

$E_{k0} = 0$ (адже $v_0 = 0$)

$E_{p0} = mgh_0$

$E_p = mgh$

$$mgh_0 = E_k + mgh$$

$$E_k = mgh_0 - mgh = mg\Delta h$$

$$\Delta h_y = v_{0y}t + \frac{g_y}{2}t^2$$

$$\Delta h_y = \Delta h; \quad v_{0y} = 0; \quad g_y = g; \quad \Delta h = \frac{g}{2}t^2$$

$$E_k = \frac{mg^2t^2}{2} \qquad [E_k] = \text{кг}\cdot\frac{\text{м}^2}{\text{с}^4}\bullet\text{с}^2 = \text{Н}\cdot\text{м} = \text{Дж}$$

$$E_k = \frac{0{,}5\cdot 10^2\bullet 2^2}{2} = 100\ (\text{Дж})$$

Відповідь: $E_k = 100$ Дж.

4. М'яч кинули вертикально вгору зі швидкістю 16 м/с. На якій висоті кінетична енергія м'яча дорівнюватиме його потенціальній енергії?

Дано:

$v_0 = 16\frac{\text{м}}{\text{с}}$

$h_0 = 0$

$E_k = E_p$

$g = 10\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$h - ?$

Розв'язання

$$E_{k0} + E_{p0} = E_k + E_p$$

$E_{k0} = \frac{mv_0^2}{2}$

$E_{p0} = 0$ (адже $h_0 = 0$)

$E_k = E_p = mgh$

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh + mgh$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = 2mgh$$

$$\frac{v_0^2}{2} = 2gh \quad => \quad h = \frac{v_0^2}{4g}$$

$$[h] = \frac{\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}{\frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}\bullet\frac{\text{с}^2}{\text{м}} = \text{м} \qquad h = \frac{16^2}{4\cdot 10} = 6{,}4\ \text{м}$$

Відповідь: $h = 6{,}4$ м

5. Вантаж, маса якого 25 кг, висить на шнурі завдовжки 2,5 м. На яку найбільшу висоту можна відвести в бік вантаж, щоб під час наступних вільних коливань шнур не обірвався? Максимальна сила натягу, яку витримує шнур, не обриваючись, дорівнює 550 Н.

Дано:

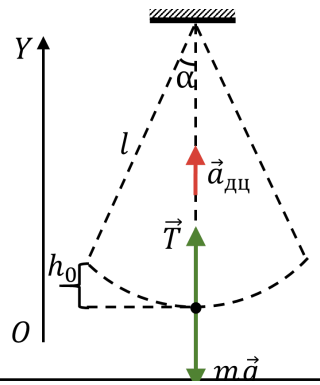
$m = 25$ кг

$l = 2{,}5$ м

$T = 550$ Н

$g = 10\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

Розв'язання



Запишемо другий закон Ньютона у векторному вигляді:

$$m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a}_{дц}$$

$$OY: \ -mg + T = ma_{дц}$$

$$a_{дц} = \frac{v^2}{l}$$

h_0 – ?

$$T - mg = \frac{mv^2}{l}$$

$$mv^2 = l(T - mg) \qquad (1)$$

$$E_{k0} + E_{p0} = E_k + E_p$$

$E_{k0} = 0$ (адже $v_0 = 0$) $\qquad E_{p0} = mgh_0$

$E_k = \frac{mv^2}{2}$ $\qquad E_p = 0$ (адже $h = 0$)

$$mgh_0 = \frac{mv^2}{2} \qquad (2)$$

Підставимо (1) в (2)

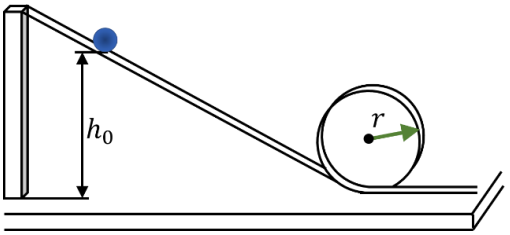
$$mgh_0 = \frac{l(T-mg)}{2}$$

$$h_0 = \frac{l}{2}\left(\frac{T}{mg} - 1\right)$$

$$[h_0] = \text{м}\cdot\left(\frac{\text{Н}}{\text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}^2}}\right) = \text{м}$$

$$h_0 = \frac{2{,}5}{2} \bullet \left(\frac{550}{25\cdot 10} - 1\right) = 1{,}5 \text{ (м)}$$

Відповідь: $h_0 = 1{,}5$ м.



6. У шкільному досліді з «мертвою петлею» кульку масою m відпустили з висоти $h_0 = 3r$ (де r – радіус «петлі»). З якою силою тисне кулька в нижній і верхній точках петлі?

Дано:

m

r

$h_0 = 3r$

N_1 – ?

N_2 – ?

Розв'язання

Запишемо другий закон Ньютона у векторному вигляді:

$$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}_{\text{дц}}$$

$$a_{\text{дц}} = \frac{v^2}{r}$$

1 випадок

$$OY\colon mg - N_1 = -m\frac{v^2}{r}$$

$$N_1 = \frac{mv^2}{r} + mg \qquad (1)$$

$$E_{k0} + E_{p0} = E_k + E_p$$

$E_{k0} = 0$ (адже $v_0 = 0$)
$E_{p0} = mgh_0 = 3mgr$
$E_k = \frac{mv^2}{2}$ $E_p = 0$ (адже $h = 0$)

$$3mgr = \frac{mv^2}{2}; \quad mv^2 == 6mgr \qquad (2)$$

Підставимо (2) в (1)

$$N_1 = \frac{6mgr}{r} + mg = 7mg$$

2 випадок

OY: $mg + N_2 = m\frac{v^2}{r}$ $N_2 = \frac{mv^2}{r} - mg$

$$E_{k0} + E_{p0} = E_k + E_p$$

$E_{k0} = 0$ (адже $v_0 = 0$)
$E_{p0} = mgh_0 = 3mgr$
$E_k = \frac{mv^2}{2}$ $E_p = mgh = 2mgr$

$$3mgr = \frac{mv^2}{2} + 2mgr \qquad mv^2 = 2mgr \qquad (2)$$

Підставимо (2) в (1)

$$N_2 = \frac{2mgr}{r} - mg = mg$$

Відповідь: $N_1 = 7mg$; $N_2 = mg$.