

**Результаты работ в Stepik'e**

Темы альтернативного экзамена КиТГ-2022

Задачи по графам для самостоятельного решения  
Задания на создание программных модулей в системе "Графы"

**Посещаемость и выполнение лекционных заданий**

**Материалы к курсу:**

[Учебник "Дискретная математика" \(Рыбин, Поздняков\)](#)

[Презентации Ф.А.Новикова к первой части курса "Бинарные отношения"](#)

[Плейлист лекций ДМ-2018 \(смотри конец курса\)](#)

[Плейлист лекций МЛитА-2018 \(смотри конец курса\)](#)

[Полезный ресурс: работа с графами онлайн](#)

[Список соревнований по математике и информатике для студентов](#)

[Курс на Stepic по теории графов, разработанный в студенческой лаборатории алгоритмической математики](#)

Обязательным условием для всех студентов является прохождения курса на 100 баллов.

За большее количество баллов добавляются баллы к оценке на экзамене:

100 баллов — обязательно;

150 баллов — +0.25 баллов к экзамену;

175 баллов — +0.5 баллов к экзамену;



200 баллов — +0.75 баллов к экзамену.

Дополнительно:

[А. А. Вороненко, В. С. Федорова. ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА. ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ С РЕШЕНИЯМИ](#)

[В.А. Емеличев, О.И. Мельников, В.И. Сарванов, Р.И. Тышкевич - Лекции по теории графов](#)

**Программа экзамена: все темы, не помеченные значком звездочки (\*)**

№	Дата	Тема лекции	Тема практики	Дополнения и полезные ссылки
1	05.09.22	1. Бинарные отношения и их свойства. 2. Способы задания бинарных отношений. Понятие графа (графы бинарных отношений).  <a href="#">Видеофрагмент. Бинарные отношения Введение, примеры, определения</a>  <a href="#">Видеофрагмент. Свойства бинарных отношений</a>	Бинарные отношения и их свойства. Выдача ИДЗ-1	<a href="#">Видеозапись лекции (2018)</a> (конец с 50:29 минуты) (определение и способы задания) <a href="#">Конспект (2018) с согласованной видеозаписью</a> (свойства бинарных отношений + ....) <a href="#">Трудоёмкость реализации алгоритмов над множествами</a> (важно для студентов кафедры ВТ с профессиональной точки зрения. См. другие книги Овчинникова)

2	12.09.22	<p>1. Отношение эквивалентности и алгоритм построения классов эквивалентности.</p> <p> <a href="#">Видеофрагмент. Отношение эквивалентности Алгоритм построения классов эквивалентности</a></p> <p>2*. Отношение толерантности.</p> <p>3. Отношение предпорядка и порядка. Частично упорядоченные множества, диаграмма Хассе. Линейный порядок. Алгоритм топологической сортировки.</p> <p> <a href="#">Видеофрагмент. Отношение порядка Алгоритм топологической сортировки</a></p>	<p>Отношение эквивалентности. Построение классов эквивалентности.</p>	<p><a href="#">Конспект (2018) с согласованной видеозаписью</a> (...+отношение эквивалентности, алгоритм построения классов эквивалентности, отношение порядка, алгоритм топологической сортировки)</p> <p>Дополнительный материал:</p> <p><a href="#">Лекция 3. Частично упорядоченные множества (ЧУМ). Диаграмма Хассе. Максимальные, минимальные, наибольший и наименьший элементы. Цепи и антицепи, длина и ширина конечных ЧУМ. Теорема о разбиении ЧУМ на антицепи. Теорема Дилуорса. Булев куб, его длина и ширина. Булеан.</a></p> <p><a href="#">Запись лекции 12.09.21 из аудитории</a></p>
3	19.09.22	<p>1. Транзитивное замыкание бинарного отношения. Построение замыкания через умножение матриц. Алгоритм Уоршалла.</p> <p> <a href="#">Видеофрагмент. Транзитивное замыкание Определение Алгоритм умножения матриц</a></p> <p> <a href="#">Видеофрагмент. Транзитивное замыкание: алгоритм Уоршалла</a></p> <p>*Умножение матриц - алгоритм Штрассена</p>	<p>Отношение порядка. Алгоритм топологической сортировки.</p>	<p><a href="#">Видеозапись лекции</a> (2018) (транзитивное замыкание до 27 минуты)</p> <p>(эйлеровы графы, цикломатическое число, планарные графы, теорема Эйлера)</p> <p><a href="#">Конспект этой лекции</a></p> <p><a href="#">Лекция КиТГ 17.09.2021 (объявления в начале лекции)</a></p> <p><a href="#">Лекция КиТГ 17.09.2021 (теорема о топологической сортировке)</a></p> <p><a href="#">Лекция КиТГ 17.09.2021 (отношение толерантности и нахождение компонент связности графа)</a></p> <p><a href="#">Лекция КиТГ 17.09.2021 (транзитивное замыкание, алгоритм Уоршелла)</a></p>
4	26.09.22	<p>1. Основные задачи и понятия теории графов. 2. Деревья, характеристические свойства дерева. 3. Теорема Кэли о числе деревьев (код Прюфера). 4. Корневые деревья.</p>	<p>Транзитивное замыкание. Прием ИДЗ-1</p>	<p><a href="#">Лекция по КиТГ (Код Прюфера+эйлеровы графы+гамильтоновы графы)   часть Запись в Zoom</a></p>

		*Идеально сбалансированные деревья. AVL-деревья. *Двоичные деревья поиска.		<a href="#">Презентация (алгоритм построения кода Прюфера и раскодирования, алгоритм обхода эйлерова графа, алгоритм построения гамильтонова пути)</a> (16.10.2020)  <a href="#">Линейный алгоритм нахождения диаметра дерева</a>  <a href="#">Лекция КиТГ-2021 24.09.2021. Сообщения.</a>  <a href="#">Лекция КиТГ-2021 24.09.2021 Деревья. Диаметр дерева.</a>  <a href="#">Лекция КиТГ-2021 24.09.2021. Деревья. Код Прюфера.</a>
5	03.10.22	1. Эйлеровы пути и графы. Алгоритм Флэри. 2. Теорема о пространстве циклов графа. Коциклы (разрезы). 3. Формула Эйлера для плоских графов и многогранников. Алгоритмы построения базиса циклов графа.	Контрольная работа №1. Бинарные отношения.	<b>Выдача задания на коллоквиум.</b>  <a href="#">(Полная запись лекции в зуме про формулу Эйлера для графов)</a>  <a href="#">Запись вырезанного фрагмента с нужной частью кадра</a>  <a href="#">Презентация (алгоритм построения кода Прюфера и раскодирования, алгоритм обхода эйлерова графа, алгоритм построения гамильтонова пути)</a> (16.10.2020)  Выполнить задание с манипулятором “ <a href="#">Эйлеровы пути</a> ” (открывать во <a href="#">флэш-плеере</a> )  Выполнить задание с манипулятором “ <a href="#">Обход шахматной доски</a> ” (открывать во <a href="#">флэш-плеере</a> )  <a href="#">Лекция КиТГ 01 10 2021 Эйлеровы графы</a>  <a href="#">Лекция КиТГ 01 10 2021 Формула Эйлера</a>
6	10.10.22	1. Планарные графы. Полные и двудольные графы. Доказательство непланарности $K_5$ и $K_{3,3}$ 2. Гомеоморфизм графов. Теорема Куратовского - Понтрягина о критерии непланарности. Гамма-алгоритм плоской укладки графа.	Выдача ИДЗ 2.  Построение базиса пространства циклов.  Задачи на теорему Эйлера для графов и многогранников.	<a href="#">Видеозапись лекции</a> (2018) (первые 19 минут - планарные графы, далее - раскраска вершин графа)  Конспект+видео лекции:  Лекция. <a href="#">Транзитивное замыкание. Алгоритм Уоршалла. Теорема Эйлера. Планарные графы.</a>

				<p>Лекция. Планарные графы (продолжение). Раскраска графов</p> <p><a href="#">Доказательство теоремы Куратовского - Понтрягина</a></p> <p><a href="#">Лекция 08 10 2021 Остовное дерево Формула Эйлера для многогранников</a>  <a href="#">Лекция 08.10.2021. Планарные графы</a></p>
7	17.10.22	<p>1. Правильная раскраска графов. Задача четырех красок</p> <p>2. Хроматические числа. *Гипотеза Хивуда (теорема Рингеля — Янгса).</p> <p>3. Алгоритм подсчета числа правильных раскрасок. Хроматический многочлен.</p>	<p>Задачи на доказательство непланарности графов.</p> <p>*Изучение гамма-алгоритма плоской укладки графа..</p>	<p><a href="#">Видеозапись лекции</a> (2018) (первые 19 минут - планарные графы, далее - раскраска вершин графа)</p> <p><a href="#">Брошюра про раскраски</a></p> <p><a href="#">Лекция-КиТГ 15.10.2021 Обсуждение ДЗ</a></p> <p><a href="#">Лекция-КиТГ 15.10.2021 Замечания по планарным графам</a></p> <p><a href="#">Лекция-КиТГ 15.10.2021 Хроматические числа и многочлены</a></p>
8	24.10.22	<p>1. Поиск в глубину и в ширину в корневом дереве и произвольном графе. Рекурсивный и итеративный алгоритмы.</p> <p>2*. Кратчайший путь в лабиринте. Волновой алгоритм.</p> <p>3. Ориентированные эйлеровы графы. *Граф де Брюина</p>	<p>Подсчет числа раскрасок графов и вывод хроматических многочленов.</p> <p>*Хроматический многочлен простого цикла.</p>	<p>Хорошая <a href="#">статья Шахно (МЦНМО)</a> по применению поиска в глубину (компоненты связности, топологическая сортировка, мосты, точки сочленения, компоненты сильной связности)</p> <p><a href="#">Поиск в ширину</a></p> <p><a href="#">Волновой алгоритм для школьников</a>  <a href="#">Визуализация волнового алгоритма</a>  <a href="#">10 визуализаций разных алгоритмов на графах</a></p> <p><a href="#">Лекция по алгоритмам обхода в глубину, ширину и волновой алгоритм</a> (в зуме 23.10.2020)</p> <p><a href="#">Презентация к лекции по алгоритмам обхода графа</a> (23.10.2020)</p> <p><a href="#">Лекция КиТГ 22.10.201 Обход графа</a></p> <p><a href="#">Лекция КиТГ 22.10.201 Обход графа</a></p>

9	31.10.22	<p>1. Паросочетания в двудольных графах.</p> <p>2. Алгоритм построения максимального паросочетания.</p> <p>3. Минимальное вершинное покрытие. Теорема Кёнига.</p>	<p>Протоколирование алгоритмов обхода графов в глубину и ширину. Задачи на вариации этих алгоритмов.</p>	<p>Полезная книга:  <a href="#">Bondy, J. A., Murty, U. S. R. Graph Theory with Applications. — North Holland, 1976. — ISBN 0-444-19451-7.</a></p> <p>Выполнить задание с <a href="#">манипулятором “Паросочетания”</a> (открывать во <a href="#">флэш-плеере</a>)  <a href="#">Пояснения к манипулятору по паросочетаниям (популярная статья)</a></p> <p><a href="#">Дополнительное чтение: паросочетания, покрытия, доминирующие множества и пр.</a></p> <p><a href="#">29.10.2021 Паросочетания в двудольном графе</a></p> <p><a href="#">Лекция 29 10 2021 Лемма о чередующихся цепочках</a></p> <p><a href="#">Лекция 29 10 2021 Минимальное вершинное покрытие</a></p>
10	07.11.22	<p>1. Связность, сильная связность.</p> <p>2. Поиск мостов и компонент сильной связности. Алгоритм Косарайю-Шарира.</p>	<p>Построение максимальных паросочетаний и минимальных вершинных покрытий графа.</p>	<p>Вопрос из CodeForces “Как построить минимальное дополнение ориентированного графа до сильно связного?”        Ответ автору вопроса? <a href="#">Статья на английском</a> и совет “алгоритм решения основан на выделении в конденсации графа истоков, стоков, изолированных точек и соединение их в определенном порядке”.</p> <p>Хорошая <a href="#">статья Шахно (МЦНМО)</a> по применению поиска в глубину (компоненты связности, топологическая сортировка, мосты, точки сочленения, компоненты сильной связности)  <a href="#">Алгоритм Косарайю на C++</a></p> <p>Хорошая книга:  <a href="#">Alfred V. Aho - Data Structures and Algorithms</a></p> <p><a href="#">Лекция по КиТГ Алгоритм Косарайю (в Zoom)</a></p> <p><a href="#">Алгоритм Косарайю в изложении Романа Ковтуна на хабре</a></p> <p><a href="#">Презентация к лекции о сильной связности графов</a></p>

				<p><a href="#">Лекция 12.11.021 Фарида Михайлова. Алгоритм Косарайу. Data Science</a></p> <p><a href="#">Лекция 19.11.2021-1. Алгоритм Косарайу. Комментарий С.Н.Позднякова</a></p> <p><a href="#">Лекция 19.11.2021-1. Мосты и компоненты двусвязности</a></p>
11	14.11.22	<p>Алгоритмы построения минимальных остовных деревьев: Прима, Краскала, *Бороувки</p> <p>Понятие матроида*. Жадные алгоритмы (на примере алгоритмов построения минимального остовного дерева).</p>	<p>Решение задач на построение компонент связности и сильной связности.</p>	<p>Студенты самостоятельно работают в Школе дискретной математики и информатики на сайте <a href="http://kioschool.eltech.ru">kioschool.eltech.ru</a> (эти результаты оценивает лектор)</p> <p><a href="#">Лекция "Алгоритмы Краскала и Прима"</a></p> <p>Выполнить задание с манипулятором "<a href="#">Алгоритм Прима</a>" (открывать во <a href="#">флэш-плеере</a>)</p> <p>Выполнить задание с манипулятором "<a href="#">Алгоритм Краскала</a>" (открывать во <a href="#">флэш-плеере</a>)</p> <p>Видео. Лекция 14. <a href="#">Алгоритмы построения минимальных остовных деревьев.</a> (с 31 мин 20 сек)</p> <p><a href="#">Лекция 19 11 2021 1 Жадные алгоритмы Алгоритм Прима</a></p> <p><a href="#">Лекция 19 11 2021 2 Жадные алгоритмы Алгоритм Краскала</a></p> <p><a href="#">Лекция 19 11 2021 2 Жадные алгоритмы Модифицированный алгоритм Краскала</a></p>

12	21.11.22	<p>Построение кратчайших путей в графе. Алгоритмы Форда-Беллмана, Дейкстры, Флойда (понятие инварианта цикла в доказательство корректности алгоритмов на примере алгоритмов поиска кратчайших путей).</p>	<p>Контрольная работа №2.</p> <p><a href="#">Сервис “Задача”</a></p> <p>Предлагайте свои задачи и решайте предложенные другими.</p> <p><a href="#">Алгоритм построения графа по последовательности степеней вершин</a></p>	<p>Коллоквиум по алгоритмам на графах</p> <p>АЭ: Лекции Куликова "<a href="#">Алгоритмы для NP-трудных задач</a>"</p> <p>АЭ: Две лекции "<a href="#">Алгоритмы решения задачи коммивояжера</a>" (для альтернативного экзамена, предполагается реализация, экспериментальное сравнение на разных данных и улучшение алгоритмов для более узких классов задач)</p> <p><a href="#">Алгоритм Дейкстры на C++</a></p> <p>Выполнить задание с манипулятором "<a href="#">Алгоритм Дейкстры</a>" (открывать во <a href="#">флэш-плеере</a>)</p> <p><b>Архив</b></p> <p>Видео. Лекция 15. <a href="#">Построение кратчайших путей в графе.</a></p> <p><a href="#">Конспект, согласованный с лекцией</a></p> <p><a href="#">Лекция в Zoom Алгоритмы нахождения кратчайших путей в графе 20 11 2020</a></p> <p><a href="#">Обсуждение решения задачи 23 кратчайший путь из k рёбер</a></p> <p><a href="#">Лекция 26 11 2021 Поиск кратчайших путей Алгоритмы Форда Беллмана и Дейкстры</a></p> <p><a href="#">Ссылка на пленарные выступления на Ежегодном международном конгрессе «Современные проблемы компьютерных и информационных наук»</a>, о котором говорил на лекции. Советую послушать (по крайней мере) выступления:</p> <p><b>Concurrency in Programming Languages: Neglected Support?</b> Juerg Gutknecht, Professor of Computer Science at the Swiss Federal Institute of Technology in Zürich (Zurich, Switzerland)</p> <p><b>Роль и перспективы развития индустрии открытого ПО в условиях глобальной цифровизации.</b> Рубанов Владимир Васильевич, главный технический директор по</p>
----	----------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

				<p>разработке ПО, кандидат физико-математических наук, Российский исследовательский институт Huawei (Москва, Россия)</p> <p><a href="#">Лекция КиТГ 03 12 2021</a> <a href="#">Алгоритм Флойда</a></p>
13	28.11.22	<p>1. Алгоритм перебора с возвратом. 2. Поиск гамильтонова пути в графе.</p>	<p>Алгоритмы построения минимальных остовных деревьев. Выдача ИДЗ-3</p>	<p>Видео. Лекция (2018) <a href="#">Метод ветвей и границ.</a></p> <p>(с 46 минуты алгоритм перебора с возвратом и далее идея метода ветвей и границ)</p> <p><b>Конференция по итогам коллоквиума.</b></p> <p><a href="#">Лекция КиТГ 03 12 2021</a> <a href="#">Перебор с возвратом. Метод ветвей и границ</a></p> <p><a href="#">Презентация к лекции по алгоритмам перебора с возвратом и методу ветвей и границ</a></p>
14	05.12.22	<p>1. Метод ветвей и границ. 2. Задача коммивояжера.</p>	<p>Алгоритмы Форда-Беллмана, Дейкстры, Флойда.</p>	<p>Видео. Лекция (2018) <a href="#">Метод ветвей и границ.</a></p> <p>(с 46 минуты алгоритм перебора с возвратом и далее идея метода ветвей и границ)</p> <p><a href="#">Презентация к лекции по алгоритмам перебора с возвратом и методу ветвей и границ</a></p> <p><a href="#">Перебор с возвратом и метод ветвей и границ 27.11. 2020</a> <a href="#">Zoom</a> (видеозапись лекции в Zoom)</p> <p><a href="#">Лекция КиТГ 2021 10 12 2021</a> <a href="#">Фарид Михайлов</a></p> <p><a href="#">Лекция КиТГ 2021 17.12. 2021</a> <a href="#">Задача коммивояжера для цикла</a></p> <p><a href="#">Лекция КиТГ 2021 17.12 .2021</a> <a href="#">Задача коммивояжера для пути</a></p>
15	12.12.22	<p>1. Потoki в сетях. Задача о максимальном потоке. 2. Минимальный разрез. Алгоритм Форда-Фалкерсона.</p>	<p>Алгоритмы перебора с возвратом и метода ветвей и границ.</p> <p><a href="#">Комментарии</a> <a href="#">С.Г.Иванова к ИДЗ по графам</a></p>	<p><a href="#">Построение минимального разреза: алгоритм Штёр-Вагнера</a></p> <p><a href="#">Задача о минимальном разрезе (конспект)</a></p>



				<p><a href="#">*Алгоритмы минимизации энергии на основе разрезов графов</a></p> <p><a href="#">Презентация к лекции "Алгоритм Форда-Фалкерсона построения максимального потока в сети"</a></p> <p><a href="#">Применения алгоритма решения задачи о максимальном потоке</a></p> <p><a href="#">Запись в Zoom обзорной лекции с обсуждением различных подходов к задачам построения максимальных компонент двудольности и хроматических многочленов</a></p> <p><a href="#">Лекция КиТГ 2021 17.12. 2021 Беседа о следующем семестре</a></p> <p><a href="#">Лекция КиТГ 2021 17.12. 2021 Потоки в сетях Введение</a></p> <p><a href="#">Лекция КиТГ 24.12.2021 Теорема Форда Фалкерсона</a></p> <p><a href="#">Лекция КиТГ 24.12.2021 Алгоритм Форда Фалкерсона</a></p>
16	19.12.22	1*. Транспортные задачи и алгоритм A*. 2*. Эвристические алгоритмы поиска: муравьиный алгоритм,	Алгоритм Форда-Фалкерсона.  <a href="#">Запись практического занятия в Zoom "Алгоритм Форда-Фалкерсона"</a>	Лекции Осипова " <a href="#">Поиск кратчайших путей в транспортных сетях: от теории к реализации</a> "  Доп.: <a href="#">Генетические алгоритмы</a>  <a href="#">Лекция КиТГ 24 12 2021 Об экзамене</a>
17	26.12.22	Обзорная лекция	Защита ИДЗ и переписывание КР  <a href="#">Защита ИДЗ 2 по КиТГ 27 12 2021</a>	<a href="#">Задачи, ответы и решения отдельных задач репетиционного экзамена</a>  <a href="#">Видео с разбором задач репетиционного экзамена</a>

## Программа экзамена

1. Первый вопрос билета связан с темой коллоквиума, над которой студент работал в семестре, и формулируется он так: “Вопрос 1. Объяснить на математическом языке алгоритм и обосновать его корректность”.
2. Второй вопрос отражает владение программой курса и выбирается из списка ниже. Студенты должны свободно владеть определениями и формулировками этой части и отвечать на любые из них в процессе беседы с преподавателем. Обоснование алгоритмов студенты должны восстанавливать примерно за 30 минут обдумывания вопроса.
3. Третий вопрос является задачей и проверяет, насколько студент может применить полученные знания для решения нетиповых задач.

Вопрос 2. Отношение эквивалентности. Алгоритм построения классов эквивалентности. Алгоритм построения компонент связности графа. Сравнение алгоритмов.
Вопрос. 2. Определение отношений порядка. Топологическая сортировка. Граф отношения является корневым деревом. Направление рёбер естественное - от корня к листьям. На каждом из $h$ уровней находится $h$ вершин. Сколько рёбер добавится при транзитивном замыкании графа? При топологической сортировке?
Вопрос 2. Свойство транзитивности. Транзитивное замыкание. Сложность алгоритма построения транзитивного замыкания. Построение транзитивного замыкания умножением матриц. Алгоритм Уоршелла. Сколько транзитивных отношений можно построить на множестве из 3 элементов?
Вопрос 2. Деревья. Построить алгоритм нахождения уровней дерева относительно отмеченной вершины. Бинарное корневое дерево имеет $2^n - 1$ вершин. Сколько различных обходов в глубину можно сделать от выделенного корня в идеально сбалансированном дерева?
Вопрос 2. Сильная связность. Алгоритм построения компонент сильной связности по определению. Алгоритм Косарайу. Сравнение сложности алгоритмов.
Вопрос 2. Код Прюфера. Вывести формулу числа остовных деревьев полного графа $K_n$ . Найти количество корневых (ориентированных) остовных деревьев полного графа $K_n$ .
Вопрос 2. Алгоритм построения эйлера пути в графе. Сложность алгоритма. Рекурсивный и нерекурсивный алгоритмы.
Вопрос 2. Алгоритмы построения базиса циклов графа: через решение системы уравнений и через построение остовных деревьев. Сравнение алгоритмов по трудоемкости.
Вопрос 2. Планарные графы. Полные и двудольные графы. Доказательство непланарности $K_5$ и $K_{3,3}$ . Понятие планарного и плоского графов. Гамма-алгоритм плоской укладки планарного графа.
Вопрос 2. Хроматический многочлен. Хроматическое число графа. Теорема Зыкова. Хроматический многочлен цикла.
Вопрос 2. Алгоритм построения наибольшего паросочетания и теорема о связи максимального паросочетания с минимальным вершинным покрытием.
Вопрос 2. Алгоритм Краскала и теорема о его корректности на основе нахождения циклов алгоритмом поиска в глубину. Доказать корректность алгоритма с раскраской вершин. Сравнить трудоемкости алгоритмов.
Вопрос 2. Алгоритм Прима и теорема о его корректности. Одни и те же суммы можно получить сложением разных весов (например $5+3=2+6$ ), существует ли граф, у которого веса всех ребер разные, но есть два остовных дерева одинакового веса? В каких пределах может меняться количество различных остовных деревьев у графа с одинаковыми весами рёбер с $n$ вершинами и $n$ рёбрами?
Вопрос 2. Нахождение кратчайших длин путей в графе. Алгоритм Форда-Беллмана. Сформулировать алгоритм, инвариант цикла, доказать корректность алгоритма.
Вопрос 2. Алгоритм Форда-Беллмана с построением дерева кратчайших путей. Сформулировать алгоритм, инвариант цикла, доказать корректность алгоритма.
Вопрос 2. Нахождение кратчайших длин путей в графе. Алгоритм Дейкстры. Сформулировать алгоритм, инвариант цикла, доказать корректность алгоритма.
Вопрос 2. Алгоритм Дейкстры с построением дерева кратчайших путей. Сформулировать алгоритм, инвариант

цикла, доказать корректность алгоритма.

Вопрос 2. Нахождение кратчайших длин путей в графе. Алгоритм Флойда. Сформулировать алгоритм, инвариант цикла, доказать корректность алгоритма.

Вопрос 2. Метод ветвей и границ. Применение к задаче коммивояжера (нахождение гамильтонова цикла наименьшей длины).

Вопрос 2. Метод ветвей и границ. Применение к задаче коммивояжера (с нефиксированным началом и концом пути).

Вопрос 2. Задача о максимальном потоке в сетях. Теорема о минимальном разрезе и максимальном потоке. Алгоритм Форда-Фалкерсона построения максимального потока в задаче с целыми (рациональными) пропускными способностями.