

Les fibres optiques sont des guides de lumière (on dit que la lumière est guidée si elle est contrainte de se propager toujours à l'intérieur de la fibre). Elles sont utilisées notamment en génie des télécommunications pour la transmission de l'information, et en médecine pour les endoscopies. Les lois de l'optique géométrique concernant la propagation de la lumière dans des milieux d'indice variable, expliquent leur Fonctionnement. On supposera dans l'ensemble de ces exercices que la lumière utilisée est monochromatique.

- I. a) Définir l'indice de réfraction d'un milieu transparent, homogène et isotrope. b)
 Énoncer les lois de Snell-Descartes de la réflexion et de la réfraction. c)
 Tout au long des chemins de propagation de la lumière, définis par les directions des rayons d'après la loi de la réfraction, quelle est la variable physique optimisée? Donner l'unité de cette variable. Est-elle maximale ou minimale?
 d) Décrire les phénomènes de réfraction limite et de réflexion totale. e)
 On considère la succession des milieux transparents, homogènes et isotropes E_1, E_2, E_3, E_4 et E_5 d'indices de réfraction n_1, n_2, n_3, n_4, n_5 respectivement. Toutes les interfaces sont planes, parallèles et équidistantes. Un rayon lumineux arrive sur l'interface 1-2 en faisant un angle i_1 avec la normale à cette interface. (Fig. 1).

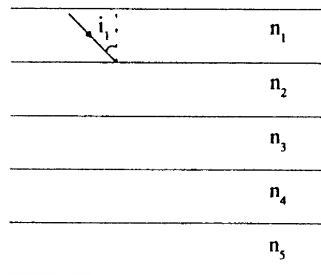
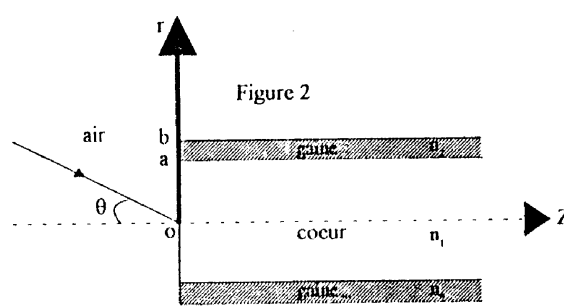


Figure 1

Écrire la relation liant n_k, n_{k+1}, i_k et i_{k+1} pour les différentes valeurs de k . Trouver un invariant de la propagation. Tracer la marche du rayon. Dans les questions f), g) et h), on supposera un rayon incident faisant toujours le même angle i_1 avec la normale à l'interface séparant les deux premiers milieux, comme la Fig. 1.

- f) Les milieux ont été disposés dans l'ordre des indices de réfraction croissants : . Y-a-t-il des situations où la lumière ne traverse pas le milieu 5? Justifier la réponse.
- g) Est-ce qu'on modifie le résultat obtenu en f) si on intervertit les milieux 2 et 3? Justifier la réponse.
- h) Même question qu'en g) si on intervertit les milieux 1 et 2. (Le rayon incident arrive maintenant à l'interface 2-1 avec la même direction qu'il avait précédemment).
- i) Donner une cote minimale du diamètre du guide des fibres optiques utilisées dans les endoscopes. Justifier la réponse.
- j) Quelle est le phénomène physique le plus important que l'on observe si le diamètre est plus petit que la valeur minimale trouvée en i)?
- k) Quelle est la conséquence de ce phénomène sur les fibres optiques?
- II. On considère une fibre optique à «saut d'indice». Elle est constituée d'un cylindre transparent, homogène et isotrope d'indice de réfraction n_1 , le «cœur», placé entre $r=0$ et $r=a$, entouré par une enveloppe coaxiale transparente, homogène et isotrope, d'indice de réfraction n_2 , la «gaine», comprise entre $r=a$ et $r=b$. L'axe de la fibre optique coïncide avec Oz. (Fig2).



Un plan contenant l'axe de symétrie Oz de la fibre est un plan méridien. On ne s'intéresse qu'aux rayons contenus dans ce plan.

- a) Pour que cette fibre puisse être utilisée comme guide de lumière il faut imposer une certaine relation entre n_1 et n_2 laquelle?

- b) Un rayon méridien R faisant à l'entrée de la fibre un angle θ (Cf. Fig 2), sera contraint de rester dans le «cœur» si θ est inférieur à l'angle d'acceptance de la fibre θ_a . Déterminer θ_a en fonction de n_1, n_2 et n_{air} .

Application numérique : Calculer θ_a lorsque $n_{\text{air}}=1, n_2=1.43$ et $n_1=1.45$. c)

La fibre optique est maintenant coudée. Expliquer en utilisant un schéma pourquoi une partie des rayons guidés dans la tranche rectiligne ne le sont plus dans la partie coudée. e) On suppose dans cette partie que la fibre optique prend une

position extrême en tournant sur elle même de 180° (F3)

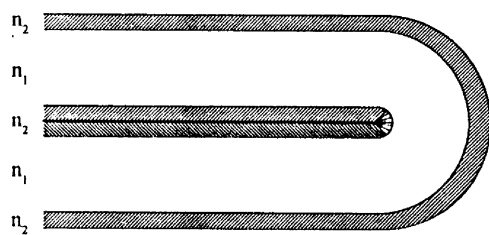


Figure 3

Trouver la relation entre n_1 et n_2 qui assure la réflexion totale, dans la partie coudée, d'un rayon axial ($\theta=0^\circ$). f)

On considère toujours la même fibre optique mais ici on la supposera rectiligne. Sa longueur est L . Calculer en fonction des paramètres de la fibre optique le retard entre un rayon axial et le rayon subissant le nombre maximal de réflexions totales.

g) Application numérique : $L = 10$ m, $n_1 = 1.45$ et $n_2 = 1.43$.

- III. Pour diminuer le retard entre les différents rayons se propageant dans le cœur de la fibre on utilise des fibres optiques à «gradient d'indice». Le milieu, à l'intérieur de la fibre, n'est plus homogène. L'indice de réfraction du cœur diminue continûment lorsque l'on s'éloigne de l'axe de la fibre. Dans la pratique le cœur est constitué d'une cinquantaine de couches, chacune étant transparente, homogène et isotrope, les couches successives étant séparées par des dioptries plans parallèles. a) En procédant comme dans le cas Ie) mais en supposant maintenant que le nombre de couches augmente indéfiniment en réduisant leurs distances successives, trouver l'expression de l'invariant le long de la propagation. b) Montrer que la trajectoire suivie par le rayon non axial R au cœur de la fibre (Fig. 4), est définie par l'équation différentielle :

où k est une constante.

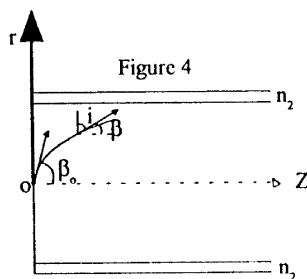


Figure 4

- c) Intégrer l'équation différentielle IIIb) en supposant que n ne varie que très légèrement dans la fibre suivant

la loi:

pour $0 \leq r \leq a$

pour $a \leq r \leq b$

- d) Montrer que le rayon R coupe l'axe Oz à des distances d régulièrement espacées. Trouver d .

- e) On veut éviter que les rayons se propageant dans une fibre à «gradient d'indice» atteignent la gaine car ils

ne s'y réfléchissent pas, les indices étant égaux en $r=a$. Quelle condition doit-on imposer à l'angle β_0 pour que $r < a$? f)

Dessiner l'allure d'un rayon non axial dans une fibre à «gradient d'indice» et dans celle à «saut d'indice» et expliquer qualitativement pourquoi les temps de transit des différents rayons sont plus écartés entre eux dans cette dernière que dans la première.