Урок 97 Розв'язування задач

Мета уроку:

Навчальна. Закріпити знання за темою «Електроємність. Конденсатори. Енергія зарядженого конденсатора», продовжити формувати навички та вміння розв’язувати фізичні задачі, застосовуючи отримані знання.

Розвивальна. Розвивати уміння правильно розподіляти час; самостійність у навчанні; вміння самостійно застосовувати правила, закони.

Виховна. Виховання дисципліни, чесності, відповідальності.

Тип уроку: урок застосування знань, умінь, навичок.

Наочність і обладнання: навчальна презентація, комп’ютер, підручник.

Хід уроку

І. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ ЕТАП

1. Перевірити виконання вправи № 44: завдання 2, 5.

ІІ. АКТУАЛІЗАЦІЯ ОПОРНИХ ЗНАНЬ ТА ВМІНЬ

ІІІ. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

1. Три конденсатори, що мають ємності 2 мкФ, 3 мкФ і 12 мкФ, з’єднали паралельно й підключили до джерела живлення, напруга на виході якого становить 120 В. Визначити заряд і напругу на обкладках кожного конденсатора.

Дано:

$C_1 = 2\ \text{мкФ} = 2 \cdot 10^{-6}\ \text{Ф}$

$C_2 = 3\ \text{мкФ} = 3 \cdot 10^{-6}\ \text{Ф}$

$C_3 = 12\ \text{мкФ} = 12 \cdot 10^{-6}\ \text{Ф}$

$U = 120\ \text{В}$

$q_1 - ?\ q_2 - ?\ q_3 - ?$

$U_1 - ?\ U_2 - ?\ U_3 - ?$

Розв’язання

Паралельне з’єднання конденсаторів:

$$U = U_1 = U_2 = U_3 = 120\ \text{В}$$

$$C = \frac{q}{U} \quad => \quad q = CU \qquad [q] = \text{Ф}\cdot\text{В} = \frac{\text{Кл}}{\text{В}}\cdot\text{В} = \text{Кл}$$

$$q_1 = C_1 U \qquad q_2 = C_2 U \qquad q_3 = C_3 U$$

$q_1 = 2 \cdot 10^{-6}\cdot 120 = 240 \cdot 10^{-6}$ (Кл)

$$q_2 = 3 \cdot 10^{-6}\cdot 120 = 360 \cdot 10^{-6}\ (\text{Кл})$$

$$q_3 = 12 \cdot 10^{-6}\cdot 120 = 1440 \cdot 10^{-6}\ (\text{Кл})$$

Відповідь: $U = U_1 = U_2 = U_3 = 120\ \text{В};\ q_1 = 240$ мкКл; $q_2 = 360$ мкКл; $q_3 = 1440$ мкКл.

2. Два конденсатори, з’єднані паралельно, мають ємність 4 мкФ, а з’єднані послідовно – ємність 0,75 мкФ. Знайти ємність кожного конденсатора.

Дано:

$C_{\text{пар}} = 4\ \text{мкФ} = 4 \cdot 10^{-6}\ \text{Ф}$

$C_{\text{пос}} = 0,75\ \text{мкФ} = 0,75 \cdot 10^{-6}\ \text{Ф}$

$C_1 - ?$

Розв’язання $C_{\text{пар}} = C_1 + C_2 \qquad \frac{1}{C_{\text{пос}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

$$C_1 = C_{\text{пар}} - C_2$$

$$C_{\text{пос}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{(C_{\text{пар}} - C_2)C_2}{(C_{\text{пар}} - C_2) + C_2} = \frac{C_{\text{пар}} C_2 - C_2^2}{C_{\text{пар}}}$$

$C_2^2 - C_{\text{пар}} C_2 + C_{\text{пос}} C_{\text{пар}} = 0$

$C_2 - ?$

$$C_2^2 - 4 \cdot 10^{-6} \cdot C_2 + 3 \cdot 10^{-12} = 0$$

$$D = 16 \cdot 10^{-12} - 12 \cdot 10^{-12} = 4 \cdot 10^{-12}$$

$$C_2^{'} = \frac{4 \cdot 10^{-6} + 2 \cdot 10^{-6}}{2} = 3 \cdot 10^{-6}\ (\Ф)$$

$$C_2^{''} = \frac{4 \cdot 10^{-6} - 2 \cdot 10^{-6}}{2} = 1 \cdot 10^{-6}\ (\Ф)$$

$$C_1^{'} = 4 \cdot 10^{-6} - 3 \cdot 10^{-6} = 1 \cdot 10^{-6}\ (\Ф)$$

$$C_1^{''} = 4 \cdot 10^{-6} - 1 \cdot 10^{-6} = 3 \cdot 10^{-6}\ (\Ф)$$

Відповідь: 1 мкФ і 3 мкФ.

3. Плоский конденсатор, відстань між пластинами якого 2 мм, занурили до половини в гас (див. рисунок). На скільки треба розсунути пластини конденсатора, щоб його ємність не змінилася?

Дано:

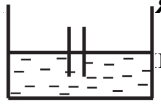
$d_1 = 2\ \text{мм} = 2 \cdot 10^{-3}\ \text{м}$

$\varepsilon_1 = 1$

$\varepsilon_2 = 2,1$

$\Delta d - ?$

Розв'язання



ня в гас ємність конденсатора дорівнювала: $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 S}{d_1}$

Після занурення конденсатора до половини в гас і розсунення пластин до деякої величини d_2 утворилися два паралельно з'єднаних конденсатора з площею пластин $\frac{S}{2}$ у кожного:

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 S}{2d_2} \qquad C_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 S}{2d_2}$$

Обчислимо ємність утвореного складного конденсатора, користуючись формулою для двох конденсаторів, з'єднаних паралельно, і прирівняємо її до початкової ємності конденсатора:

$$C = C_1 + C_2$$

$$\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 S}{d_1} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 S}{2d_2} + \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 S}{2d_2}$$

$$\frac{\varepsilon_1}{d_1} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2d_2} \quad => \quad d_2 = \frac{d_1}{2} \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

$$\Delta d = d_2 - d_1$$

$$\Delta d = \frac{d_1}{2} \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{\varepsilon_1} - d_1 = \frac{d_1}{2} \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - 1 \right)$$

$$[\Delta d] = \text{м}$$

$$\Delta d = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{2} \cdot \left(\frac{2,1}{1} - 1 \right) = 1,1 \cdot 10^{-3}\ (\text{м})$$

Відповідь: $\Delta d = 1,1$ мм.

4. Провідник ємністю 10 пФ зарядили до потенціалу 6 кВ, а провідник ємністю 20 пФ – до потенціалу 12 кВ. Яка кількість теплоти виділиться після з'єднання їх дротом? (Відстань між провідниками значно більша за їхні розміри.)

Дано:

$C_1 = 10$ пФ $= 10 \cdot 10^{-12}$ Ф

$\varphi_1 = 6$ кВ $= 6 \cdot 10^3$ В

$C_2 = 20$ пФ $= 20 \cdot 10^{-12}$ Ф

$\varphi_2 = 12$ кВ $= 12 \cdot 10^3$ В

$Q - ?$

Розв'язання

За законом збереження енергії: $W_1 + W_2 = W + Q$

W_1 – енергія першого провідника до їх з'єднання

W_2 – енергія другого провідника до їх з'єднання

W – загальна енергія провідників після їх з'єднання

Q – кількість теплоти, яка виділяється при з'єднанні провідників дротом $Q = W_1 + W_2 - W$

$$W = \frac{q\varphi}{2}$$

Загальний заряд провідників після їх з'єднання за законом збереження зарядів дорівнює сумі їх зарядів до з'єднання:

$$q = q_1 + q_2 \qquad q_1 = C_1\varphi_1 \qquad q_2 = C_2\varphi_2$$

$$q = C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2$$

Після з'єднання потенціал провідників φ став однаковим. Тоді, згідно із законом збереження зарядів: $C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2 = (C_1 + C_2)\varphi$

$$\varphi = \frac{C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2}{C_1 + C_2}$$

$$W = \frac{(C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2)(C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2)}{2(C_1 + C_2)} = \frac{(C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2)^2}{2(C_1 + C_2)}$$

Енергію провідників краще знайти за формулою:

$$W_1 = \frac{C_1\varphi_1^2}{2} \qquad W_2 = \frac{C_2\varphi_2^2}{2}$$

$$Q = \frac{C_1\varphi_1^2}{2} + \frac{C_2\varphi_2^2}{2} - \frac{(C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2)^2}{2(C_1 + C_2)} =$$

$$= \frac{C_1^2\varphi_1^2 + C_1C_2\varphi_1^2 + C_1C_2\varphi_2^2 + C_2^2\varphi_2^2 - C_1^2\varphi_1^2 - 2C_1\varphi_1C_2\varphi_2 - C_2^2\varphi_2^2}{2(C_1 + C_2)}$$

$$= \frac{C_1C_2(\varphi_1^2 - 2\varphi_1\varphi_2 + \varphi_2^2)}{2(C_1 + C_2)} = \frac{C_1C_2(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2(C_1 + C_2)}$$

$$[Q] = \frac{\text{Ф}\cdot\text{Ф}\cdot(\text{В}-\text{В})^2}{\text{Ф}+\text{Ф}} = \text{Ф}\cdot\text{В}^2 = \frac{\text{Кл}}{\text{В}} \cdot \text{В}^2 = \text{А}\cdot\text{с}\cdot\text{В} = \text{Дж}$$

$$Q = \frac{10\cdot10^{-12}\cdot20\cdot10^{-12}\cdot(6\cdot10^3 - 12\cdot10^3)^2}{2\cdot(10\cdot10^{-12} + 20\cdot10^{-12})} = 120 \cdot 10^{-6} \text{ (Дж)}$$

Відповідь: $Q = 120$ мкДж.

IV. ПІДБИТТЯ ПІДСУМКІВ УРОКУ

V. ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

Повторити § 44, Вправа № 44 (7, 8)

Додаткові задачі

1. Три конденсатори, що мають ємності 2 мкФ, 3 мкФ і 12 мкФ, з'єднали послідовно й підключили до джерела живлення, напруга на виході якого становить 120 В. Визначити заряд і напругу на обкладках кожного конденсатора.

Дано:

$C_1 = 2$ мкФ $= 2 \cdot 10^{-6}$ Ф

$C_2 = 3$ мкФ $= 3 \cdot 10^{-6}$ Ф

$C_3 = 12$ мкФ $= 12 \cdot 10^{-6}$ Ф

$U = 120$ В

$q_1 - ?$ $_2 - ?$

$q_3 - ?$ $U_1 - ?$

$U_2 - ?$ $U_3 - ?$

Розв'язання

Послідовне з'єднання конденсаторів:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \quad => \quad C = \frac{C_1 C_2 C_3}{C_2 C_3 + C_1 C_3 + C_1 C_2}$$

$$[C] = \frac{\text{Ф}\cdot\text{Ф}\cdot\text{Ф}}{\text{Ф}\cdot\text{Ф}+\text{Ф}\cdot\text{Ф}+\text{Ф}\cdot\text{Ф}} = \text{Ф}$$

$$C = \frac{2\cdot10^{-6}\cdot3\cdot10^{-6}\cdot12\cdot10^{-6}}{3\cdot10^{-6}\cdot12\cdot10^{-6}+2\cdot10^{-6}\cdot12\cdot10^{-6}+2\cdot10^{-6}\cdot3\cdot10^{-6}} \approx 1,09 \cdot 10^{-6}\ (\text{Ф})$$

$$U = \frac{q}{C} \quad => \quad q = CU \qquad [q] = \text{Ф}\cdot\text{В} = \frac{\text{Кл}}{\text{В}}\cdot\text{В} = \text{Кл}$$

$$q = 1,09 \cdot 10^{-6}\cdot 120 = 131 \cdot 10^{-6}\ (\text{Кл})$$

При послідовному з'єднанні провідників заряд сталий:

$$q = q_1 = q_2 = q_3 = 131 \cdot 10^{-6}\ \text{Кл}$$

$$U = \frac{q}{C} \qquad [U] = \frac{\text{Кл}}{\text{Ф}} = \frac{\text{Кл}}{\frac{\text{Кл}}{\text{В}}} = \text{В}$$

$$U_1 = \frac{q_1}{C_1} \qquad U_2 = \frac{q_2}{C_2} \qquad U_3 = \frac{q_3}{C_3}$$

$$U_1 = \frac{131\cdot10^{-6}}{2\cdot10^{-6}} = 65,5\ (\text{В})$$

$$U_2 = \frac{131\cdot10^{-6}}{3\cdot10^{-6}} = 43,6\ (\text{В})$$

$$U_3 = \frac{131\cdot10^{-6}}{12\cdot10^{-6}} = 10,9\ (\text{В})$$

Відповідь: $q = q_1 = q_2 = q_3 = 131 \cdot 10^{-6}$ Кл; $U_1 = 65,5$ В; $U_2 = 43,6$ В; $U_3 = 10,9$ В.

2. Дві металеві кулі мають ємності 10 пФ і 30 пФ і потенціали 40 В і 50 В відповідно. Якими будуть потенціали куль, якщо з'єднати їх тонким дротом? (Відстань між кулями значно більша за їхні розміри.)

Дано:

$C_1 = 10\ \text{пФ} = 10 \bullet 10^{-12}\ \text{Ф}$

$C_2 = 30\ \text{пФ} = 30 \bullet 10^{-12}\ \text{Ф}$

$\varphi_1 = 40\ \text{В}$

$\varphi_2 = 50\ \text{В}$

$\varphi\ -\ ?$

Розв'язання

Після з'єднання потенціал провідників φ став однаковим. Тоді, згідно із законом збереження зарядів: $C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2 = (C_1 + C_2)\varphi$

$$\varphi = \frac{C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2}{C_1 + C_2}$$

$$[\varphi] = \frac{\text{Ф}\cdot\text{В} + \text{Ф}\cdot\text{В}}{\text{Ф} + \text{Ф}} = \frac{\text{Ф}\cdot\text{В}}{\text{Ф}} = \text{В}$$

$$\varphi = \frac{10 \bullet 10^{-12}\cdot 40 + 30 \bullet 10^{-12}\cdot 50}{10 \bullet 10^{-12} + 30 \bullet 10^{-12}} = 47,5\ (\text{В})$$

Відповідь: $\varphi = 47,5$ В.

3. Плоский конденсатор зарядили до напруги 2 кВ. Площа кожної пластини 0,24 м^2, відстань між ними 5 мм. Обкладки конденсатора розсовують так, що відстань між ними збільшується вдвічі. Визначити роботу, виконану при розсовуванні обкладок.

Дано:

$U = 2\ \text{кВ} = 2 \bullet 10^3\ \text{В}$

$S = 0,24\ \text{м}^2$

$d_1 = 5\ \text{мм} = 5 \bullet 10^{-3}\ \text{м}$

$d_2 = 2d_1$

$\varepsilon = 1$

$\varepsilon_0 = 8,85\cdot 10^{-12}\ \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$

$A\ -\ ?$

Розв'язання

$$A = W_{p1} - W_{p2}$$

$$W_{p1} = \frac{C_1U^2}{2} \qquad C_1 = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d_1}$$

$$W_{p2} = \frac{C_2U^2}{2} \qquad C_2 = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d_2} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{2d_1}$$

$$A = \frac{\varepsilon_0\varepsilon SU^2}{2d_1} - \frac{\varepsilon_0\varepsilon SU^2}{4d_1} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon SU^2}{4d_1}$$

$$[A] = \frac{\frac{\text{Ф}}{\text{м}} \bullet \text{м}^2 \bullet \text{В}^2}{\text{м}} = \text{Ф}\cdot\text{В}^2 = \frac{\text{Кл}}{\text{В}} \bullet \text{В}^2 = \text{А}\cdot\text{с}\cdot\text{В} = \text{Дж}$$

$$A = \frac{8,85\cdot 10^{-12} \bullet 0,24\cdot (2 \bullet 10^3)^2}{4\cdot 5 \bullet 10^{-3}} = 424,8 \bullet 10^{-6}(\text{Дж})$$

Відповідь: $A = 424,8$ мкДж.