

Урок 97 Розв'язування задач**Мета уроку:**

Навчальна. Закріпити знання за темою «Електроємність. Конденсатори. Енергія зарядженого конденсатора», продовжити формувати навички та вміння розв'язувати фізичні задачі, застосовуючи отримані знання.

Розвивальна. Розвивати уміння правильно розподіляти час; самостійність у навчанні; вміння самостійно застосовувати правила, закони.

Виховна. Виховання дисципліни, чесності, відповідальності.

Тип уроку: урок застосування знань, умінь, навичок.

Наочність і обладнання: навчальна презентація, комп'ютер, підручник.

Хід уроку**I. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ ЕТАП**

1. Перевірити виконання вправи № 44: завдання 2, 5.

II. АКТУАЛІЗАЦІЯ ОПОРНИХ ЗНАТЬ ТА ВМІНЬ**III. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ**

1. Три конденсатори, що мають ємності 2 мкФ, 3 мкФ і 12 мкФ, з'єднали паралельно й підключили до джерела живлення, напруга на виході якого становить 120 В. Визначити заряд і напругу на обкладках кожного конденсатора.

Дано:

$$C_1 = 2 \text{ мкФ} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$C_2 = 3 \text{ мкФ} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$C_3 = 12 \text{ мкФ} = 12 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$U = 120 \text{ В}$$

$$q_1 - ? \quad q_2 - ? \quad q_3 - ?$$

$$U_1 - ? \quad U_2 - ? \quad U_3 - ?$$

Розв'язання

Паралельне з'єднання конденсаторів:

$$U = U_1 = U_2 = U_3 = 120 \text{ В}$$

$$C = \frac{q}{U} \Rightarrow q = CU \quad [q] = \text{Ф} \cdot \text{В} = \frac{\text{Кл}}{\text{В}} \cdot \text{В} = \text{Кл}$$

$$q_1 = C_1 U \quad q_2 = C_2 U \quad q_3 = C_3 U$$

$$q_1 = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 120 = 240 \cdot 10^{-6} \text{ (Кл)}$$

$$q_2 = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 120 = 360 \cdot 10^{-6} \text{ (Кл)}$$

$$q_3 = 12 \cdot 10^{-6} \cdot 120 = 1440 \cdot 10^{-6} \text{ (Кл)}$$

Відповідь: $U = U_1 = U_2 = U_3 = 120 \text{ В}; q_1 = 240 \text{ мкКл};$

$$q_2 = 360 \text{ мкКл}; q_3 = 1440 \text{ мкКл}.$$

2. Два конденсатори, з'єднані паралельно, мають ємність 4 мкФ, а з'єднані послідовно – ємність 0,75 мкФ. Знайти ємність кожного конденсатора.

Дано:

$$C_{\text{пар}} = 4 \text{ мкФ} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$C_{\text{пос}} = 0,75 \text{ мкФ} = 0,75 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$C_1 - ?$$

Розв'язання $C_{\text{пар}} = C_1 + C_2 \quad \frac{1}{C_{\text{пос}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

$$C_1 = C_{\text{пар}} - C_2$$

$$C_{\text{пос}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{(C_{\text{пар}} - C_2) C_2}{(C_{\text{пар}} - C_2) + C_2} = \frac{C_{\text{пар}} C_2 - C_2^2}{C_{\text{пар}}}$$

$$C_2^2 - C_{\text{пар}} C_2 + C_{\text{пос}} C_{\text{пар}} = 0$$

$$C_2 - ?$$

$$C_2' - 4 \cdot 10^{-6} \cdot C_2 + 3 \cdot 10^{-12} = 0$$

$$D = 16 \cdot 10^{-12} - 12 \cdot 10^{-12} = 4 \cdot 10^{-12}$$

$$C_2' = \frac{4 \cdot 10^{-6} + 2 \cdot 10^{-6}}{2} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ (Ф)}$$

$$C_2'' = \frac{4 \cdot 10^{-6} - 2 \cdot 10^{-6}}{2} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ (Ф)}$$

$$C_1' = 4 \cdot 10^{-6} - 3 \cdot 10^{-6} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ (Ф)}$$

$$C_1'' = 4 \cdot 10^{-6} - 1 \cdot 10^{-6} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ (Ф)}$$

Відповідь: 1 мкФ і 3 мкФ.

3. Плоский конденсатор, відстань між пластинами якого 2 мм, занурили до половини в гас (див. рисунок). На скільки треба розсунути пластини конденсатора, щоб його ємність не змінилася?

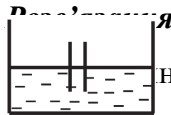
Дано:

$$d_1 = 2 \text{ мм} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$\epsilon_1 = 1$$

$$\epsilon_2 = 2, 1$$

$$\Delta d - ?$$



У повітряній частині ємність конденсатора дорівнювала: $C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_1 S}{d_1}$

Після занурення конденсатора до половини в гас і розсунення пластин до деякої величини d_2 утворилися два паралельно з'єднаних конденсатора з площею пластин $\frac{S}{2}$ у кожного:

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_1 S}{2d_2} \quad C_2 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_2 S}{2d_2}$$

Обчислимо ємність утвореного складного конденсатора, користуючись формулою для двох конденсаторів, з'єднаних паралельно, і прирівняємо її до початкової ємності конденсатора:

$$C = C_1 + C_2$$

$$\frac{\epsilon_0 \epsilon_1 S}{d_1} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_1 S}{2d_2} + \frac{\epsilon_0 \epsilon_2 S}{2d_2}$$

$$\frac{\epsilon_1}{d_1} = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2d_2} \quad \Rightarrow \quad d_2 = \frac{d_1}{2} \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{\epsilon_1}$$

$$\Delta d = d_2 - d_1$$

$$\Delta d = \frac{d_1}{2} \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{\epsilon_1} - d_1 = \frac{d_1}{2} \left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} - 1 \right)$$

$$[\Delta d] = \text{м}$$

$$\Delta d = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{2} \cdot \left(\frac{2,1}{1} - 1 \right) = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ (м)}$$

Відповідь: $\Delta d = 1,1$ мм.

4. Провідник ємністю 10 пФ зарядили до потенціалу 6 кВ, а провідник ємністю 20 пФ – до потенціалу 12 кВ. Яка кількість теплоти виділиться після з'єднання їх дротом? (Відстань між провідниками значно більша за їхні розміри.)

Дано:

$$C_1 = 10 \text{ пФ} = 10 \cdot 10^{-12} \text{ ф}$$

$$\varphi_1 = 6 \text{ кВ} = 6 \cdot 10^3 \text{ В}$$

$$C_2 = 20 \text{ пФ} = 20 \cdot 10^{-12} \text{ ф}$$

$$\varphi_2 = 12 \text{ кВ} = 12 \cdot 10^3 \text{ В}$$

$Q = ?$

Розв'язання

За законом збереження енергії: $W_1 + W_2 = W + Q$

W_1 – енергія першого провідника до їх з'єднання

W_2 – енергія другого провідника до їх з'єднання

W – загальна енергія провідників після їх з'єднання

Q – кількість теплоти, яка виділяється при з'єднанні провідників дротом $Q = W_1 + W_2 - W$

$$W = \frac{q\varphi}{2}$$

Загальний заряд провідників після їх з'єднання за законом збереження зарядів дорівнює сумі їх зарядів до з'єднання:

$$q = q_1 + q_2 \quad q_1 = C_1\varphi_1 \quad q_2 = C_2\varphi_2$$

$$q = C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2$$

Після з'єднання потенціал провідників φ став однаковим. Тоді, згідно із законом збереження зарядів:

$$C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2 = (C_1 + C_2)\varphi$$

$$\varphi = \frac{C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2}{C_1 + C_2}$$

$$W = \frac{(C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2)(C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2)}{2(C_1 + C_2)} = \frac{(C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2)^2}{2(C_1 + C_2)}$$

Енергію провідників краще знайти за формулою:

$$W_1 = \frac{C_1\varphi_1^2}{2} \quad W_2 = \frac{C_2\varphi_2^2}{2}$$

$$Q = \frac{C_1\varphi_1^2}{2} + \frac{C_2\varphi_2^2}{2} - \frac{(C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2)^2}{2(C_1 + C_2)} =$$

$$= \frac{C_1^2\varphi_1^2 + C_1C_2\varphi_1^2 + C_1C_2\varphi_2^2 + C_2^2\varphi_2^2 - C_1^2\varphi_1^2 - 2C_1\varphi_1C_2\varphi_2 - C_2^2\varphi_2^2}{2(C_1 + C_2)}$$

$$= \frac{C_1C_2(\varphi_1^2 - 2\varphi_1\varphi_2 + \varphi_2^2)}{2(C_1 + C_2)} = \frac{C_1C_2(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2(C_1 + C_2)}$$

$$[Q] = \frac{\text{Ф} \cdot \text{Ф} \cdot (\text{В} - \text{В})^2}{\text{Ф} + \text{Ф}} = \text{Ф} \cdot \text{В}^2 = \frac{\text{Кл}}{\text{В}} \cdot \text{В}^2 = \text{А} \cdot \text{с} \cdot \text{В} = \text{Дж}$$

$$Q = \frac{10 \cdot 10^{-12} \cdot 20 \cdot 10^{-12} \cdot (6 \cdot 10^3 - 12 \cdot 10^3)^2}{2 \cdot (10 \cdot 10^{-12} + 20 \cdot 10^{-12})} = 120 \cdot 10^{-6} \text{ (Дж)}$$

Відповідь: $Q = 120$ мкДж.

IV. ПІДБИТТЯ ПІДСУМКІВ УРОКУ

V. ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

Повторити § 44, Вправа № 44 (7, 8)

Додаткові задачі

1. Три конденсатори, що мають ємності 2 мкФ, 3 мкФ і 12 мкФ, з'єднали послідовно й підключили до джерела живлення, напруга на виході якого становить 120 В. Визначити заряд і напругу на обкладках кожного конденсатора.

Дано:

$$C_1 = 2 \text{ мкФ} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$C_2 = 3 \text{ мкФ} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$C_3 = 12 \text{ мкФ} = 12 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$U = 120 \text{ В}$$

$$q_1 - ? \quad q_2 - ?$$

$$q_3 - ? \quad U_1 - ?$$

$$U_2 - ? \quad U_3 - ?$$

Розв'язання

Послідовне з'єднання конденсаторів:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \Rightarrow C = \frac{C_1 C_2 C_3}{C_2 C_3 + C_1 C_3 + C_1 C_2}$$

$$[C] = \frac{\text{Ф} \cdot \text{Ф} \cdot \text{Ф}}{\text{Ф} \cdot \text{Ф} + \text{Ф} \cdot \text{Ф} + \text{Ф} \cdot \text{Ф}} = \text{Ф}$$

$$C = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot 12 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-6} \cdot 12 \cdot 10^{-6} + 2 \cdot 10^{-6} \cdot 12 \cdot 10^{-6} + 2 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^{-6}} \approx 1,09 \cdot 10^{-6} \text{ (Ф)}$$

$$U = \frac{q}{C} \Rightarrow q = CU \quad [q] = \text{Ф} \cdot \text{В} = \frac{\text{Кл}}{\text{В}} \cdot \text{В} = \text{Кл}$$

$$q = 1,09 \cdot 10^{-6} \cdot 120 = 131 \cdot 10^{-6} \text{ (Кл)}$$

При послідовному з'єднанні провідників заряд сталий:

$$q = q_1 = q_2 = q_3 = 131 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$$

$$U = \frac{q}{C} \quad [U] = \frac{\text{Кл}}{\text{Ф}} = \frac{\text{Кл}}{\frac{\text{Кл}}{\text{В}}} = \text{В}$$

$$U_1 = \frac{q_1}{C_1} \quad U_2 = \frac{q_2}{C_2} \quad U_3 = \frac{q_3}{C_3}$$

$$U_1 = \frac{131 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-6}} = 65,5 \text{ (В)}$$

$$U_2 = \frac{131 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-6}} = 43,6 \text{ (В)}$$

$$U_3 = \frac{131 \cdot 10^{-6}}{12 \cdot 10^{-6}} = 10,9 \text{ (В)}$$

Відповідь: $q = q_1 = q_2 = q_3 = 131 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$; $U_1 = 65,5 \text{ В}$;
 $U_2 = 43,6 \text{ В}$; $U_3 = 10,9 \text{ В}$.

2. Дві металеві кулі мають ємності 10 пФ і 30 пФ і потенціали 40 В і 50 В відповідно. Якими будуть потенціали куль, якщо з'єднати їх тонким дротом? (Відстань між кулями значно більша за їхні розміри.)

Дано:

$$C_1 = 10 \text{ пФ} = 10 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}$$

$$C_2 = 30 \text{ пФ} = 30 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}$$

$$\varphi_1 = 40 \text{ В}$$

$$\varphi_2 = 50 \text{ В}$$

 $\varphi - ?$
Розв'язання

Після з'єднання потенціал провідників φ став однаковим. Тоді, згідно із законом збереження зарядів:

$$C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2 = (C_1 + C_2)\varphi$$

$$\varphi = \frac{C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2}{C_1 + C_2}$$

$$[\varphi] = \frac{\text{Ф} \cdot \text{В} + \text{Ф} \cdot \text{В}}{\text{Ф} + \text{Ф}} = \frac{\text{Ф} \cdot \text{В}}{\text{Ф}} = \text{В}$$

$$\varphi = \frac{10 \cdot 10^{-12} \cdot 40 + 30 \cdot 10^{-12} \cdot 50}{10 \cdot 10^{-12} + 30 \cdot 10^{-12}} = 47,5 \text{ (В)}$$

Відповідь: $\varphi = 47,5 \text{ В}$.

3. Плоский конденсатор зарядили до напруги 2 кВ. Площа кожної пластини 0,24 м², відстань між ними 5 мм. Обкладки конденсатора розсовують так, що відстань між ними збільшується вдвічі. Визначити роботу, виконану при розсовуванні обкладок.

Дано:

$$U = 2 \text{ кВ} = 2 \cdot 10^3 \text{ В}$$

$$S = 0,24 \text{ м}^2$$

$$d_1 = 5 \text{ мм} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$d_2 = 2d_1$$

$$\varepsilon = 1$$

$$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$$

 $A - ?$
Розв'язання

$$A = W_{p1} - W_{p2}$$

$$W_{p1} = \frac{C_1 U^2}{2} \quad C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d_1}$$

$$W_{p2} = \frac{C_2 U^2}{2} \quad C_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d_2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{2d_1}$$

$$A = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{2d_1} - \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{4d_1} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{4d_1}$$

$$[A] = \frac{\frac{\text{Ф}}{\text{м}} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{В}^2}{\text{м}} = \text{Ф} \cdot \text{В}^2 = \frac{\text{Кл}}{\text{В}} \cdot \text{В}^2 = \text{А} \cdot \text{с} \cdot \text{В} = \text{Дж}$$

$$A = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,24 \cdot (2 \cdot 10^3)^2}{4 \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 424,8 \cdot 10^{-6} \text{ (Дж)}$$

Відповідь: $A = 424,8 \text{ мкДж}$.