التمرين 1(bac2008): n عدد طبيعي أكبر من 5 b, a عددان طبيعيان حيث : $a = n-2$ و $b = 2n+3$

1. ما هي القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين b, a
2. بين أن العددين b, a من مضاعفات 7 إذا وفقط إذا كان $n+5$ مضاعف للعدد 7
3. عين قيم n التي من أجلها $PGCD(a,b)=7$
4. نعتبر العددين p و q حيث : $p = 2n^2 - 7n - 15$ ، $q = n^2 - 7n + 10$
   1. بين أن p و q يقبلان القسمة على $n-5$
   2. عين تبعا لقيم n وبدلالة n $PGCD(p,q)$

التمرين 2 : n و a عددان صحيحان حيث : a يقسم $n+2$ ويقسم n^2+n+5

1. بين أن a يقسم n^2+4n+4 واستنتج أن a يقسم $3n-1$
2. ما هي القيم الممكنة للعدد a

التمرين 3: n عدد طبيعي وليكن : $a = \dfrac{n^2+n+7}{n+1}$

ما هي القيم الممكنة n حتى يكون a عددا طبيعيا

التمرين 4 : ما هي القيم الممكنة للعدد الطبيعي n حتى يكون: $n+3$ قاسما للعدد n^2+6n+4

ثم قاسما للعدد n^2+5n-2

التمرين 5: عين كل الأعداد الصحيحة b, a التي تحقق : $a+b=28$ ، $PGCD(a,b)=7$

التمرين 6: عين كل الأعداد الصحيحة b, a التي تحقق : $a \times b = 375$ و $PGCD(a,b)=5$

التمرين 7 : عين كل الأعداد الصحيحة b, a التي تحقق : $a+b=84$ و $PPCM(a,b) = PGCD^2(a,b)$

التمرين8 : أكتب في النظام ذو الأساس 6 الأعداد التالية : 625، 715، 2010

أكتب في النظام الإعتيادي العدد 4301 المكتوب في النظام ذو الأساس 5

التمرين 9 :

1. أدرس حسب قيم n الطبيعية بواقي قسمة 4^n على 7
2. استنتج انه من اجل $n \geq 1$ فإن العدد : $39^{9n+2} - 25^{3n-1}$ يقبل القسمة على 7
3. عين تبعا لقيم n بواقي قسمة 5^n على 7
4. أثبت أن $26^{6n+5} + 2 \times 47^{12n+2} + 3$ يقبل القسمة على 7
5. عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون : $26^{6n+5} + 47^{12n+2} + 5n$ قابلا للقسمة على 7
6. عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون : $2006^n + 2007^n - 2008 \equiv 0[7]$

التمرين 10 : عين تبعا لقيم n بواقي قسمة 5^n على 7

1. عين العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $19^{6n+3} - 5^{6n+4} + 4n^2 + 1$ قابلا للقسمة على 7
2. A عدد طبيعي مكتوب $\overline{0xx1}$ في النظام ذي الأساس 5
3. عين x حتى يكون A قابلا للقسمة على 35

التمرين 11: نعتبر المعادلة ذات المجهولين الصحيحين x و y : $4x - 9y = 319$ (1)

1. تأكد أن الثنائية $(82,1)$ حلا للمعادلة 1
2. حل المعادلة (1)
3. عين الثنائيات الصحيحة (a,b) حلول المعادلة : $4a^2 - 9b^2 = 319$

4. استنتج الثنائيات (x_0, y_0) حلول المعادلة (1) مربعين تامين

التمرين 12 :

1. أثبت أن العددين 993 ، 170 أوليان فيما بينهما
2. نعتبر المعادلة ذات المتغيرين الصحيحين التالية : $993x - 170y = 143$ (1)
   1. عين الحل الخاص (x_0, y_0) للمعادلة (1) بحيث $x_0 + y_0 = 6$
   2. حل المعادلة (1)
3. جد أصغر عدد طبيعي n بحيث باقي قسمة $n-1$ على كل من العددين : 1986 ، 340 هما 14 و300 على الترتيب

التمرين 13:

1. أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 1023 ، 651
2. ما هو الشرط على α حتى تقبل المعادلة $1023x + 651y = \alpha$ (1) حلولا في Z^2
3. بوضع : $\alpha = 8835$ بين أن المعادلة (1) مكافئة للمعادلة : $11x + 7y = 95$ (2)
   a. أوجد حلا خاصا للمعادلة (2) الذي يحقق : $x_0 + y_0 = 13$
   b. حل في Z^2 المعادلة (2)

التمرين 14 :

1. عين مجموعة الأعداد الطبيعية x التي تحقق : $5x - 5 \equiv 0[11]$
2. نعتبر في Z^2 المعادلة $3x - 11y = 5$
   1. حل في Z^2 المعادلة علما أن $(2,-1)$ حل خاص لهذه المعادلة
   2. ليكن $PGCD(x, y) = k$
      a. ما هي القيم الممكنة للعدد k
      b. عين الثنائيات (x, y) بحيث : $k = 5$

التمرين 15 : هل العدد 2003 أوليا ؟ برّر إجابتك.

1. عيّن عددين صحيحين α و β حيث : $123.\alpha + 2003.\beta = 1$.
2. أستنتج عددا صحيحا k_0 حيث : $123.k_0 \equiv 1[2003]$
3. أثبت أنه من أجل كل عدد صحيح x:

$123.x \equiv 456[2003]$ إذا وفقط إذا كان $x \equiv 456.k_0[2003]$

4. عيّن مجموعة الأعداد الصحيحة x حتى يكون: $123.x \equiv 456[2003]$
5. بيّن أنه يوجد عدد طبيعي وحيد n حيث: $1 \le n \le 2002$ و $123.n \equiv 456[2003]$

التمزين 16:

1. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 10
2. إستنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $(23 \times 9^{2010} - 7^{2009})$ على 10
3. / بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $3n \times 9^n + 7^{2n+1} \equiv (n-1)3^{2n+1}[10]$
4. عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون : $3n \times 9^n + 7^{2n+1} \cong 0[10]$

التمرين 17: 1) نعتبر في مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية المعادلة : $11n - 24m = 1$ (1)

1. برر أن المعادلة (1) تقبل على الأقل حلا .
2. باستخدام خوارزمية إقليدس عين حلا خاصا للمعادلة (1) .
3. عين مجموعة حلول المعادلة (1) .
4. بين أن 9 يقسم $10^{11} - 1$ و $10^{24} - 1$.

التمرين 18:

1. بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $n\left(n^4-1\right)\equiv 0[5]$
2. بين ان العدد: $2^{70}+3^{70}$ قابلا للقسمة على 13
3. بين أن 17 يقسم : $3\times 5^{2n-1}+2^{3n-2}$ من اجل كل عدد طبيعي n
4. n عدد طبيعي : حدد بواقي القسمة الإقليدية للأعداد $1^n+2^n+3^n+4^n$ على 4
5. حدد للأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون : $2\times 3^n+3\equiv 0[11]$
6. حدد بواقي القسمة ا الإقليدية للعدد $19^{60}+23^{27}$ على 7