

Урок 36 Розв'язування задач

Мета уроку:

Навчальна. Закріпити знання за темою «Вільні електромагнітні коливання в ідеальному коливальному контурі. Формула Томсона», продовжити формувати навички та вміння розв'язувати фізичні задачі, застосовуючи отримані знання.

Розвивальна. Розвивати уміння правильно розподіляти час; самостійність у навчанні; вміння самостійно застосовувати правила, закони.

Виховна. Виховання дисципліни, чесності, відповідальності.

Тип уроку: урок застосування знань, умінь, навичок.

Наочність і обладнання: навчальна презентація, комп'ютер, підручник.

Хід уроку

I. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ ЕТАП

1. Провести бесіду за матеріалом § 18

Бесіда за питаннями

1. Назвіть основні елементи коливального контуру.
 2. Опишіть процес вільних електромагнітних коливань у коливальному контурі.
 3. Чому після повного розрядження конденсатора струм через його котушку не припиняється?
 4. Які перетворення енергії відбуваються під час електромагнітних коливань у коливальному контурі?
 5. Який коливальний контур називають ідеальним?
 6. Запишіть закон збереження енергії для ідеального коливального контуру.
 7. Отримайте формулу Томсона, скориставшись методом аналогій.
2. Перевірити виконання вправи № 18: завдання 1, 2.

II. АКТУАЛІЗАЦІЯ ОПОРНИХ ЗНАНЬ ТА ВМІНЬ

III. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

1. Визначте період вільних електромагнітних коливань у коливальному контурі, що складається з котушки індуктивністю 15 мкГн і плоского конденсатора, дві пластини якого площею 48 см² кожна розташовані на відстані 1 см, а простір між ними заповнено парафіном.

Дано:

$$L = 15 \text{ мкГн}$$

$$= 15 \cdot 10^{-6} \text{ Гн}$$

$$S = 48 \text{ см}^2$$

$$= 48 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$

$$d = 1 \text{ см}$$

$$= 1 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

Розв'язання

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \quad C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L\epsilon\epsilon_0 S}{d}}$$

$$[T] = \sqrt{\text{Гн} \cdot \frac{\frac{\Phi}{\text{м}} \cdot \text{м}^2}{\text{м}}} = \sqrt{\frac{\text{В}}{\text{А/с}} \cdot \frac{\text{Кл}}{\text{В}}} = \sqrt{\frac{\text{А} \cdot \text{с}}{\text{А/с}}} = \text{с}$$

$$T = 2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{\frac{15 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 48 \cdot 10^{-4}}{1 \cdot 10^{-2}}} \approx 71 \cdot 10^{-9} (\text{с})$$

$\varepsilon = 2$	Відповідь: $T \approx 71$ нс.
$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}}$	
$T - ?$	

2. Ідеальний коливальний контур складається з конденсатора 1 мкФ і котушки індуктивністю 10 мГн. Який максимальний заряд на обкладках конденсатора, якщо максимальна сила струму в котушці становить 100 мА?

Дано: $C = 1 \text{ мкФ}$ $= 1 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$ $L = 10 \text{ мГн}$ $= 10 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$ $I_{\text{max}} = 100 \text{ мА}$ $= 0,1 \text{ А}$	Розв'язання $W_{\text{ел. max}} = W_{\text{м. max}}$ $W_{\text{ел. max}} = \frac{q_{\text{max}}^2}{2C} \quad W_{\text{м. max}} = \frac{LI_{\text{max}}^2}{2}$ $\frac{q_{\text{max}}^2}{2C} = \frac{LI_{\text{max}}^2}{2} \Rightarrow q_{\text{max}} = I_{\text{max}} \sqrt{LC}$ $[q_{\text{max}}] = \text{А} \cdot \sqrt{\text{Ф} \cdot \text{Гн}} = \text{А} \cdot \sqrt{\frac{\text{Кл}}{\text{В}} \cdot \frac{\text{В}}{\text{А/с}}} = \text{А} \cdot \sqrt{\frac{\text{А} \cdot \text{с}}{\text{А/с}}} = \text{А} \cdot \text{с} = \text{Кл}$ $q_{\text{max}} = 0,1 \cdot \sqrt{10 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot 10^{-6}} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ (Кл)}$
$q_{\text{max}} - ?$	Відповідь: $q_{\text{max}} = 1 \text{ мКл.}$

3. До конденсатора, що входить у коливальний контур, паралельно підключають такий самий конденсатор. Як при цьому зміниться період електромагнітних коливань у контурі?

Дано: $C_1 = C_2 = C$	Розв'язання Паралельне з'єднання конденсаторів: $C_{\text{пар}} = C_1 + C_2 = 2C$
$\frac{T_1}{T_2} - ?$	$T_1 = 2\pi \sqrt{LC_1} \quad T_2 = 2\pi \sqrt{LC_{\text{пар}}}$ $\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi \sqrt{LC_1}}{2\pi \sqrt{LC_{\text{пар}}}} = \frac{\sqrt{LC}}{\sqrt{L2C}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $T_2 = \sqrt{2} T_1$
	Відповідь: $T_2 = \sqrt{2} T_1$; період збільшився в $\sqrt{2}$ раз.

4. У коливальний контур паралельно конденсатору вмикають інший конденсатор, ємність якого в три рази більша за ємність першого, після чого частота електромагнітних коливань у контурі зменшилася на 300 Гц. Визначте початкову частоту коливань у контурі.

Дано:

$$C_2 = 3C_1$$

$$\Delta \nu = -300 \text{ Гц}$$

$$\nu_1 = ?$$

Розв'язання

Паралельне з'єднання конденсаторів:

$$C_{\text{пар}} = C_1 + C_2 = C_1 + 3C_1 = 4C_1$$

$$\nu_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}} \quad \nu_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_{\text{пар}}}}$$

$$\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{2\pi\sqrt{LC_{\text{пар}}}}{2\pi\sqrt{LC_1}} = \frac{\sqrt{4C_1}}{\sqrt{C_1}} \Rightarrow \nu_2 = \frac{1}{2}\nu_1$$

$$\Delta \nu = \nu_2 - \nu_1 = \frac{1}{2}\nu_1 - \nu_1 = -\frac{1}{2}\nu_1$$

$$\nu_1 = -2\Delta \nu$$

$$\nu_1 = -2 \cdot (-300 \text{ Гц}) = 600 \text{ Гц}$$

Відповідь: $\nu_1 = 600 \text{ Гц}$.

5. Амплітудне значення сили струму дорівнює 40 мА, а частота 1 кГц. Визначте миттєве значення сили струму через 0,1 мс від його нульового значення.

Дано:

$$I_{\text{max}} = 40 \text{ мА}$$

$$= 40 \cdot 10^{-3} \text{ А}$$

$$\nu = 1 \text{ кГц}$$

$$= 1 \cdot 10^3 \text{ Гц}$$

$$t_1 = 0,1 \text{ мс}$$

$$= 1 \cdot 10^{-4} \text{ с}$$

$$i(t_1) = ?$$

Розв'язання

$$i(t) = I_{\text{max}} \sin(\omega t + \varphi_0) \quad \omega = 2\pi\nu$$

$$i = 40 \cdot 10^{-3} \sin 2\pi \cdot 10^3 t \text{ (А)}$$

$$i(t_1) = 40 \cdot 10^{-3} \sin 2\pi \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-4} \approx 23,5 \cdot 10^{-3}$$

Відповідь: $i(t_1) \approx 23,5 \text{ мА}$.

6. Коливальний контур складається з конденсатора ємністю 200 пФ і котушки з індуктивністю 40 мкГн. Конденсатор зарядили до напруги 150 В. Визначте силу

струму в контурі в той момент, коли напруга на обкладках конденсатора дорівнює 50 В.

Дано:

$$C = 200 \text{ пФ}$$

$$= 2 \cdot 10^{-10} \text{ Ф}$$

$$L = 40 \text{ мкГн}$$

$$= 40 \cdot 10^{-6} \text{ Гн}$$

$$U_{\max} = 150 \text{ В}$$

$$U = 50 \text{ В}$$

$$I - ?$$

Розв'язання

$$W_{\text{ел. max}} = W_{\text{м. max}}$$

$$\frac{CU_{\max}^2}{2} = \frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2} = \frac{LI_{\max}^2}{2}$$

$$I = \sqrt{\frac{C(U_{\max}^2 - U^2)}{L}}$$

$$[I] = \sqrt{\frac{\text{Ф} \cdot \text{В}^2}{\text{Гн}}} = \sqrt{\frac{\frac{\text{Кл}}{\text{В}} \cdot \text{В}^2}{\frac{\text{В}}{\text{А/с}}}} = \sqrt{\text{А} \cdot \text{с} \cdot \frac{\text{А}}{\text{с}}} = \text{А}$$

$$I = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-10} \cdot (150^2 - 50^2)}{40 \cdot 10^{-6}}} \approx 0,32 \text{ (А)}$$

Відповідь: $I \approx 0,32 \text{ А}$.

7. Сила струму в коливальному контурі змінюється відповідно до рівняння $i = 0,2 \cos \cos 2 \cdot 10^3 t$, де всі величини дані в СІ. Індуктивність котушки дорівнює 125 мГн. Визначте амплітудне значення напруги на конденсаторі.

Дано:

$$i = 0,2 \cos \cos 2 \cdot 10^3 t$$

$$L = 125 \text{ мГн}$$

$$= 125 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$$

$$U_{\max} - ?$$

Розв'язання

$$i = 0,2 \cos \cos 2 \cdot 10^3 t$$

$$i(t) = I_{\max} \cos \cos (\omega t + \varphi_0)$$

$$I_{\max} = 0,2 \text{ А} \quad \omega = 2 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega^2 L}$$

$$W_{\text{ел. max}} = W_{\text{м. max}} \quad W_{\text{м. max}} = \frac{LI_{\max}^2}{2}$$

$$\frac{CU_{\max}^2}{2} = \frac{LI_{\max}^2}{2}$$

$$U_{max} = I_{max} \sqrt{\frac{L}{C}} = I_{max} \sqrt{\frac{L}{\frac{1}{\omega^2 L}}} = I_{max} \omega L$$

$$[U_{max}] = A \cdot c^{-1} \cdot \Gamma_H = A \cdot c^{-1} \cdot \frac{B}{A/c} = B$$

$$U_{max} = 0,2 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 125 \cdot 10^{-3} = 50 \text{ (В)}$$

Відповідь: $U_{max} = 50 \text{ В.}$

8. Період вільних електромагнітних коливань у контурі, що складається з котушки індуктивністю 40 мГн і плоского конденсатора, площа кожної пластини якого 25 см², дорівнює 5 мкс. Визначте товщину шару слюди, що заповнює простір між обкладками конденсатора.

Дано:

$$L = 40 \text{ мГн}$$

$$= 4 \cdot 10^{-2} \text{ Гн}$$

$$S = 25 \text{ см}^2$$

$$= 25 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$

$$T = 5 \text{ мкс}$$

$$= 5 \cdot 10^{-6} \text{ с}$$

$$\varepsilon = 7$$

$$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$$

$$d - ?$$

Розв'язання

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \quad C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$$

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{L\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} \Rightarrow d = \frac{4\pi^2 L\varepsilon\varepsilon_0 S}{T^2}$$

$$[d] = \frac{\Gamma_H \cdot \frac{\text{Ф}}{\text{м}} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2} = \frac{\text{В}}{\text{А/с}} \cdot \frac{\text{Кл}}{\text{В}} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \frac{\text{А} \cdot \text{с} \cdot \text{м}}{\text{А} \cdot \text{с}} = \text{м}$$

$$d = \frac{4 \cdot 3,14^2 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot 7 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 25 \cdot 10^{-4}}{(5 \cdot 10^{-6})^2}$$

$$\approx 10,6 \cdot 10^{-3} \text{ (м)}$$

Відповідь: $d \approx 10,6 \text{ мм.}$

9. На скільки змінилася ємність конденсатора, якщо при збільшенні індуктивності котушки в 3,2 разу період коливань збільшився в два рази? Початкова ємність конденсатора дорівнювала 200 нФ.

Дано:

$$L_2 = 3,2 L_1$$

$$T_2 = 2 T_1$$

Розв'язання

$$\Delta C = C_2 - C_1$$

$$T_1 = 2\pi\sqrt{L_1 C_1} \quad T_2 = 2\pi\sqrt{L_2 C_2}$$

$$C_1 = 200 \text{ нФ}$$

$$= 200 \cdot 10^{-9} \text{ Ф}$$

$$\Delta C - ?$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi\sqrt{L_1 C_1}}{2\pi\sqrt{L_2 C_2}} = \frac{\sqrt{L_1 C_1}}{\sqrt{3,2 L_1 C_2}} = \sqrt{\frac{C_1}{3,2 C_2}} \quad \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{C_1}{3,2 C_2} = \frac{1}{4} \quad \Rightarrow \quad C_2 = \frac{4 C_1}{3,2}$$

$$\Delta C = \frac{4 C_1}{3,2} - C_1 = C_1 \left(\frac{4}{3,2} - 1 \right) = 0,25 C_1$$

$$\Delta C = 0,25 \cdot 200 \cdot 10^{-9} \text{ Ф} = 50 \cdot 10^{-9} \text{ Ф}$$

Відповідь: $\Delta C = 50 \text{ нФ}$; ємність збільшилася на 50 нФ.

IV. ПІДБИТТЯ ПІДСУМКІВ УРОКУ

V. ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

Повторити § 18, Вправа № 18 (3, 4)

Додаткові задачі

1. Коливальний контур складається з котушки індуктивністю 2 мГн і повітряного конденсатора, що складається із двох круглих пластин діаметром 20 см, розташованих на відстані 8 мм одна від одної. Визначте період вільних електромагнітних коливань у цьому контурі.

Дано:

$$L = 2 \text{ мГн}$$

$$= 2 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$$

$$D = 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м}$$

$$d = 8 \text{ мм}$$

$$= 8 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$\varepsilon = 1$$

$$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$$

$$T = ?$$

Розв'язання

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \quad C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} \quad S = \pi r^2 = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L\varepsilon\varepsilon_0\pi D^2}{4d}} = \pi D\sqrt{\frac{L\varepsilon\varepsilon_0\pi}{d}}$$

$$[T] = \text{м} \cdot \sqrt{\text{Гн} \cdot \frac{\frac{\text{Ф}}{\text{м}}}{\text{м}}} = \sqrt{\frac{\text{В}}{\text{А/с}} \cdot \frac{\text{Кл}}{\text{В}}} = \sqrt{\frac{\text{А} \cdot \text{с}}{\text{А/с}}} = \text{с}$$

$$T = 3,14 \cdot 0,2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 3,14}{8 \cdot 10^{-3}}} \approx 1,7 \cdot 10^{-6} (\text{с})$$

Відповідь: $T \approx 1,7 \text{ мкс.}$

2. До конденсатора, що входить у коливальний контур, послідовно підключають такий самий конденсатор. Як при цьому зміниться період електромагнітних коливань у контурі?

Дано:

$$C_1 = C_2 = C$$

$$\frac{T_1}{T_2} = ?$$

Розв'язання

Послідовне з'єднання конденсаторів:

$$\frac{1}{C_{\text{пос}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{2}{C} \Rightarrow C_{\text{пос}} = \frac{C}{2}$$

$$T_1 = 2\pi\sqrt{LC_1} \quad T_2 = 2\pi\sqrt{LC_{\text{пос}}}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi\sqrt{LC_1}}{2\pi\sqrt{LC_{\text{пос}}}} = \frac{\sqrt{LC}}{\sqrt{L \cdot \frac{C}{2}}} = \sqrt{2}$$

$$T_2 = \frac{T_1}{\sqrt{2}}$$

Відповідь: $T_2 = \frac{T_1}{\sqrt{2}}$; період зменшився в $\sqrt{2}$ раз.

3. У коливальний контур послідовно з конденсатором вмикають ще один конденсатор, ємність якого в чотири рази менша, ніж у першого. У результаті

частота коливань у контурі стала 8 МГц. На скільки змінилася частота електромагнітних коливань?

Дано:

$$C_1 = 4C_2$$

$$\nu_2 = 8 \text{ МГц}$$

$$= 8 \cdot 10^6 \text{ Гц}$$

$$\Delta \nu - ?$$

Розв'язання

Послідовне з'єднання конденсаторів:

$$\frac{1}{C_{\text{пос}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{4C_2} + \frac{1}{C_2} = \frac{5}{4C_2} \Rightarrow C_{\text{пос}} = \frac{4C_2}{5}$$

$$\nu_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}} \quad \nu_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_{\text{пос}}}}$$

$$\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{2\pi\sqrt{LC_{\text{пос}}}}{2\pi\sqrt{LC_1}} = \frac{\sqrt{\frac{4C_2}{5}}}{\sqrt{4C_2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \nu_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\nu_2$$

$$\Delta \nu = \nu_2 - \nu_1 = \nu_2 - \frac{1}{\sqrt{5}}\nu_2 = \nu_2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$$

$$\Delta \nu = 8 \cdot 10^6 \cdot \left(1 - \frac{1}{\sqrt{5}}\right) \approx 4,4 \cdot 10^6 \text{ (Гц)}$$

Відповідь: $\Delta \nu \approx 4,4 \text{ МГц}$.

4. Період коливань напруги на обкладках конденсатора в коливальному контурі, що змінюється за законом косинуса, дорівнює 4 мкс. Якою буде напруга через 33 мкс від початку коливань?

Дано:

$$T = 4 \text{ мкс}$$

$$= 4 \cdot 10^{-6} \text{ с}$$

$$t_1 = 33 \text{ мкс}$$

$$= 33 \cdot 10^{-6} \text{ с}$$

$$u(t_1) - ?$$

Розв'язання

$$u(t) = U_{\text{max}} \cos \cos(\omega t + \varphi_0) \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$u(t_1) = U_{\text{max}} \cos \cos \frac{2\pi}{4 \cdot 10^{-6}} \cdot 33 \cdot 10^{-6} = 0$$

Відповідь: $u(t) = 0 \text{ В}$.

5. Напруга на пластинах конденсатора коливального контуру змінюється з часом відповідно до рівняння $u = 70 \cos \cos 10^4 \pi t$ (В). Ємність конденсатора 0,02 мкФ. Визначте амплітудне значення заряду конденсатора, період і частоту електромагнітних коливань у цьому контурі. Як змінюється заряд конденсатора в процесі вільних електромагнітних коливань?

Дано:

$$u = 70 \cos \cos 10^4 \pi t$$

Розв'язання

$$u = 70 \cos \cos 10^4 \pi t$$

$$C = 0,02 \text{ мкФ}$$

$$= 2 \cdot 10^{-8} \text{ Ф}$$

$$q_{\max} - ?$$

$$T - ?$$

$$\nu - ?$$

$$q = q(t) - ?$$

$$u(t) = U_{\max} \cos \cos (\omega t + \varphi_0)$$

$$U_{\max} = 70 \text{ В} \quad \omega = 10^4 \pi \text{ с}^{-1}$$

$$q_{\max} = CU_{\max} \quad [q_{\max}] = \Phi \cdot \text{В} = \frac{\text{Кл}}{\text{В}} \cdot \text{В} = \text{Кл}$$

$$q_{\max} = 2 \cdot 10^{-8} \cdot 70 = 1,4 \cdot 10^{-6} \text{ (Кл)}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \quad [T] = \frac{1}{\text{с}^{-1}} = \text{с}$$

$$T = \frac{2\pi}{10^4 \pi} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ (с)}$$

$$\nu = \frac{1}{T} \quad [\nu] = \frac{1}{\text{с}} = \text{Гц}$$

$$\nu = \frac{1}{2 \cdot 10^{-4}} = 5 \cdot 10^3 \text{ (Гц)}$$

$$q(t) = q_{\max} \cos \cos (\omega t + \varphi_0)$$

$$q = 1,4 \cdot 10^{-6} \cos \cos 10^4 \pi t \text{ (Кл)}$$

Відповідь:

$$q_{\max} = 1,4 \text{ мкКл}; T = 0,2 \text{ мс}; \nu = 5 \text{ кГц};$$

$$q = 1,4 \cdot 10^{-6} \cos \cos 10^4 \pi t \text{ (Кл)}.$$

6. Напруга на обкладках конденсатора ємністю 30 нФ у коливальному контурі змінюється відповідно до рівняння $u = 50 \cos \cos 10^5 \pi t$ (В). Визначте максимальний заряд на обкладках конденсатора й частоту електромагнітних коливань у контурі, а також заряд конденсатора через третину періоду після початку коливань.

Дано:

$$C = 30 \text{ нФ}$$

$$= 30 \cdot 10^{-9} \text{ Ф}$$

$$u = 50 \cos \cos 10^5 \pi t \text{ (В)}$$

Розв'язання

$$u = 50 \cos \cos 10^5 \pi t$$

$$u(t) = U_{\max} \cos \cos (\omega t + \varphi_0)$$

$$U_{\max} = 50 \text{ В} \quad \omega = 10^5 \pi \text{ с}^{-1}$$

$$t_1 = \frac{T}{3}$$

$$q_{max} - ?$$

$$\nu - ?$$

$$q(t_1) - ?$$

$$q_{max} = CU_{max} \quad [q_{max}] = \Phi \cdot B = \frac{K_L}{B} \cdot B = K_L$$

$$q_{max} = 30 \cdot 10^{-9} \cdot 50 = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ (Кл)}$$

$$\omega = 2\pi\nu \quad \Rightarrow \quad \nu = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$[\nu] = c^{-1} = \text{Гц} \quad \nu = \frac{10^5 \pi}{2\pi} = 50 \cdot 10^3 \text{ (Гц)}$$

$$q(t) = q_{max} \cos \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$q = 1,5 \cdot 10^{-6} \cos \cos 10^5 \pi t \text{ (Кл)}$$

$$t = \frac{T}{3} = \frac{1}{3\nu}$$

$$q(t_1) = 1,5 \cdot 10^{-6} \cos \cos 10^5 \pi \cdot \frac{1}{3 \cdot 50 \cdot 10^3} = -0,75 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$$

Відповідь: $q_{max} = 1,5 \text{ мкКл}; \nu = 50 \text{ кГц};$

$$q(t_1) = -0,75 \text{ мкКл.}$$

7. У коливальному контурі відбуваються вільні гармонічні коливання. Знаючи, що максимальний заряд конденсатора 1 мкКл, а максимальна сила струму в котушці 10 А, визначте власну частоту коливань у контурі.

Дано:

$$q_{max} = 1 \text{ мкКл}$$

$$= 1 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$$

$$I_{max} = 10 \text{ А}$$

$$\nu - ?$$

Розв'язання

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$W_{\text{ел. max}} = W_{\text{м. max}}$$

$$W_{\text{ел. max}} = \frac{q_{max}^2}{2C} \quad W_{\text{м. max}} = \frac{LI_{max}^2}{2}$$

$$\frac{q_{max}^2}{2C} = \frac{LI_{max}^2}{2} \quad \Rightarrow \quad LC = \frac{q_{max}^2}{I_{max}^2}$$

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{q_{max}^2}{I_{max}^2}}} = \frac{I_{max}}{2\pi q_{max}}$$

$$[\nu] = \frac{A}{Кл} = \frac{A}{A \cdot c} = \frac{1}{c} = Гц$$

$$\nu = \frac{10}{2,3,14 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} \approx 1,59 \cdot 10^6 (Гц)$$

Відповідь: $\nu \approx 1,59 \text{ МГц}$.

8. Коливальний контур складається з конденсатора ємністю 400 пФ і котушки з індуктивністю 10 мГн. Визначте амплітудну напругу на обкладках конденсатора, якщо амплітуда сили струму в контурі 0,1 А.

Дано:

$$C = 400 \text{ пФ}$$

$$= 4 \cdot 10^{-10} \text{ Ф}$$

$$L = 10 \text{ мГн}$$

$$= 1 \cdot 10^{-2} \text{ Гн}$$

$$I_{max} = 0,1 \text{ А}$$

$$U_{max} - ?$$

Розв'язання

$$W_{\text{ел. max}} = W_{\text{м. max}} \quad W_{\text{м. max}} = \frac{LI_{max}^2}{2}$$

$$\frac{CU_{max}^2}{2} = \frac{LI_{max}^2}{2} \Rightarrow U_{max} = I_{max} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$[U_{max}] = A \cdot \sqrt{\frac{\text{Гн}}{\text{Ф}}} = A \cdot \sqrt{\frac{\frac{\text{В}}{\frac{\text{А}}{\text{с}}}}{\frac{\text{Кл}}{\text{В}}}} = A \cdot \sqrt{\frac{\text{В}^2 \cdot \text{с}}{\text{А} \cdot \text{Кл}}} = A \cdot \sqrt{\frac{\text{В}^2 \cdot \text{с}}{\text{А} \cdot \text{А} \cdot \text{с}}} :$$

$$U_{max} = 0,1 \cdot \sqrt{\frac{1 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^{-10}}} = 500 \text{ (В)}$$

Відповідь: $U_{max} = 500 \text{ В}$.

9. Коливальний контур складається з конденсатора ємністю 20 мкФ і котушки з індуктивністю 5 мГн. Визначте максимальну силу струму в контурі, якщо максимальна напруга на обкладках конденсатора 12 В.

Дано:

$$C = 20 \text{ мкФ}$$

$$= 2 \cdot 10^{-5} \text{ Ф}$$

$$L = 5 \text{ мГн}$$

$$= 5 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$$

$$U_{max} = 12 \text{ В}$$

Розв'язання

$$W_{\text{ел. max}} = W_{\text{м. max}} \quad W_{\text{м. max}} = \frac{LI_{max}^2}{2}$$

$$\frac{CU_{max}^2}{2} = \frac{LI_{max}^2}{2} \Rightarrow I_{max} = U_{max} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$[I_{max}] = \text{В} \cdot \sqrt{\frac{\text{Ф}}{\text{Гн}}} = \text{В} \cdot \sqrt{\frac{\frac{\text{Кл}}{\text{В}}}{\frac{\text{В}}{\frac{\text{А}}{\text{с}}}}} = \sqrt{\text{А} \cdot \text{с} \cdot \frac{\text{А}}{\text{с}}} = \text{А}$$

$I_{max} - ?$	$I_{max} = 12 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-5}}{5 \cdot 10^{-3}}} \approx 0,76 \text{ (A)}$ Відповідь: $I_{max} \approx 0,76 \text{ A.}$
---------------	--

10. У коливальному контурі, в якому індуктивність котушки дорівнює 200 мГн, а ємність конденсатора 25 нФ, амплітудне значення сили струму становить 0,4 А. Визначте напругу на обкладках конденсатора, коли сила струму в контурі зменшилася до 0,2 А.

Дано:	Розв'язання
$L = 200 \text{ мГн}$	$W_{\text{ел. max}} = W_{\text{м. max}}$
$= 2 \cdot 10^{-4} \text{ Гн}$	$\frac{CU_{max}^2}{2} = \frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2} = \frac{LI_{max}^2}{2}$
$C = 25 \text{ нФ}$	$[U] = \sqrt{\frac{L(I_{max}^2 - I^2)}{C}}$
$= 2,5 \cdot 10^{-8} \text{ Ф}$	
$I_{max} = 0,4 \text{ А}$	
$I = 0,2 \text{ А}$	$[U] = \sqrt{\frac{\text{Гн} \cdot \text{А}^2}{\text{Ф}}} = \sqrt{\frac{\frac{\text{В}}{\text{А} \cdot \text{с}} \cdot \text{А}^2}{\frac{\text{Кл}}{\text{В}}}} = \sqrt{\frac{\text{В}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{А}}{\text{Кл}}} = \sqrt{\frac{\text{В}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{А}}{\text{А} \cdot \text{с}}} = \text{В}$
$U - ?$	$U = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-4} \cdot (0,4^2 - 0,2^2)}{2,5 \cdot 10^{-8}}} \approx 31 \text{ (В)}$
	Відповідь: $U \approx 31 \text{ В.}$

11. Коливальний контур складається з конденсатора ємністю 2,5 мкФ і котушки індуктивністю 0,3 мГн. Конденсатору надали заряд 44 мкКл. Визначте силу струму в котушці й напругу на обкладках конденсатора в той момент, коли енергія електричного поля конденсатора дорівнює енергії магнітного поля котушки.

Дано:	Розв'язання
$C = 2,5 \text{ мкФ}$	$W_{\text{ел}} = W_{\text{м}}$
$= 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$	$W_{\text{ел}} = \frac{W_{\text{ел. max}}}{2} = \frac{q_{max}^2}{4C} \quad W_{\text{м}} = \frac{LI^2}{2}$
$L = 0,3 \text{ мГн}$	
$= 3 \cdot 10^{-4} \text{ Гн}$	$\frac{q_{max}^2}{4C} = \frac{LI^2}{2} \Rightarrow I = \frac{q_{max}}{\sqrt{2LC}}$
$q_{max} = 44 \text{ мкКл}$	
$= 44 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$	$[I] = \frac{\text{Кл}}{\sqrt{\text{Гн} \cdot \text{Ф}}} = \frac{\text{А} \cdot \text{с}}{\sqrt{\frac{\text{В}}{\text{А} \cdot \text{с}} \cdot \frac{\text{Кл}}{\text{В}}}} = \frac{\text{А} \cdot \text{с}}{\sqrt{\frac{\text{А} \cdot \text{с}^2}{\text{А}}}} = \text{А}$

$$W_{\text{ел}} = W_{\text{м}}$$

$$I - ?$$

$$U - ?$$

$$I = \frac{44 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{2 \cdot 3 \cdot 10^{-4} \cdot 2,5 \cdot 10^{-6}}} \approx 1,14 \text{ (A)}$$

$$W_{\text{ел}} = W_{\text{м}}$$

$$W_{\text{ел}} = \frac{CU^2}{2} \quad W_{\text{м}} = \frac{LI^2}{2}$$

$$\frac{CU^2}{2} = \frac{LI^2}{2} \Rightarrow U = I \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$[U] = A \cdot \sqrt{\frac{\Gamma_{\text{Н}}}{\Phi}} = A \cdot \sqrt{\frac{\frac{\text{В}}{\frac{\text{А}}{\text{с}}}}{\frac{\text{Кл}}{\text{В}}}} = A \cdot \sqrt{\frac{\text{В}^2 \cdot \text{с}}{\text{А} \cdot \text{Кл}}} = A \cdot \sqrt{\frac{\text{В}^2 \cdot \text{с}}{\text{А} \cdot \text{А} \cdot \text{с}}} = \text{В}$$

$$U = 1,14 \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot 10^{-4}}{2,5 \cdot 10^{-6}}} \approx 12,4 \text{ (В)}$$

Відповідь: $I \approx 1,14 \text{ А}; U \approx 12,4 \text{ В}.$

12. Амплітуда коливань сили струму в коливальному контурі 104 мА, амплітуда напруги 280 В. Визначте силу струму й напругу в той момент, коли енергія магнітного поля котушки дорівнює енергії електричного поля конденсатора.

Дано:

$$I_{\text{max}} = 104 \text{ мА}$$

$$= 104 \cdot 10^{-3} \text{ А}$$

$$U_{\text{max}} = 280 \text{ В}$$

$$W_{\text{ел}} = W_{\text{м}}$$

$$I - ?$$

$$U - ?$$

Розв'язання

$$W_{\text{м}} = \frac{LI^2}{2} \quad W_{\text{м}} = \frac{W_{\text{м. max}}}{2} = \frac{LI_{\text{max}}^2}{4}$$

$$\frac{LI^2}{2} = \frac{LI_{\text{max}}^2}{4} \Rightarrow I = \frac{I_{\text{max}}}{\sqrt{2}}$$

$$I = \frac{104 \cdot 10^{-3} \text{ А}}{\sqrt{2}} \approx 73,5 \cdot 10^{-3} \text{ А}$$

$$W_{\text{ел}} = \frac{CU^2}{2} \quad W_{\text{ел}} = \frac{W_{\text{ел. max}}}{2} = \frac{CU_{\text{max}}^2}{4}$$

$$\frac{CU^2}{2} = \frac{CU_{\text{max}}^2}{4} \Rightarrow U = \frac{U_{\text{max}}}{\sqrt{2}}$$

$$U = \frac{280 \text{ В}}{\sqrt{2}} \approx 198 \text{ В}$$

Відповідь: $I \approx 73,5 \text{ мА}; U \approx 198 \text{ В}.$

13. Сила струму в коливальному контурі змінюється відповідно до рівняння $i = 0,2 \cos \cos 12,5t$, де всі величини дані в СІ. Ємність конденсатора дорівнює 16 мкФ. Визначте амплітудне значення напруги на конденсаторі.

Дано:

$$i = 0,2 \cos \cos 12,5t$$

$$C = 16 \text{ мкФ}$$

$$= 16 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$U_{\max} - ?$$

Розв'язання

$$i = 0,2 \cos \cos 12,5t$$

$$i(t) = I_{\max} \cos \cos (\omega t + \varphi_0)$$

$$I_{\max} = 0,2 \text{ А} \quad \omega = 12,5 \text{ с}^{-1}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow L = \frac{1}{\omega^2 C}$$

$$W_{\text{ел. max}} = W_{\text{м. max}} \quad W_{\text{м. max}} = \frac{LI_{\max}^2}{2}$$

$$\frac{CU_{\max}^2}{2} = \frac{LI_{\max}^2}{2}$$

$$U_{\max} = I_{\max} \sqrt{\frac{L}{C}} = I_{\max} \sqrt{\frac{\frac{1}{\omega^2 C}}{C}} = \frac{I_{\max}}{\omega C}$$

$$[U_{\max}] = \frac{\text{А}}{\text{с}^{-1} \cdot \text{Ф}} = \frac{\text{А} \cdot \text{с}}{\frac{\text{Кл}}{\text{В}}} = \frac{\text{А} \cdot \text{с} \cdot \text{В}}{\text{А} \cdot \text{с}} = \text{В}$$

$$U_{\max} = \frac{0,2}{12,5 \cdot 16 \cdot 10^{-6}} = 1000 \text{ (В)}$$

Відповідь: $U_{\max} = 1 \text{ кВ.}$

14. Визначте діелектричну проникність діелектрика товщиною 0,6 мм, що заповнює простір між обкладками плоского конденсатора із площею кожної пластини 40 см², увімкненого в коливальний контур з котушкою індуктивністю 15 мкГн. Період коливань у контурі 0,3 мкс.

Дано:

$$d = 0,6 \text{ мм}$$

$$= 6 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

Розв'язання

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \quad C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$$

$$\begin{aligned}
 S &= 40 \text{ см}^2 \\
 &= 40 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \\
 L &= 15 \text{ мкГн} \\
 &= 15 \cdot 10^{-6} \text{ Гн} \\
 T &= 0,3 \text{ мкс} \\
 &= 3 \cdot 10^{-7} \text{ с} \\
 \varepsilon_0 &= 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}} \\
 \varepsilon &= ?
 \end{aligned}$$

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{L\varepsilon_0 S}{d} \Rightarrow \varepsilon = \frac{T^2 d}{4\pi^2 L\varepsilon_0 S}$$

$$[\varepsilon] = \frac{\frac{\text{с}^2 \cdot \text{м}}{\text{Гн} \cdot \frac{\text{Ф}}{\text{м}} \cdot \text{м}^2}} = \frac{\frac{\text{с}^2}{\frac{\text{В}}{\text{А/с}} \cdot \frac{\text{Кл}}{\text{В}}}} = \frac{\frac{\text{с}^2}{\frac{\text{А} \cdot \text{с}^2}{\text{А}}}} = 1$$

$$\varepsilon = \frac{(3 \cdot 10^{-7})^2 \cdot 6 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 3,14^2 \cdot 15 \cdot 10^{-6} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 40 \cdot 10^{-4}} \approx 2,58$$

Відповідь: $\varepsilon \approx 2,58$.

15. У результаті збільшення ємності конденсатора в коливальному контурі в три рази й деякої зміни індуктивності котушки період електромагнітних коливань у цьому контурі зменшився в 1,2 разу. На скільки змінилася індуктивність котушки, якщо спочатку вона дорівнювала 0,5 мГн?

Дано:

$$\begin{aligned}
 C_2 &= 3C_1 \\
 T_1 &= 1,2T_1 \\
 L_1 &= 0,5 \text{ мГн} \\
 &= 5 \cdot 10^{-4} \text{ Гн}
 \end{aligned}$$

$$\Delta L = ?$$

Розв'язання

$$\Delta L = L_2 - L_1$$

$$T_1 = 2\pi\sqrt{L_1 C_1} \quad T_2 = 2\pi\sqrt{L_2 C_2}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi\sqrt{L_1 C_1}}{2\pi\sqrt{L_2 C_2}} = \frac{\sqrt{L_1 C_1}}{\sqrt{L_2 3C_1}} = \sqrt{\frac{L_1}{3L_2}} \quad \frac{T_1}{T_2} = 1,2$$

$$\frac{L_1}{3L_2} = 1,44 \Rightarrow L_2 = \frac{L_1}{4,32}$$

$$\Delta L = \frac{L_1}{4,32} - L_1 = L_1 \left(\frac{1}{4,32} - 1 \right)$$

$$\Delta L = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Гн} \cdot \left(\frac{1}{4,32} - 1 \right) \approx -3,84 \cdot 10^{-4} \text{ Гн}$$

Відповідь: $\Delta L \approx -384 \text{ мкГн}$; індуктивність котушки зменшиться на 384 мкГн.

16. Як змінилася відстань між пластинами плоского повітряного конденсатора, послідовно з'єднаного з котушкою індуктивності, якщо частота електромагнітних коливань у цьому коливальному контурі змінилася від 2 МГц до 3,6 МГц?

Дано:

$$\nu_1 = 2 \text{ МГц}$$

$$= 2 \cdot 10^6 \text{ Гц}$$

$$\nu_2 = 3,6 \text{ МГц}$$

$$= 3,6 \cdot 10^6 \text{ Гц}$$

$$\frac{d_1}{d_2} = ?$$

Розв'язання

$$\nu_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}} \quad \nu_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_2}}$$

$$\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{2\pi\sqrt{LC_2}}{2\pi\sqrt{LC_1}} = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}$$

$$C_1 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d_1} \quad C_2 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d_2}$$

$$\frac{\nu_1}{\nu_2} = \sqrt{\frac{\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d_2}}{\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d_1}}} = \sqrt{\frac{d_1}{d_2}} \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \frac{\nu_1^2}{\nu_2^2}$$

$$\left[\frac{d_1}{d_2} \right] = \frac{\text{Гц}^2}{\text{Гц}^2} = 1 \quad \frac{d_1}{d_2} = \frac{(2 \cdot 10^6)^2}{(3,6 \cdot 10^6)^2} \approx 0,31$$

$$\frac{d_2}{d_1} \approx 3,24$$

Відповідь: $\frac{d_2}{d_1} \approx 3,24$; збільшилась в 3,24 рази.

17. На скільки змінилася частота електромагнітних коливань у коливальному контурі, що складається з котушки індуктивності й плоского повітряного конденсатора, після того як простір між обкладками конденсатора заповнили олією? Спочатку частота коливань дорівнювала 4 МГц.

Дано:

$$\nu_1 = 4 \text{ МГц}$$

$$= 4 \cdot 10^6 \text{ Гц}$$

$$\varepsilon_1 = 1$$

$$\varepsilon_2 = 2,5$$

$$\Delta\nu = ?$$

Розв'язання

$$\Delta\nu = \nu_2 - \nu_1$$

$$\nu_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}} \quad \nu_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_2}}$$

$$\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{2\pi\sqrt{LC_2}}{2\pi\sqrt{LC_1}} = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}$$

$$C_1 = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_0 S}{d} \quad C_2 = \frac{\varepsilon_2 \varepsilon_0 S}{d}$$

$$\frac{\nu_1}{\nu_2} = \sqrt{\frac{\frac{\varepsilon_2 \varepsilon_0 S}{d}}{\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_0 S}{d}}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} = \sqrt{\frac{2,5}{1}} \approx 1,58 \Rightarrow \nu_2 = \frac{\nu_1}{1,58}$$

$$\Delta v = \frac{v_1}{1,58} - v_1 = v_1 \left(\frac{1}{1,58} - 1 \right)$$

$$\Delta v = 4 \cdot 10^6 \text{ Гц} \cdot \left(\frac{1}{1,58} - 1 \right) \approx -1,5 \cdot 10^6 \text{ Гц}$$

Відповідь: $\Delta v \approx -1,5 \text{ МГц}$; зменшилася на 1,5 МГц.

18. Заряджений конденсатор ємністю 0,2 мкФ послідовно з'єднали з котушкою індуктивністю 8 мГн. Через який проміжок часу від початку вільних електромагнітних коливань у контурі енергія електричного поля конденсатора дорівнюватиме енергії магнітного поля котушки?

Дано:

$$C = 0,2 \text{ мкФ}$$

$$= 2 \cdot 10^{-7} \text{ Ф}$$

$$L = 8 \text{ мГн}$$

$$= 8 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$$

$$T = ?$$

$$v = ?$$

Розв'язання

$$t = \frac{T}{8} = \frac{2\pi\sqrt{LC}}{8} = \frac{\pi\sqrt{LC}}{4}$$

$$[t] = \sqrt{\text{Гн} \cdot \text{Ф}} = \sqrt{\frac{\text{В}}{\text{А/с}} \cdot \frac{\text{Кл}}{\text{В}}} = \sqrt{\frac{\text{А} \cdot \text{с}}{\text{А/с}}} = \text{с}$$

$$t = \frac{3,14 \cdot \sqrt{8 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-7}}}{4} = 31,4 \cdot 10^{-6} \text{ (с)}$$

Відповідь: $t \approx 31,4 \text{ мкс}$.

19. Коливальний контур складається із плоского конденсатора й котушки індуктивності. Власна частота коливального контуру 30 кГц. Якою буде його власна частота, якщо відстань між пластинами плоского конденсатора збільшити в 1,44 рази?

Дано:

$$v_1 = 30 \text{ кГц}$$

$$= 30 \cdot 10^3 \text{ Гц}$$

$$d_2 = 1,44 d_1$$

$$v_2 = ?$$

Розв'язання

$$v_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}} \quad v_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_2}}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{2\pi\sqrt{LC_2}}{2\pi\sqrt{LC_1}} = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}$$

$$C_1 = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d_1} \quad C_2 = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d_2}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{\frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d_2}}{\frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d_1}}} = \sqrt{\frac{d_1}{d_2}} = \sqrt{\frac{d_1}{1,44 d_1}} = \frac{1}{1,2} \quad v_2 = 1,2 v_1$$

$$v_2 = 1,2 \cdot 30 \cdot 10^3 \text{ Гц} = 36 \cdot 10^3 \text{ Гц}$$

Відповідь: $\nu_2 = 36 \text{ кГц}$.