

التمرين الأول:(7نقاط)

لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي: $u_0 = 1$ من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{2u_n}$

1. أ) حسب الحدود u_1, u_2, u_3 تعطى النتائج على الشكل 2^p حيث p عدد ناطق

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n \leq 2$

ج) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم برر تقاربها واحسب نهايتها

2. لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ $v_n = \ln u_n - \ln 2$

1) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول

2) اكتب كل من u_n ثم u_n بدلالة n

3. أ) احسب S_n بدلالة n حيث $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

ب) استنتج p_n بدلالة n حيث $p_n = \frac{0}{2} \times \frac{u_1}{2} \times \dots \times \frac{u_n}{2}$

التمرين الثاني:(13نقطة)

i. لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال R بـ: $g(x) = xe^{-x}$ (حيث e هو أساس اللوغريتم النيبيري)

1) احسب النهايات $g(x)$ ، $g(x)$

2) ادرس اتجاه تغيرات الدالة g ، شكل جدول تغيرات الدالة g

3) بين أن المعادلة $g(x) = \frac{-1}{2}$ تقبل حلا وحيدا α في R ، ثم تحقق من أن

$$-0.36 < \alpha < -0.35$$

4) استنتج إشارة $2xe^{-x} + 1$ حسب قيم العدد الحقيقي x

5) نقبل أن المعادلة $g(x) = -1$ تقبل حلا وحيدا β في R مع $-0.56 < \beta < -0.57$.

حدد إشارة $xe^{-x} + 1$

ii. نعتبر الدالة f المعرفة على المجموعة R كما يلي: $f(x) = xe^{-x} + (xe^{-x})^2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(0; \vec{i}; \vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

1) احسب النهايات: $f(x)$ ، $f(x)$

2) بين انه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = (1-x)(1+2xe^{-x})e^{-x}$ مستنتجا اتجاه تغيرات

الدالة f

(3) تحقق من أنَّ : $f(\alpha) = \frac{-1}{4}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(4) ادرس وضعية المنحني (C) بالنسبة لمحور الفواصل

(5) اكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C) عند مبدأ المعلم، ثم ادرس وضعية المنحني (C) بالنسبة للمماس (T)

وماذا تستنتج ؟ (لاحظ أنه من أجل كل x من R : $1 + xe^{-x} \leq x + 1 \leq e^x$)

(6) أنشئ كل من (T) ، (C_f) على المجال $[-1; +\infty[$