Fiche technique

Professeur : Mouad Zillou

	Durée : 12 heures	**Niveau :**
Les capacités attendues	• Résoudre des équations et des inéquations se ramenant à la résolution d'équations et d'inéquations du premier ou du second degré à une inconnue ; • Résoudre un système de deux équations du premier degré à deux inconnues en utilisant différentes méthodes (combinaison linéaire, substitution, déterminant) ; • Mathématiser, en utilisant des expressions, des équations, des inéquations, des inégalités ou de systèmes, une situation faisant intervenir des quantités variables ; • Représenter graphiquement les solutions d'inéquations ou de systèmes d'inéquations du premi degré à deux inconnues, et utiliser cette représentation dans le régionnement du plan et dans l résolution de problèmes	

Contenus du programme	• Equations et inéquations du premier degré à une inconnue
	• Equations et inéquations du deuxième degré à une inconnue
	  o Forme canonique d'un trinôme
	  o Equations du deuxième degré à une inconnue
	• Signe d'un trinôme
	• Inéquations du premier degré à une inconnue
	• Systèmes :
	  o Equations du premier degré à deux inconnues
	  o Système de deux équations du premier degré à deux inconnues
	• Régionnement du plan	

Recommandations pédagogiques	●Les techniques de résolution des équations et inéquations du premier degré à une inconnue on été étudiées au collège, il faudra renforcer cette pratique par l'étude de quelques exemples simples faisant intervenir la valeur absolue et les équations paramétriques simples, dans le but de développer la capacité des élèves à utiliser le raisonnement par disjonction des cas. ●Il faudra habituer les élèves à résoudre des équations du second degré sans recours au discriminant ●Les équations et inéquations paramétriques du second degré sont hors programme ; ●Des problèmes, issus de la vie quotidienne ou des autres matières, devront être proposés dans but d'habituer les élèves à mathématiser des situations et de les résoudre ; ●Les élèves ayant déjà utilisé la méthode de substitution et la méthode des combinaisons linéaires, pour résoudre un système de deux équations à deux inconnues, il faudra renforcer celles- ci, par la méthode du déterminant à l'aide des exercices ; ●Il faudra lier la résolution d'un système de deux équations à l'étude de la position relative de deux droite ●On exploitera la représentation graphique des solutions d'une inéquation du premier degré à deux inconnues dans la résolution de quelques problèmes simples de programmation linéaire.
Fichiers utilisés lors de préparation	● Les orientations pédagogiques.+ Livre d'élève + Des sites électroniques. ● Distribution périodique du programme de mathématiques
Rôle de l'enseignant	Ecrire l'activité au tableau + Marquer les difficultés + Répartir les tâches + Donner une durée suffisante pour la recherche individuelle + Diagonaliser les prérequis des apprenants + Noter les observations
Rôle de l'apprenant	● Ecrire les activités + Répondre aux questions de l'activité avec la justification de ses solutions formuler les résultats de l'activité sous forme d'un théorème/propriété et répondre a exercices

Etapes	**Contenu du cours**	**Durée**

Outils didactiques : Tableau, livre ,craie……

Résumer du cours	***Dans ce cours, on désigne par S l'ensemble des solutions*** **I. Equation du premier degré à une inconnue** ***1. Equations de forme $ax+b=0$ (rappel)*** ***Définition*** Soient a et b deux nombres réels. Toute égalité de la forme $ax+b=0;(a \neq 0)$ s'appelle une équation du premier degré à une inconnue. ● ***Résolution de l'équation*** $ax+b=0$ ● Si $a=0$ et $b=0$ alors $S=\mathbb{R}$ ● Si $a \neq 0$ et $b=0$ alors $S=\{0\}$ ● Si $a=0$ et $b \neq 0$ alors $S=\{\varnothing\}$ ● Si $a \neq 0$ et $b \neq 0$ alors $S=\left\{\frac{-b}{a}\right\}$	**60 minutes**
Evaluation	Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : $2(x+2)=4\left(\frac{1}{2}x+1\right)$; $-3x+4=6\left(-\frac{1}{2}x+1\right)$; $4(1-x)+2=0$; $5(1-x)-5=0$	
Résumer du cours	***2. Equations de forme $(ax+b)(cx+d)=0$ $(a \neq 0; c \neq 0)$ (rappel)*** ***Propriété*** Soient a,b,c et d des nombres réels ($a \neq 0$ et $c \neq 0$) $(ax+b)(cx+d)=0$ Signifie que $ax+b=0$ Ou $cx+d=0$ par conséquent $S=\left\{\frac{-b}{a},\frac{-d}{c}\right\}$.	**60 minutes**
Evaluation	Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : $(3x-1)(2-x)=0$; $(-3x-5)(x^2-9)=0$; $4(x-1)^2=25$	
Résumer du cours	***3. Equations de forme $\frac{ax+b}{cx+d}=0$; $(a \neq 0; c \neq 0)$*** ***Propriété :*** Soient a,b,c et d des nombres réels ($a \neq 0$ et $c \neq 0$)	**60 minutes**

	Pour résoudre l'équation $\frac{ax+b}{cx+d}=0$; on détermine la condition d'existence de $\frac{ax+b}{cx+d}=0$. L'écriture $\frac{ax+b}{cx+d}=0$ existe et bien définie si et seulement si $cx+d\neq 0$. Autrement dit on détermine l'ensemble de définition de l'équation qu'on note D_E	
Evaluation	Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : $\frac{x+3}{8-x}=0$; $\frac{x^2-9}{5x}=0$; $\frac{(x+1)(x-2)}{x^2-4}=0$	
Résumer du cours	**4. *Equations de forme* $\lvert ax+b\rvert=c$** Régle : Soient a,b et c des nombres réels ($a\neq 0$). On considère l'équation suivante $(E):\lvert ax+b\rvert=c$. Si $c<0$ alors l'équation (E) n'admet pas de solution par conséquent $S=\varnothing$ Si $c\geq 0$ alors l'équation (E) admet deux solutions sont $\frac{c-b}{a}$ ou $\frac{-c-b}{a}$. ***Exemples*** : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : $\lvert 2x-1\rvert=3$ et $\lvert x-5\rvert=-1$ $(E_1):\lvert x-5\rvert=-1$ On a $-1<0$ donc l''équation (E_1) n'admet pas de solution par conséquent $S=\varnothing$ $(E_2):\lvert 2x-1\rvert=3$ On a $3\geq 0$ donc l''équation (E_2) signifie que $2x-1=3$ ou $2x-1=-3$ Par conséquent $x=2$ ou $x=-1$ par conséquent $S=\{-1;2\}$	**60 minutes**
Evaluation	Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : $\otimes\lvert 4x-5\rvert=0$; $\otimes\lvert 3x-1\rvert=14$; $\otimes\lvert 2x+1\rvert+6=0$	

<table>
<tr>
<td>Résumer du cours</td>
<td>
II. Inéquations du premier degré à une inconnue
1. Définition
Soient a et b des nombres réels tels que $a \neq 0$.
Toute inégalité de forme $ax+b\leq 0$ ou $ax+b<0$ ou $ax+b>0$ ou $ax+b\leq 0$ s'appelle inéquation du premier degré à une inconnue.
</td>
<td rowspan="2">30 minutes</td>
</tr>
<tr>
<td>Evaluation</td>
<td>
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :
$\otimes 3x-1\geq 0$; $\otimes 5x-2(x+3)>3x+1$; $\otimes -5x-\frac{\sqrt{3}}{2}\geq 0$
</td>
</tr>
<tr>
<td>Activité</td>
<td>
2. Signe du binôme $ax+b$
Activité
1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :
$\otimes 2x-1\leq 0$; $\otimes 2x-1\geq 0$
2) Compléter le tableau suivant :
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$2x-1$</td><td></td><td>0</td><td></td></tr>
</table>
Ce tableau s'appelle le tableau du signe de $2x-1$
3) Donner le tableau du signe de $-2x+1$
</td>
<td>10 minutes</td>
</tr>
<tr>
<td>Résumer du cours</td>
<td>
Propriété :
Le tableau du signe du binôme $ax+b$ est :
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$-\frac{b}{a}$</td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$ax+b$</td><td>signe contraire de a</td><td>0</td><td>signe de a</td></tr>
</table>
</td>
<td>80 minutes</td>
</tr>
</table>

Résumer du cours

Signe de $(ax+b)(cx+d)$ et $\dfrac{(ax+b)}{(cx+d)}(cx+d\neq 0)$ ***Règle*** :

Pour étudier le signe $(ax+b)(cx+d)$ et $\dfrac{(ax+b)}{(cx+d)}(cx+d\neq 0)$; on étudie le signe de chaque binôme puis on applique les règles du produit.

Exemple

* Donner le tableau du signe de $(2x-1)(2x+1)$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$2x-1$		-		-	0	+	
$2x+1$		-	0	+		+	
$(2x-1)(2x+1)$		+	0	-	0	+	

* Donner le tableau du signe de $\dfrac{2x-1}{2x+1}$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$2x-1$		-		-	0	+	
$2x+1$		-	0	+		+	
Quotient		+	‖	-	0	+	

Evaluation

1) Poser le tableau du signe de $\dfrac{3x-1}{2x+3}$ et $\left(\dfrac{1}{2}x+3\right)(-x+2)$

2) Résoudre les inéquations $\left(\dfrac{1}{2}x+3\right)(-x+2)\leq 0$ et $\dfrac{3x-1}{2x+3}>0$

<table>
<tr>
<td>Résumer du cours</td>
<td>

III. Equations et inéquations du deuxième degré à une inconnue.

1. Définitions :

Soient a,b et c des nombres réels avec $a \neq 0$

Toute égalité de forme $ax^2+bx+c=0$ s'appelle éqt du 2ème degré à une inconnue.

Le nombre réel $\Delta = b^2-4ac$ s'appelle le discriminant de l'équation ou bien du trinôme ax^2+bx+c.

Toute inégalité de forme $ax^2+bx+c\leq 0$ ou $ax^2+bx+c<0$ ou $ax^2+bx+c>0$ ou $ax^2+bx+c\geq 0$ s'appelle inéquation du deuxième degré à un inconnue.

Exemples :

- ✔ $2x^2-3x+1=0$ est une équation du deuxième degré à une inconnue.
- ✔ $x^2-2x+5\geq 0$ est une inéquation du deuxième degré à une inconnue.

2. Résolution de l'équation du deuxième degré à une inconnue.

Propriété :

Soient a,b et c des nombres réels avec $a \neq 0$

Pour résoudre l'équation $(E): ax^2+bx+c=0$ on calcule $\Delta=b^2-4ac$ le discriminant de l'équation puis on étudie son signe.

Si $\Delta<0$ alors l'équation (E) n'admet pas de solutions et on écrit $S=\varnothing$

Si $\Delta=0$ alors l'équation (E) admet une solution unique qui est $x=\frac{-b}{2a}$ et on écrit $S=\left\{\frac{-b}{2a}\right\}$

Si $\Delta>0$ alors l'équation (E) admet deux solutions distincts x_1 et x_2 tels que $x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et on écrit $S=\left\{\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a};\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right\}$

</td>
<td>45 minutes</td>
</tr>
<tr>
<td>Résumer du cours</td>
<td>

Exemple

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante $x^2-3x+2=0$

On a $\Delta=(-3)^2-4\times1\times2=9-8=1>0$

Donc l'équation admet deux solutions distincts x_1 et x_2 tels que :

$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{3-\sqrt{1}}{2}=\frac{3-1}{2}=1$ et $x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{3+\sqrt{1}}{2}=\frac{3+1}{2}=2$

D'où $S=\{1;2\}$

</td>
<td></td>
</tr>
</table>

Evaluation	Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes $2x^2+2x-12=0$; $5x^2-4x+2=0$; $3x^2-4x=0$; $2x^2-2x-4=0$; $x^2-2\sqrt{3}x+1=0$	**45 minutes**
Résumer du cours	**3. Somme et produit des solutions de l'équation** $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$ ***Propriété*** : Si x_1 et x_2 sont les solutions de l'équation $ax^2+bx+c=0$ alors on a $\otimes x_1+x_2=\frac{-b}{a}$ et $\otimes x_1\times x_2=\frac{c}{a}$	**30 minutes**
Evaluation	1) Sachant que 1 est une solution de l'équation $2x^2-3x+1=0$. Déterminer la deuxième solution de cette équation. 2) Résoudre le système suivant : $(S):\begin{cases}x+y=13\\ xy=12\end{cases}$	
Résumer du cours	***4. Factorisation du trinôme*** ax^2+bx+c $(a\neq 0)$ ***Propriété :*** Soient a,b et c des nombres réels avec $a\neq 0$ Soit $p(x)=ax^2+bx+c$ et Δ son discriminant. ○ Si $\Delta<0$ alors $p(x)$ n'admet pas de factorisation ○ Si $\Delta=0$ alors la factorisation de $p(x)$ est $p(x)=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$ et on écrit $S=\left\{\frac{-b}{2a}\right\}$ ○ Si $\Delta>0$ alors la factorisation de $p(x)$ est $p(x)=a(x-x_1)(x-x_2)$ Où $x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$.	**40 minutes**
Evaluation	Factoriser les trinômes suivants : $3x^2-4x+4$; $4x^2+3x-1$; $x^2-x+\frac{1}{4}$	

Résumer du cours

5. Inéquations du deuxième degré à une inconnue

⇨ **Signe du trinôme** ax^2+bx+c

Propriété :

Soient a,b et c des nombres réels avec $a\neq 0$

Soit $p(x)=ax^2+bx+c$ et Δ son discriminant.

Si $\Delta<0$ alors tableau du signe de $p(x)$ est :

x	$-\infty$	$+\infty$
$p(x)$	signe de a	

- Si $\Delta=0$ alors le tableau du signe de $p(x)$ est :

x	$-\infty$		$-\frac{b}{2a}$		$+\infty$
$p(x)$		signe de a	0	signe de a	

Si $\Delta>0$ alors le tableau du signe de $p(x)$ est : $(x_1<x_2)$

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$p(x)$		signe de a	0	signe contraire de a	0	signe de a	

N.B: Pour l'inéquation du deuxième degré, en utilisant le tableau du signe.

80 minutes

Evaluation

1) Donner le tableau du signe des trinômes suivants :

$p(x)=2x^2+5x+3$; $Q(x)=16x^2+8x+1$; $R(x)=-3x^2+x-5$; $s(x)=x^2-5x+4$

2) Déduire les solutions des inéquations $p(x)<0$; $Q(x)>0$; $R(x)\leq 0$ et $S(x)\geq 0$

Résumer du cours	**IV. Système de deux équations du premier degré à deux inconnues.** **1. Equation du premier degré à deux inconnues** ***Définition*** Soient a,b et c des nombres réels avec $(a,b)\neq(0;0)$ Toute égalité de la forme $ax+by+c=0$ s'appelle une ***équation du premier degré à deux inconnues.*** Le couple $(x_0;y_0)$ est une solution de l'équation si et seulement si $ax_0+by_0+c=0$.	60 minutes
Evaluation	On considère l'équation suivante : $(E):3x+2y-1=0$ Parmi les couples suivants, déterminer ceux qui sont les solutions de l'équation (E) : $(0;1)$; $(1;-1)$; $(-1;2)$; $\left(\frac{1}{2};3\right)$	
Activité	**1. Système de deux équations du premier à deux inconnues** ***Activité*** Résoudre le système suivant $\begin{cases}3x+7y=1\\-5x+y=7\end{cases}$	
Résumer du cours	***Définition*** Etant donné un système (S) comme suit $(S):\begin{cases}ax+by=c\\a'x+b'y=c'\end{cases}$ où a,a',b,b',c et c' sont des nombres réels. Le nombre $D=\begin{vmatrix}a & b\\a' & b'\end{vmatrix}=ab'-a'b$ s'appelle le déterminant du système (S)	
Résumer du cours	Propriété Etant donné un système (S) et D son déterminant. Si $D\neq0$ alors le système (S) admet une solution unique qui le couple (x,y) tel que : $x=\frac{D_x}{D}=\frac{\begin{vmatrix}c & b\\c' & b'\end{vmatrix}}{D}=\frac{cb'-c'b}{D}$ et $y=\frac{D_x}{D}=\frac{\begin{vmatrix}a & c\\a' & c'\end{vmatrix}}{D}=\frac{ac'-a'c}{D}$ Si $D=0$ et $D_x=0$ ***et*** $D_y=0$ alors le système (S) admet une infinité de solution. Si $D=0$ et $D_x\neq0$ ***ou*** $D_y\neq0$ alors le système (S) n'admet pas de solution.	60 minutes

Evaluation	1) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes suivants : $\begin{cases} 2x+y=4 \\ x-y=-1 \end{cases}$; $\begin{cases} 7x-2y=8 \\ 3x+4y=18 \end{cases}$; $\begin{cases} 2x-3y=8 \\ 3x+4y=-5 \end{cases}$ 2) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système suivant : $\begin{cases} 2x+3y=1 \\ -x+y=-3 \end{cases}$ 3) Déduire les solutions des systèmes suivants : $\begin{cases} \dfrac{2}{x+1}+\dfrac{3}{y}=1 \\ -\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{y}=-3 \end{cases}$ et $\begin{cases} 2\lvert 1-x\rvert+\dfrac{3}{y}=1 \\ -\lvert 1-x\rvert+\dfrac{1}{y}=-3 \end{cases}$	