

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ по составлению и оцениванию тестовых работ по учебному предмету «Математика»

В процессе обучения учебному предмету «Математика» в учреждениях общего среднего образования используются разные формы, методы и средства контроля и оценки результатов учебной деятельности учащихся.

Одним из средств контроля является тестовая работа.

Тестовая работа – система подобранных проверочных заданий тестовой формы, позволяющая оценить учебные достижения в одной или нескольких областях знаний.

Тестовая форма задания – форма проверочного задания, состоящая из инструкции к заданию, текста задания и (или) невербальных материалов.

Этапы разработки тестовой работы:

1. Определение целей и вида тестовой работы;
2. Отбор элементов содержания образования (знаний и умений) для проверки тестовой работой;
3. Составление плана тестовой работы;
4. Разработка (подбор) тестовых заданий.

Этап I. Определение целей и вида тестовой работы

Вид тестовой работы определяется целями ее проведения, характером учебного материала, усвоение которого необходимо проверить, и возрастными особенностями учащихся.

В зависимости от цели тестовой работы и с учетом реальных возможностей образовательного процесса определяется число заданий тестовой работы.

При поурочном контроле рекомендуется составлять тестовую работу из 5 заданий, при тематическом контроле – из 10 заданий.

Рекомендуемое соотношение заданий открытого и закрытого типа в тестовой работе – 3:2.

Этап II. Отбор элементов содержания образования для проверки

Содержание тестовой работы должно соответствовать требованиям учебной программы по учебному предмету.

При отборе элементов содержания образования для проверки рекомендуется учитывать результаты усвоения содержания образования по учебному предмету, предусмотренные в учебных программах по математике.

Задания контрольной тестовой работы должны охватывать содержание всей проверяемой темы (раздела). Содержание тестовой работы, состоящей из 10 заданий, может включать задания алгебраического и геометрического компонентов, которые структурируются в логике, соответствующей учебной программе.

Количество заданий в тестовой работе не обязательно должно соответствовать количеству проверяемых элементов изученного учебного материала, т.к. многие из них связаны между собой и проверяются одним заданием (примеры 1-4).

Пример 1. Расположите числа $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[5]{4}$, $\sqrt[15]{25}$ в порядке возрастания:

1) $\sqrt[15]{25}$, $\sqrt[5]{4}$, $\sqrt[3]{2}$; 2) $\sqrt[5]{4}$, $\sqrt[15]{25}$, $\sqrt[3]{2}$; 3) $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[5]{4}$, $\sqrt[15]{25}$;

4) $\sqrt[15]{25}$, $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[5]{4}$; 5) $\sqrt[5]{4}$, $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[15]{25}$.

<p><i>Разделы учебной программы:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Корень n-ой степени и его свойства. • Свойства и график функции $y = \sqrt[n]{x} \quad (n > 1, n \in \mathbb{N}).$	<p><i>Проверяемые знания и умения:</i></p> <p><i>знать:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • определение корня n-ой степени; • свойства корня $\sqrt[n]{x} = \sqrt[nk]{x^k} \quad (n, k > 1, n, k \in \mathbb{N});$ <p><i>уметь:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • применять свойство корня $\sqrt[n]{x} = \sqrt[nk]{x^k}$ для преобразования выражений; • применять свойство монотонности функции $y = \sqrt[n]{x}$ для сравнения чисел.
---	---

Пример 2. Найдите наименьшее целое решение неравенства

$$2^{\frac{x-4}{3}} - 2^{\frac{7-x}{3}} - 1 > 0.$$

<p><i>Разделы учебной программы:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Показательная функция и ее свойства. • Методы решения показательных неравенств (введение новой переменной) 	<p><i>Проверяемые знания и умения:</i></p> <p><i>знать:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • методы решения показательных неравенств; • понятие целого числа; <p><i>уметь:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • применять метод интервалов; • применять свойства показательной функции для решения показательных неравенств; • выполнять действия с целыми числами
--	---

Пример 3. Прямоугольный параллелепипед с ребрами 8, 12 и 20 требуется сложить из равных кубов. Найдите наибольший возможный объем одного такого куба, если известно, что длина его ребра – целое число.

1) 8; 2) 64; 3) 1; 4) 128; 5) 16.

<i>Разделы учебной программы:</i>	<i>Проверяемые знания и умения:</i>
-----------------------------------	-------------------------------------

<ul style="list-style-type: none"> ● Признаки делимости. ● Разложение числа на простые множители. ● Наибольший общий делитель. ● Прямоугольный параллелепипед. ● Куб, ребро куба. ● Объем куба. Свойства объема. 	<p style="text-align: center;"><i>знать:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ● признаки делимости; ● определение наибольшего общего делителя; ● определение прямоугольного параллелепипеда; ● определение куба; ● свойства объема; <p style="text-align: center;"><i>уметь:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ● раскладывать числа на простые множители; ● находить наибольший общий делитель нескольких натуральных чисел; ● находить объем куба.
--	--

Пример 4. Основанием четырехугольной пирамиды является прямоугольник с диагональю $10\sqrt{3}$ и углом 60° между диагоналями. Каждое боковое ребро образует с плоскостью основания угол 45° . Найдите объем пирамиды.

<p><i>Разделы учебной программы:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ● Угол между прямой и плоскостью. ● Расстояние от точки до плоскости. ● Пирамида. Свойства пирамиды. ● Объем пирамиды. 	<p><i>Проверяемые знания и умения:</i></p> <p style="text-align: center;"><i>знать:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ● определение угла между прямой и плоскостью; ● определение расстояния от точки до плоскости; ● свойства пирамиды; <p style="text-align: center;"><i>уметь:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ● применять алгоритм построения угла между прямой и плоскостью; ● применять свойства пирамиды при решении задач; ● находить объем пирамиды.
--	---

Этап III. Составление плана тестовой работы

Разработку тестовой работы рекомендуется начать с составления плана тестовой работы. Разработка плана тестовой работы позволит избежать несбалансированности и диспропорции проверяемых тестовой работой знаний и умений.

План теста можно представить в форме таблицы, в которой каждое тестовое задание соотносится с проверяемыми элементами содержания учебного предмета и уровнем учебной деятельности; указывается форма и

вид тестового задания. Здесь же можно указать количество баллов за каждое задание.

Примеры плана тестовой работы приведены в приложении 1.

Этап IV. Разработка тестовых заданий

При составлении тестовых заданий следует учитывать следующее:

1. Тестовые задания по математике должны включать разные формы представления информации:

вербальную (задачи, основная информация в которых представлена посредством описания);

аналитическую (задачи, основная информация в которых представлена посредством математических символов);

графическую (задачи, основная информация в которых представлена посредством графиков, изображений фигур, диаграмм).

2. Тестовая работа должна включать разные типы и виды тестовых заданий:

2.1. Тестовые задания закрытого типа

- тестовые задания с выбором одного правильного ответа из предложенных вариантов;

Пример 5. Найдите сумму целых решений неравенства

$$2^{3x+4} - 10 \cdot 4^x + 2^x \leq 0.$$

1) - 6 ; 2) 2; 3) 6; 4) - 2 ; 5) - 3.

- тестовые задания с выбором нескольких правильных ответов из предложенных вариантов.

Пример 6. Укажите номера верных равенств.

1) $1,6 \cdot \frac{3}{8} = 0,6$;

2) $1 : \frac{4}{7} = \frac{4}{7}$;

3) $0,3 : \left(1 - \frac{3}{4}\right) = 0,25$;

4) $\frac{3}{5} + 0,8 = 1,4$;

5) $0,375 - 0,037 = 0,005$.

1) 1, 3; 2) 1,4; 3) 2,4; 4) 3,5; 5) 4,3.

2.2. Тестовые задания открытого типа

- задания, в которых отсутствуют готовые варианты ответа, учащийся должен записать его самостоятельно. В инструкции к таким заданиям указывается, что ответ является целым числом.

Пример 7. В основании пирамиды лежит равносторонний треугольник. Одна из боковых граней представляет такой же треугольник, при этом она перпендикулярна плоскости основания. Найдите радиус описанного около пирамиды шара, если высота пирамиды равна $30\sqrt{5}$.

- тестовые задания на установление соответствия.

Одним из видов тестового задания открытого является задание на **установление правильного соответствия**. Этот вид тестовых заданий

проверяет знание связей между элементами двух множеств. Задание предлагается в виде таблицы из двух столбцов: слева обычно приводятся элементы задающего множества, содержащие постановку проблемы: конструкции, системы, обобщающие понятия, определения (обычно обозначаются цифрами). Справа – элементы, подлежащие выбору: части, элементы, объекты, явления (обычно обозначаются буквами). *Этот вид тестового задания может быть, как открытого типа так и закрытого: учащийся либо сам устанавливает соответствие, либо выбирает один из предложенных ответов.*

Пример 8. Установить соответствие между уравнением и множеством его решений.

1) $\cos \cos x = -1$	А) $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
2) $\sin \sin x = 0$	Б) $\pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
3) $\cos \cos x = 1$	В) $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
4) $\cos \cos x = 0$	Г) $\pi n, n \in \mathbb{Z}$
5) $\sin \sin x = 1$	Д) $2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
	Е) $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Ответ записывается в виде сочетания букв и/или цифр. Например: 1Б2Г3Д4В5Е.

3. При формулировании тестовых заданий необходимо стремиться к предельно четкой и однозначной формулировке. Содержание задания лучше формулировать в форме логического утверждения, в которой отсутствуют двусмысленные и неясные формулировки.

4. При составлении тестовых заданий с выбором ответа не должны предлагаться ответы очевидно неверные.

Неправильные, но правдоподобные ответы называются дистракторами. Число дистракторов должно быть таким, чтобы задание не стало громоздким и трудно читаемым. Но вместе с тем число дистракторов должно не допустить вероятности угадывания правильного ответа. Поэтому чаще всего в заданиях указывают 4 или 5 дистракторов. Как правило, в дистракторы закладывают характерные ошибки в расчетах или рассуждениях, чаще всего допускаемые учащимися.

5. Тестовое задание должно быть сформулировано так, чтобы не допустить двух исключаящих друг друга ответов. Между ответами должны быть четкие различия, правильный ответ должен быть однозначным. Под номером 9 приведен пример некорректной формулировки задания.

Пример 9. *Четырехугольник, у которого все углы прямые, называется...*

1) квадрат; 2) трапеция; 3) прямоугольник; 4) ромб.

Некорректность формулировки данного тестового задания в том, что ответом в нем может быть, как квадрат, так и прямоугольник.

6. Содержание задания не должно включать слова, которые являются элементами инструкции, например: «укажите», «отметьте», «определите», «найдите» и т.д.

7. В содержании задания и ответах к нему желательно исключить слова, содержащие субъективную оценку: «большой», «главный», «часто», «редко», «всегда», «никогда», «правильный ответ отсутствует» и т.п.

8. Тестовая работа для другого варианта (для других вариантов) должна иметь схожее содержание и быть равнозначной по трудности.

Рекомендуется при составлении тестовых работ для нескольких вариантов заменить одно (или несколько) слов (символов, чисел) в базовом задании (пример 9).

Пример 9.

Вариант 1.

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – куб. Если длина пространственной ломаной $ABB_1 C_1 C$ равна $12\sqrt{2}$, то длина ребра куба равна: 1) 3; 2) $3\sqrt{2}$; 3) $2\sqrt{2}$; 4) $4\sqrt{2}$; 5) 4.

Вариант.2.

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – куб. Если длина пространственной ломаной $DCBB_1 A_1$ равна $8\sqrt{5}$, то длина ребра куба равна: 1) 4; 2) $4\sqrt{5}$; 3) 8; 4) $2\sqrt{5}$; 5) $3\sqrt{5}$.

9. Последовательность заданий в тестовой работе определяется по принципу: от более простого к сложному.

При составлении тестовых работ рекомендуется использовать открытый банк тестовых заданий по учебному предмету «Математика», размещенный на сайте РИКЗ ([Математика](http://rikc.by) » [Республиканский Институт Контроля Знаний \(rikc.by\)](http://rikc.by)), учебные пособия по учебному предмету, а также тестовые задания из учебных изданий, список которых приведен ниже.

Оценка результатов выполнения тестовой работы.

1. Оценка тестовых заданий

Вид тестового задания	Количество баллов
Задание закрытого типа с выбором одного ответа из множества представленных	Верно выполнено – 1 балл Неверно выполнено – 0 баллов
Задание открытого типа с записью однозначного ответа	Верно выполнено – 3(4) балла* Неверно выполнено – 0 баллов
Задание закрытого типа с множественным выбором ответов	Верно выполнено – 2 балла Частично верно выполнено – 1 балл

	Неверно выполнено – 0 баллов
Задание на установление соответствия	Верно выполнено – 2 балла
	Частично верно выполнено** – 1 балл
	Неверно выполнено*** – 0 баллов

Примечания.

*Количество баллов за задание определяется двумя показателями: сложностью математического материала, включенного в условие задачи; количеством последовательных действий, приводящих к решению.

**Частично верно выполненным признается задание, в котором более половины соответствий установлено правильно;

*** Неверно выполненным признается задание, в котором более половины соответствий установлено неправильно.

2. Выставление отметки за тестовую работу

Полученные баллы за тестовую работу суммируются.

По формуле высчитывается объем выполнения задания: $K = \frac{B \cdot 100}{M}$,

где:

К – объем выполнения заданий;

Б – количество баллов, полученных учащимся за тестовую работу;

М – максимально возможное количество баллов.

Отметка за тестовую работу зависит от объема выполнения заданий:

Объем выполнения заданий, %	отметка
1 – 3%	1
4 – 8%	2
9 – 14%	3
15 – 22%	4
23 – 33%	5
34 – 46%	6
47 – 60%	7
61 – 77%	8
78 – 94%	9
95 – 100%	10

Литература

1. Аванесов, В.С. Композиция тестовых заданий: учебная книга для преподавателей вузов, учителей школ, аспирантов и студентов педвузов / В.С. Аванесов – М.: Адепт, 1998.

2. Анастаси, А., Психологическое тестирование /А. Анастаси, С. Урбина. – СПб.: Питер, 2007.

3. Андерсен, Пру, Морган Джордж. Разработка тестов и анкет для национальной оценки учебных достижений. / Пру Андерсен, Морган Джордж; пер.с англ. В.Н. Симкина; науч. ред. В.И. Звонников – М.: Логос, 2011.

4. Давыдова, О.В. Создание измерителей для оценки компетенций обучающихся. О.В. Давыдова // Вестник университета. – 2012. – №12.

Подготовка к централизованному экзамену по учебному предмету «Математика»

Пособия для учителей:

1. А.М. Лукашенко. Математика. Тесты для тематического контроля. 5 класс. В 2 частях. (2018);

2. А.М. Лукашенко. Математика. Тесты для тематического контроля. 6 класс. В 2 частях. (2019);

3. Г.С. Лаврентьева. Геометрия. Тесты для тематического контроля. 7 класс. (2020);

4. О.Е. Цыбулько. Геометрия. Тесты для тематического контроля. 8 класс. (2020);

5. О.Е. Цыбулько. Геометрия. Тесты для тематического контроля. 9 класс. (2020).

Пособия для учащихся:

1. И.Г. Арефьева, И.Ю. Семина, Т.В. Ячейко. Повторяем математику. Тестовые задания для 10 класса (2018);

2. И.Г. Арефьева. Повторяем математику за курс средней школы. Тестовые задания для 11 класса (2021).

Приложение 1

Таблица 1. План тестовой работы по теме «Производная»

№ задания	Уровни усвоения учебного материала	Проверяемые элементы содержания учебного предмета (знания, умения, компетенции)	Форма тестовых заданий	Баллы за задание
-----------	------------------------------------	---	------------------------	------------------

1	1	Знать определение производной	Тестовое задание, предполагающее выбор одного правильного ответа	0, 1
2	2	Знать правила нахождения производной	Тестовое задание, предполагающее выбор нескольких правильных ответов	0, 1
3	3	Устанавливать связь между знаками производной функции и ее возрастанием убыванием	Тестовое задание на установление соответствия	0, 1, 2
4	4	Геометрический смысл производной	Тестовое задание, в которых отсутствуют готовые варианты ответа	0,3
5	5	Решать задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции	Тестовое задание, в которых отсутствуют готовые варианты ответа	0,4