



OBJECTIFS

- ° CONSERVATION DE L ENERGIE MECANIQUE
- ° DETERMINATION DU MOMENT D'INERTIE D'UNE ROUE DE MAXWELL.
- ° DETERMINATION AVEC LA ROUE DE MAXWELL EN FONCTION DU TEMPS :
 1. L'ENERGIE POTENTIELLE.
 2. L'ENERGIE CINETIQUE.

PRINCIPE

- ° LA ROUE DE MAXWELL EST SUSPENDUE PAR DEUX CORDES POUVANT SE DEROULER SUR SON AXE, UNE FOIS ENVELOPPES AVEC REGULARITE LES FILS A L'AXE, SI ON ABANDONNE LA ROUE, CELLE-CI APRES ETRE DESCENDUE AVEC UN MOUVEMENT UNIFORMEMENT ACCELERE, REMONTE ENSUITE A DES HAUTEURS TOUJOURS DECROISSANTES ET AVEC UN MOUVEMENT UNIFORMEMENT RETARDE.
- ° L'ENERGIE POTENTIELLE, L'ENERGIE DE CINETIQUE DE TRANSLATION ET CELLE DE ROTATION SE TRANSFORMENT MUTUELLEMENT L'UNE DANS L'AUTRE ET SONT DETERMINEES EN FONCTION DU TEMPS.

I-Etude théorique et exploitation :

L'énergie totale E de la roue de Maxwell de masse m et de moment d'inertie I_z autour de l'axe de rotation se compose de l'énergie potentielle E_P , de l'énergie cinétique de translation E_T et de l'énergie cinétique de rotation E_R .

$$E = m \cdot g \cdot s + \frac{1}{2} V^2 + \frac{1}{2} I_z \omega^2$$

ω est la vitesse angulaire
 v la vitesse de translation
 g l'accélération terrestre
 s la hauteur (négative).

$$ds = d\phi \wedge r$$

$$v = r \omega$$

r étant le rayon de l'axe de rotation.
 Dans notre cas, $g \parallel s$ et ω perpendiculaire à r , de sorte que l'on a

$$L_z = I_z \cdot \omega$$

$$E = -m \cdot g \cdot s(t) + \frac{1}{2} (v(t))^2$$

II-MANIPULATION :

Tableau chemin parcouru s en fonction du temps au carré t^2 :

s(dm)	418	318	218	118
t ₁ (s)	5.780	4.882	4.152	3.565
t ₂ (s)	5.547	5.601	4.039	3.309
t ₃ (s)	5.901	5.768	4.340	3.762
t _{moy} (s)	5.742	5.417	4.177	3.545
t ₁ ² (s ²)	33.408	23.833	17.239	12.709
t ₂ ² (s ²)	30.769	31.371	16.313	10.949
t ₃ ² (s ²)	34.821	33.269	18.835	14.152
t _{moy} ² (s ²)	32.999	29.491	17.462	12.567
Δt(s)	0.195	0.535	0.163	0.236
Δt ² (s ²)	2.23	5.658	1.373	1.618

Avec $\Delta(t) = \sup |t_{moy} - t_i|$

$$\Delta(t^2) = \sup |t_{moy}^2 - t_i^2| = 2t\Delta(t)$$

Δs=5mm

Tableau de la vitesse v en fonction du temps t :

s(dm)	418	318	218	118
-------	-----	-----	-----	-----

$t_{\text{mov}}(\text{s})$	5.742	5.417	4.177	3.545
$\Delta t'_1(\text{ms})$	108.1	111.3	138.3	180.6
$\Delta t'_2(\text{ms})$	96.37	119.3	143.3	174.1
$\Delta t'_3(\text{ms})$	101.3	115.1	143.7	176.1
$\Delta t'_{\text{mov}}(\text{ms})$	101.9	115.2	141.7	176.9
$V(\text{dm/s})$	72.8	58.7	52.2	33.3
$\Delta v(\text{dm/s})$	129.2	124.9	177.1	166.1

$$V = ds/dt = s/t \quad \Delta V = V \left(\frac{\Delta s}{s} + \frac{\Delta t'}{t} \right) \quad \Delta s = 5\text{mm}$$

L'expression de $s(t)$ et $v(t)$.

On d'après la conservation de l'énergie mécanique $E = \text{cte}$

$$\frac{dE}{dt} = 0 \quad \square \quad \frac{d}{dt} \left(-mg s(t) + \frac{1}{2} \left(m + \frac{I_z}{r \times r} \right) (v(t))^2 \right) = 0$$

$$\square \quad -mg \frac{ds}{dt} + v \left(m + \frac{I_z}{r \times r} \right) \frac{dv}{dt} = 0 \quad \text{on a } v = \frac{ds}{dt}$$

$$\square \quad -mg + \left(m + \frac{I_z}{r \times r} \right) \frac{dv}{dt} = 0$$

$$\square \quad dv = (mg dt) / \left(m + \frac{I_z}{r \times r} \right)$$

$$\square \quad v = (mg t) / \left(m + \frac{I_z}{r \times r} \right)$$

$$v = (g \cdot t) / \left(1 + \frac{I_z}{mr \times r} \right)$$

$$\square \quad S(t) = \int (g \cdot t dt) / \left(1 + \frac{I_z}{mr \times r} \right)$$

$$S(t) = \left(\frac{g}{2} \cdot t^2 \right) / \left(1 + \frac{I_z}{mr \times r} \right)$$

Calcule du moment d'inertie I_z :

L'expression du moment d'inertie I_z :

On a

$$s(t) = \left(\frac{g}{2} \cdot t^2 \right) / \left(1 + \frac{I_z}{mr^2} \right)$$

$$\square I_z = \left[\left[\frac{g}{2} \cdot t^2 / s(t) \right] - 1 \right] \cdot mr^2$$

On a

$$r = 6.5 \text{ cm} \quad m = 470 \text{ g}$$

$$g = 9.81 \text{ m.s}^{-2} \text{ et pour } s = 418 \text{ dm on a } t = 5.742 \text{ s}$$

Donc

$$I_z = 7.89 \cdot 10^{-1} \text{ Kg.m}^2$$

Les graphes représentatifs en fonction du temps :

Conclusion :

On remarque que la somme énergie potentielle E_p , énergie cinétique de rotation E_R , énergie cinétique de translation E_T est toujours égale à une constante quelque soit la variation du Δt ou du Δs , ce qui confirme le principe de la conservation de l'énergie mécanique.