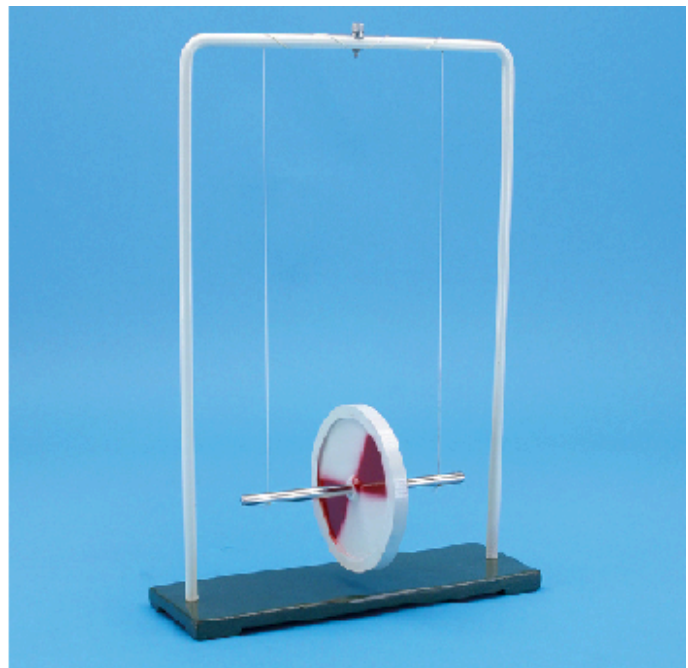


Compte Rendu du TP de mécanique du solide :



Réalisé par :

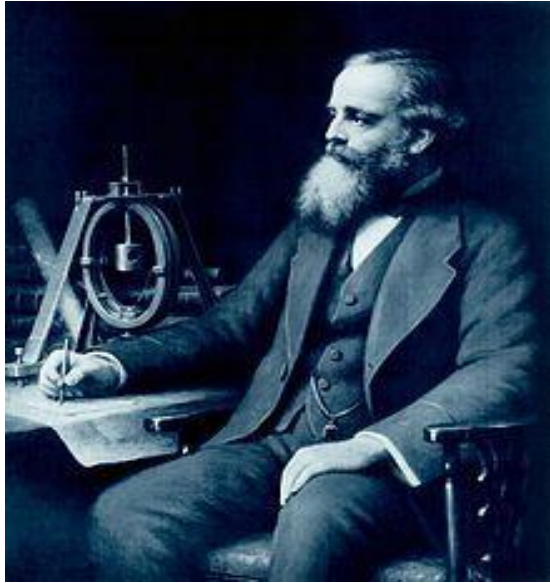
KASRI Younes

CHAHIR Omar

Encadré par :

Introduction

Avons d'entâmer ce TP, nous allons définir quelques termes techniques qu'on utilisera tout au long de l'expérience.



Roue de Maxwell : Cette roue au moment d'inertie élevé permet de démontrer la conversion de l'énergie cinétique en énergie potentielle, et inversement.

L'énergie cinétique : c'est l'énergie que possède un corps du fait de son mouvement, L'énergie cinétique correspond au temps que le corps met pour passer du repos à son mouvement final.

Pour un solide en translation, on l'exprime selon la relation :

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 .$$

Quand il s'agit d'un Mouvement de rotation : Elle est égale a $\frac{1}{2} I \omega^2$

Où I represente l'Inertie de l'objet en rotation autour d'un axe, et ω la vitesse angulaire.

Le moment d'inertie : est une grandeur physique qui caractérise la géométrie des masses d'un solide, c'est-à-dire la répartition de la matière en son sein. Il quantifie également la *résistance* à une mise

en rotation de ce solide (ou plus généralement à une accélération angulaire).

La Vitesse angulaire : ou vitesse de rotation est la dérivée première, par rapport au temps, de la coordonnée angulaire d'un système en rotation. Elle est couramment notée par Ω ou ω .

L'accélération angulaire : est la variation de la vitesse angulaire au cours du temps. L'accélération angulaire est une grandeur physique fondamentale pour caractériser le mouvement de rotation.

$$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\theta}}{dt^2}$$

Energie potentielle : L'énergie potentielle d'un système physique est l'énergie liée à une interaction, qui a le potentiel (d'où le nom) de se transformer en énergie cinétique. Dans notre cas, elle sera exprimée selon la relation $E_p = m g s$

Où g représente l'accélération terrestre, et s la hauteur (négative).

Principe :

Une roue suspendue par deux cordes pouvant se dérouler sur son axe, se meut dans un champ de pesanteur.

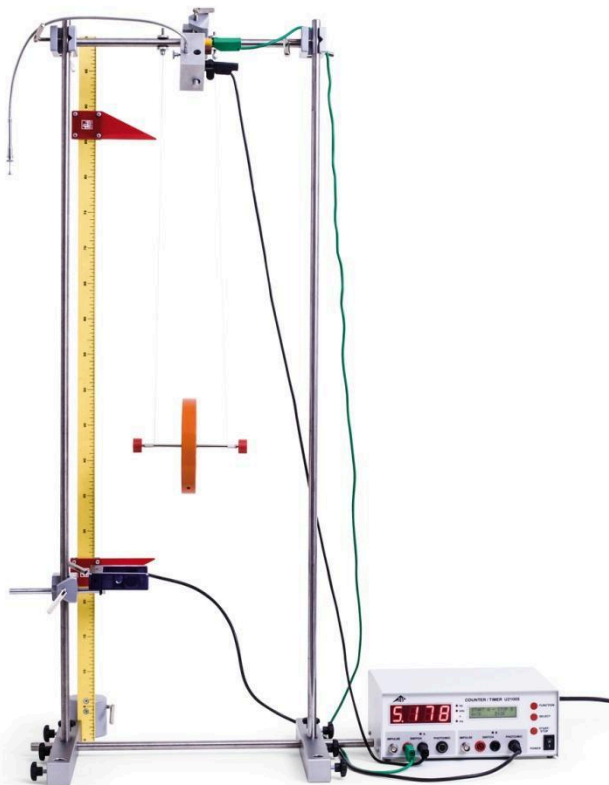
L'énergie potentielle, l'énergie cinétique de translation et celle de rotation se transforment mutuellement l'une dans l'autre et sont déterminées en fonction du temps.

But de la manipulation

Nous essaierons de déterminer :

- 1) Le **moment d'inertie** d'une Roue de Maxwell
- 2) Calculer à l'aide de la Roue de Maxwell l'**énergie potentielle** ainsi que l'**énergie cinétique**, et ce en fonction du temps.

Montage et mode opératoire :



A l'aide des vis on règle la longueur de nos cordes après on tourne vers l'intérieur de telle façon que la densité des enroulements soit la même des deux cotées la 1^{ère} et la 2^{ème} doivent être surveillé car un mauvais enroulement peut provoquer un échappement du « gyroscope »

L'interrupteur sert à déléguer la roue et démarrer le compteur l'interrupteur est réglé de telle façon à ce que la roue n'effectue pas de mouvement pendulaire ou de roulis. la barrière lumineuse sert, lors de la mesure chemin temps, d'arrêter le compteur.

Le compteur étant branché en porte électronique, on peut aussi avec ce montage déterminer la vitesse instantanée de la roue

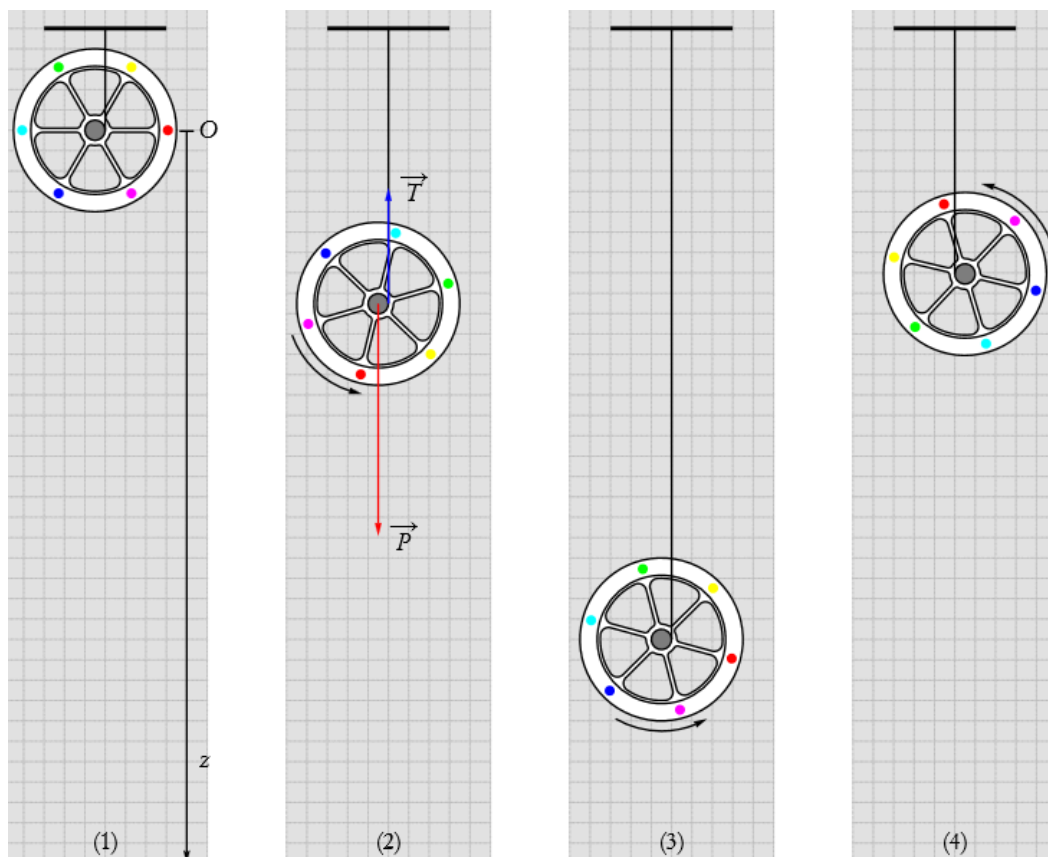
(temps d'obscurcissement, temps de séjour (t) de l'axe de la roue (s) dans le rayon lumineux)

Suivant la relation



En cas de branchement en porte électronique (shuntage des douilles Start-stop, jaune jaune) il faut actionner le bouton stop-invert.

Comme le chemin et le temps peuvent être mesurés avec précision relativement bonne et indépendamment l'un de l'autre, l'équation du chemin parcourue par le centre de gravité de la roue de Maxwell en fonction du temps, est la plus apte pour déterminer le moment d'inertie.



Théorie et exploitation :

L'énergie totale E de la roue de Maxwell de masse m et de moment d'inertie I_z autour de l'axe de rotation se compose de l'énergie potentielle E_p , de l'énergie cinétique de translation E_T et de l'énergie cinétique de rotation E_R .

$$E = m \cdot g \cdot s + \frac{m}{2} V^2 + \frac{I_z}{2} \omega^2$$

ω est la vitesse angulaire, v la vitesse de translation, g l'accélération terrestre et s la hauteur (négative).

$$ds = d\phi \wedge r \text{ et } \frac{ds}{dt} = \frac{d\phi}{dt} \wedge r = \omega \wedge r$$

r étant le rayon de l'axe de rotation. Dans notre cas, $g \parallel s$ et ω perpendiculaire à r , de sorte que l'on a :

$$L_z = I_z \cdot \omega \quad \text{et} \quad E = -m \cdot g \cdot s(t) + \frac{1}{2} \left(m + \frac{I_z}{r \times r} \right) (v(t))^2$$

(1) Nous avons effectué plusieurs mesures afin de déterminer le temps (moyen) que prend la Roue pour parcourir une hauteur $s(\text{cm})$ que l'on fera varier. Et ainsi déterminer t^2 :

$s(\text{cm})$	55	52	49	46	43	40
$t_1(\text{s})$	6,747	6,598	6,296	6,265	6,102	5,85
$t_2(\text{s})$	6,619	6,556	6,307	6,266	6,172	5,87
$t_3(\text{s})$	6,75	6,511	6,387	6,236	6,132	5,902
$t_{\text{moy}}(\text{s})$	6,7053	6,5550	6,3300	6,2557	6,1353	5,8740
$\Delta t(\text{ms})$	37,28	38,45	40,47	40,97	41,73	43,82
$\Delta t(\text{s})$	0,03728	0,03845	0,04047	0,04097	0,04173	0,04382
$t^2_{\text{moy}}(\text{s})$	44,9615	42,9680	40,0689	39,1334	37,6423	34,5039

Grâce à ces données nous pourrons tracer le graphe $s(t^2)$:

(2) On va maintenant dresser un tableau de la vitesse en fonction du temps au carré :

s(m)	0,55	0,52	0,49	0,46	0,43	0,4
t moy(s)	6,7053	6,5550	6,3300	6,2557	6,1353	5,8740
t ² (s)	44,9615	42,9680	40,0689	39,1334	37,6423	34,5039
Δt (s)	0,03728	0,03845	0,04047	0,04097	0,04173	0,04382
V(t) (m/s)	1,34120	1,30039	1,23548	1,22041	1,19818	1,14103

Ensuite nous essaierons de tracer le graphe v(t) :

(3) On détermine l'expression de S :

On a : $E_m = E_{c_T} + E_{c_R} + E_p$

avec $E_{C_T} = \frac{1}{2} mV^2$, V : Vitesse de translation

$E_{C_R} = \frac{1}{2} I_z \omega^2$ et $E_p = m.g.S$, S : la hauteur

Donc $E_m = mgs + \frac{1}{2} mV^2 + \frac{1}{2} I_z \omega^2 = Cte$ (D'après le principe De Conservation de l'Energie Mécanique)

Donc la dérivée par rapport au temps est nulle :

$$\frac{dE}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt}(-mg s(t) + \frac{1}{2} (m + \frac{I_z}{r \times r}) (v(t))^2) = 0$$

$$\Rightarrow -mg \frac{ds}{dt} + v (m + \frac{I_z}{r \times r}) \frac{dv}{dt} = 0 \quad \text{avec } v = \frac{ds}{dt}$$

$$\Rightarrow -mg + (m + \frac{I_z}{r \times r}) \frac{dv}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow dv = (mg dt) / (m + \frac{I_z}{r \times r})$$

$$\Rightarrow v = (mg t) / (m + \frac{I_z}{r \times r}) = (g.t) / (1 + \frac{I_z}{mr \times r})$$

$$\Rightarrow s(t) = \int (g.t dt) / (1 + \frac{I_z}{mr \times r})$$

$$\text{Et ainsi on obtient } s(t) = (\frac{g}{2}.t^2) / (1 + \frac{I_z}{mr^2})$$

Avec r : le rayon de l'axe de rotation

Déduction de V : On a $V = r dS / dt$ et $dS = d\theta r$ donc $dS = r d\theta$

Par suite $V = r d\theta/dt = r\omega$ D'où $V = r\omega$

(4) Calcul du moment d'inertie :

On détermine tout d'abord l'expression qui nous permettra de faire le calcul :

$$s(t) = \left(\frac{g}{2} \cdot t^2\right) / \left(1 + \frac{I_z}{mr^2}\right)$$

$$\Rightarrow 2s(t) / gt^2 = 1 / \left(1 + \frac{I_z}{mr^2}\right)$$

$$\Rightarrow \text{En inversant on obtient : } gt^2 / 2s(t) = 1 + \frac{I_z}{mr^2}$$

$$\Rightarrow I_z = \left(\left(\frac{g}{2} \cdot t^2 / s(t)\right) - 1 \right) \cdot mr^2$$

En prenant $r = 2.5\text{cm} = 0,025\text{m}$

$m = 470\text{g} = 0,470\text{ Kg}$ et $g = 9,81\text{ m.s}^{-2}$ (ou N/kg)

et $s = 49\text{ cm} = 0,49\text{ m}$ $\Rightarrow t^2 = 40,06\text{ s}$

Après Calcul on obtient finalement :

$$I_z = \left((9,81 \times 40,06 / 2) / 0,49 - 1 \right) \times 0,470 \times (0,025)^2$$

$$I_z = 1,175 \times 10^{-1} \text{ kg.m}^2$$

(5) Maintenant on va tracer les graphes dans lesquels on représente en fonction du temps les énergies cinétiques et potentielle.

Mais tout d'abord nous allons représenter les données dont nous aurons besoin :

S(m)	0,55	0,52	0,49	0,46	0,43	0,4
t moy (s)	6,7053	6,5550	6,3300	6,2557	6,1353	5,8740
tm ² (s)	44,9615	42,9680	40,0689	39,1334	37,6423	34,5039
V ² (t) (m/s) ²	1,798822	1,691014	1,526418	1,489389	1,435632	1,301953
I _z (10 ⁻¹ Kg.m ²)	0,1174	0,1187	0,1175	0,1223	0,1258	0,124
ER (N.m)	168,9453665	160,578733	143,483332	145,721799	144,482041	129,153724
ET (N.m)	0,422723	0,397388	0,358708	0,350006	0,337374	0,305959
Ep (N.m)	2,535885	2,397564	2,259243	2,120922	1,982601	1,84428

Conclusion :

Bien qu'on avait supposé l'énergie mécanique constante dans la partie théorique on remarque qu'il y a quelques variations qui peuvent résulter des forces extérieures qu'on supposait nulles, ou des frottements qui peuvent survenir lors du déplacement.