

Correction

Exercice 1

$$1) \quad S \rightarrow Sab \mid Aba \quad A \rightarrow Bb \mid B \quad B \rightarrow Aab \mid a$$

$$S = Sab + Aba$$

$$A = Bb + B$$

$$B = Aab + a$$

$$A = (Aab + a)b + (Aab + a)$$

$$= A(abb + ab) + ab + a$$

$$= (ab + a)(abb + ab)^*$$

$$S = Sab + Aba$$

$$= Sab + (ab + a)(abb + ab)^*ba$$

$$= (ab + a)(abb + ab)^*ba(ab)^*$$

Le langage reconnu par cette grammaire est : $(ab + a)(abb + ab)^*ba(ab)^*$

$$2) \quad (\{a,b\}, \{S,A,B\}, S, \{S \rightarrow aAB; B \rightarrow SA; Aa \rightarrow Sab; bB \rightarrow a; Ab \rightarrow SBb\})$$

Cette grammaire engendre $\emptyset$.

Exercice 2

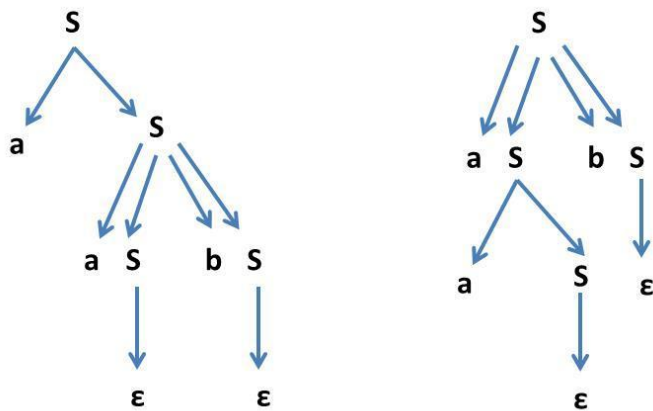
$$\begin{aligned} S &\rightarrow aSBC \rightarrow aaSBCBC \rightarrow aaaBCBCBC \rightarrow aaabCBCBC \rightarrow aaabBCCBC \rightarrow \\ &aaabbCCBC \rightarrow aaabbCBCC \rightarrow aaabbBCCC \rightarrow aaabbbCCC \rightarrow aaabbbccC \rightarrow \\ &aaabbbccC \rightarrow aaabbbccc \end{aligned}$$

Exercice 3

Considérons par exemple la chaîne aab. On peut avoir deux arbres différents pour cette chaîne :

$$S \rightarrow aS \rightarrow aaSbS \rightarrow aabS \rightarrow aab$$

$S \rightarrow aSbS \rightarrow aaSbS \rightarrow aabS \rightarrow aab$



Exercice 4

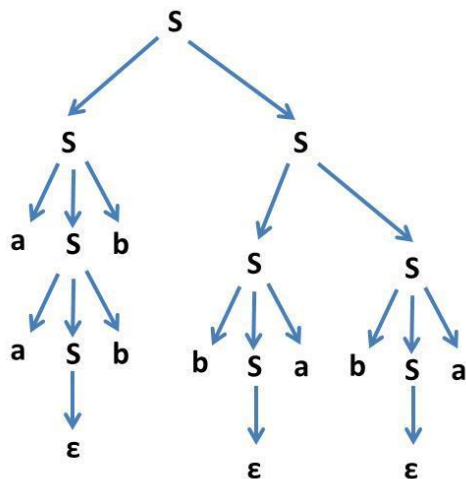
1) Dérivation gauche :

$S \rightarrow SS \rightarrow aSbS \rightarrow aaSbbS \rightarrow aa\epsilon bbS \rightarrow aabbS \rightarrow aabbSS \rightarrow aabbbSaS \rightarrow aabbb\epsilon aS \rightarrow aabbb aS \rightarrow aabbbabSa \rightarrow aabbbab\epsilon a \rightarrow aabbbaba$

Dérivation droite :

$S \rightarrow SS \rightarrow SbSa \rightarrow Sba \rightarrow SSba \rightarrow SbSaba \rightarrow Sbaba \rightarrow aSbbaba \rightarrow aaSbbbaba \rightarrow aabbbaba$

3) Arbre de dérivation du mot aabbbaba



3) Une grammaire est ambiguë s'il existe un mot $u \in A^*$ et deux arbres de dérivation différents ayant même racine et pour frontière u .

4) La grammaire est ambiguë, le mot vide par exemple admet plusieurs arbres de dérivation.

