

CONCOURS D'ADMISSION

A

L'ECOLE DE L'AIR

CONCOURS PC/PSI

OPTION PSI

COMPOSITION DE SCIENCES PHYSIQUES

Durée : 4 heures

Coefficient : 10

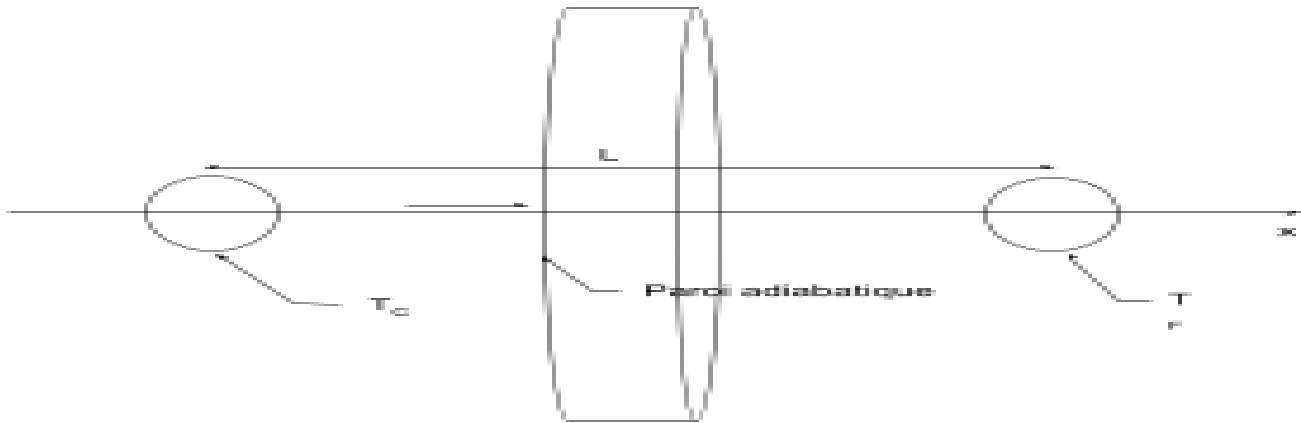
Les compositions de physique et chimie seront rendues sur des copies séparées

L'attention des candidats est attirée sur le fait que la notation tiendra compte du soin et de la rigueur apportés dans le travail

Premier problème : Conduction thermique et effet Peltier

Première partie

Un cylindre homogène, conducteur électrique, de longueur L et de section S , est parcouru par une intensité I répartie uniformément. On note R la résistance électrique de ce conducteur et λ la conductivité thermique intervenant dans la loi de Fourier. Les extrémités du cylindre sont maintenues aux températures T_C et T_F ($T_C > T_F$), la surface latérale du cylindre est adiabatique.



1.1. En effectuant un bilan énergétique dans un cylindre de longueur élémentaire dx , déterminer, en régime stationnaire, l'équation différentielle vérifiée par la température $T(x)$.

1.2. Résoudre l'équation différentielle précédente et déterminer complètement $T(x)$ en fonction notamment de T_C et T_F .

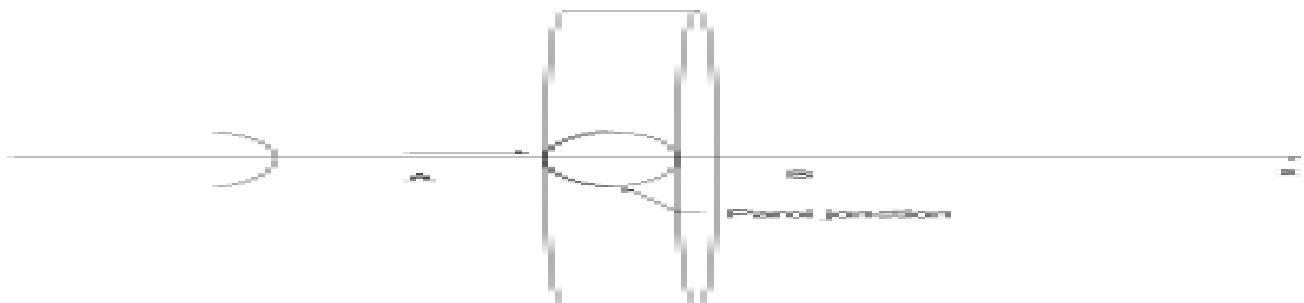
1.3. Déterminer l'expression de la puissance thermique $P_F = \delta Q_F / dt$ cédée par le cylindre à la source froide de température T_F .

Déterminer de même de la puissance thermique P_C cédée par le cylindre à la source chaude de température T_C .

Que représente la somme $P_F + P_C$?

Deuxième partie : effet Peltier

On considère une jonction entre deux conducteurs électriques A et B de nature différente.



L'expérience montre que lorsque la jonction est parcourue par un courant électrique, il apparaît au niveau de la jonction, et en l'absence de gradient thermique, un transfert thermique autre que l'effet Joule.

Pour modéliser ce phénomène on suppose qu'en présence d'une densité de courant électrique $\vec{j}_e$, le vecteur densité de courant thermique $\vec{j}_Q$ est donné par la relation locale :

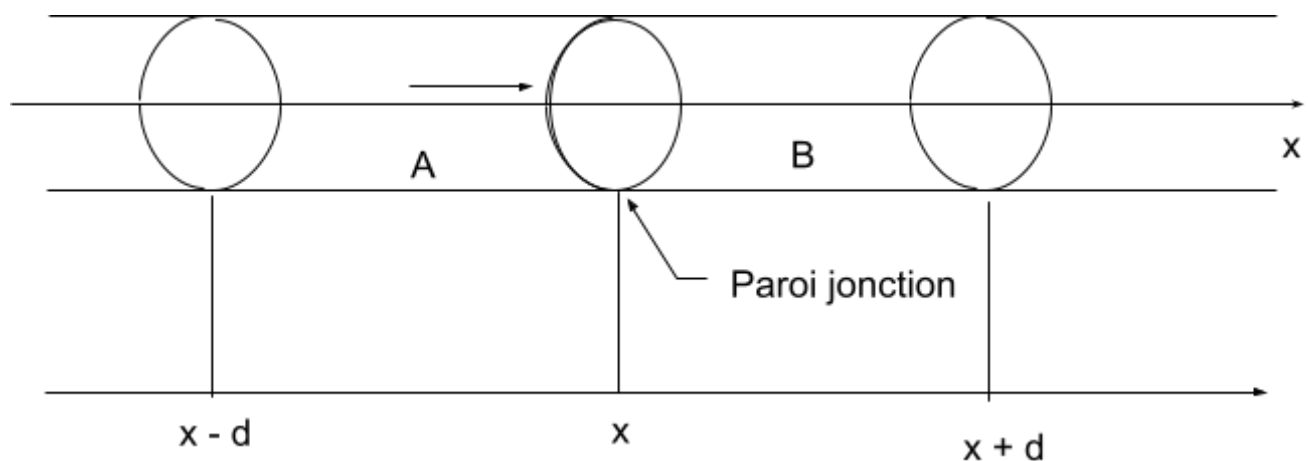
$$\vec{j}_Q = \epsilon T \cdot \vec{j}_e$$

T est la température thermodynamique locale ; et ϵ un coefficient appelé coefficient thermoélectrique qui dépend de la nature du métal.

On rappelle que la puissance thermique à travers une surface dS orientée est égale au flux de $\vec{j}_Q$ à travers dS .

On note ϵ_A et ϵ_B les coefficients thermoélectriques des deux conducteurs constituant la jonction.

2.1. On considère de part et d'autre de la jonction, deux cylindres de longueur élémentaire $d\xi$ et de section S . Le régime est stationnaire, l'ensemble est maintenu à la température T uniforme par contact avec une source (la paroi latérale n'est donc pas adiabatique) et parcouru par une intensité I répartie uniformément. On note dR_A et dR_B les résistances des deux cylindres élémentaires.



En effectuant un bilan d'énergie pour le système des deux cylindres élémentaires, déterminer la puissance thermique P_{lat} cédée par ce système à travers sa surface latérale. En déduire que la puissance thermique associée à l'effet Peltier et cédée par la jonction à la source, est donnée par l'expression :

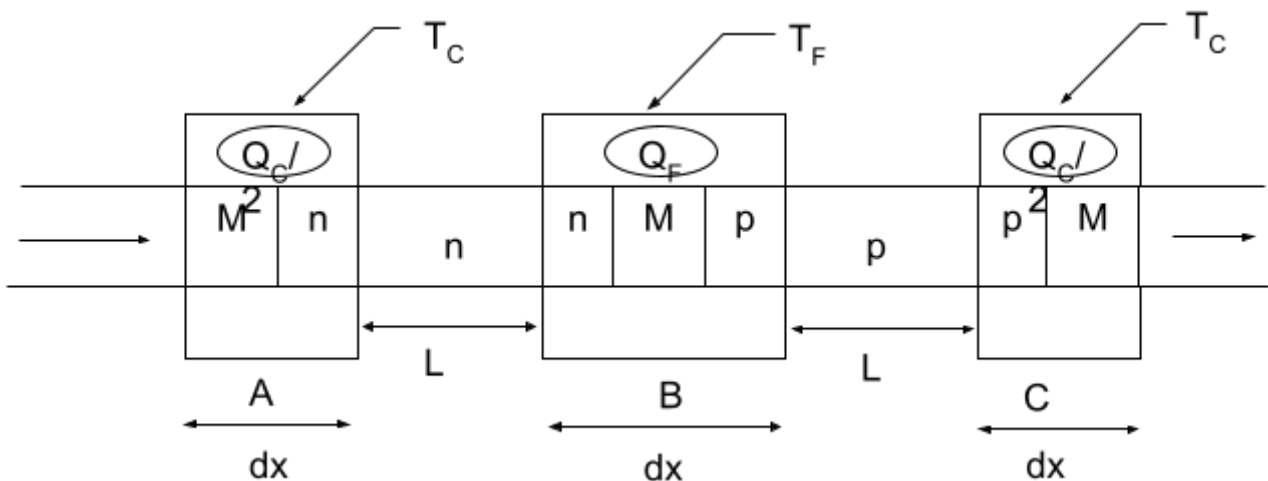
$$P_P = - T \epsilon_{AB} I$$

On donnera l'expression de ϵ_{AB} en fonction de ϵ_A et ϵ_B .

2.2. Le signe de P_P et donc le sens du transfert thermique Peltier, change-t-il lorsqu'on inverse le sens du courant ?

Troisième partie : réfrigérateur Peltier

On considère sur la figure ci-dessous un élément d'un réfrigérateur Peltier :



On retrouve successivement de gauche à droite :

- En A : une jonction entre un métal M et un semiconducteur de type n ;
- En B : deux jonctions entre le semiconducteur n, le métal M et un semiconducteur de type p ;
- En C : une jonction entre le semiconducteur p et le métal M.

Les jonctions en A et en C sont maintenues à la température T_C par contact avec une source chaude ; en B les jonctions sont maintenues à la température T_F d'une source froide.

On note Q_C et Q_F les puissances thermiques cédées par les sources ; les surfaces latérales qui ne sont pas en contact avec les sources sont adiabatiques.

L'ensemble est parcouru par un courant constant d'intensité I et le régime est stationnaire.

La section des conducteurs cylindriques est notée S ; la longueur L des cylindres semiconducteurs est très supérieure à la longueur dx des jonctions en contact avec les sources.

On appelle λ_n et λ_p les conductivités thermiques des semiconducteurs n et p ; R_n et R_p les résistances électriques des cylindres semiconducteurs n et p de longueur L .

Les conducteurs métalliques ont une résistance électrique négligeable devant celle des semiconducteurs.

Les coefficients thermoélectriques pour les différents conducteurs n, p et M sont notés ϵ_n , ϵ_p et ϵ_M

3. En utilisant les résultats établis dans les deux parties précédentes, déterminer l'expression de Q_F en fonction de :

$$R = R_n + R_p, D = S \frac{\lambda_n + \lambda_p}{L}, \epsilon_{np}, T_C, T_F \text{ et } I.$$

4. Déterminer comme ci-dessus, l'expression de Q_C .

5. Montrer qu'il est possible d'obtenir $Q_F > 0$ si ϵ_{np} vérifie une certaine inégalité.

Montrer de même qu'il est possible d'obtenir $Q_C < 0$ si ϵ_{np} vérifie une certaine inégalité.

Les deux inégalités précédentes sont-elles compatibles ? Le dispositif peut-il fonctionner en réfrigérateur ?

6. En appliquant le premier principe de la thermodynamique à l'ensemble de l'élément Peltier, déterminer l'expression du travail W reçu par unité de temps par l'élément.

7.1. Définir l'efficacité η de ce réfrigérateur.

Exprimer η en fonction des données R , D , ϵ_{np} , T_C , T_F et I .

7.2. Application numérique : Pour un élément Peltier de très petite dimension (quelques centimètres), on donne :

$$D = 1,1 \cdot 10^{-2} \text{ S.I.}, R = 5,1 \cdot 10^{-3} \Omega, I = 15\text{A}, T_C = 293\text{K}, T_F = 270\text{K}, \varepsilon_{np} = 646 \mu\text{V.K}^{-1}.$$

Calculer l'efficacité η et comparer sa valeur à celle d'un réfrigérateur de Carnot fonctionnant entre les températures T_C et T_F .

Combien d'éléments Peltier faut-il associer en série pour que la puissance thermique prélevée à la source froide soit égale à 35W.

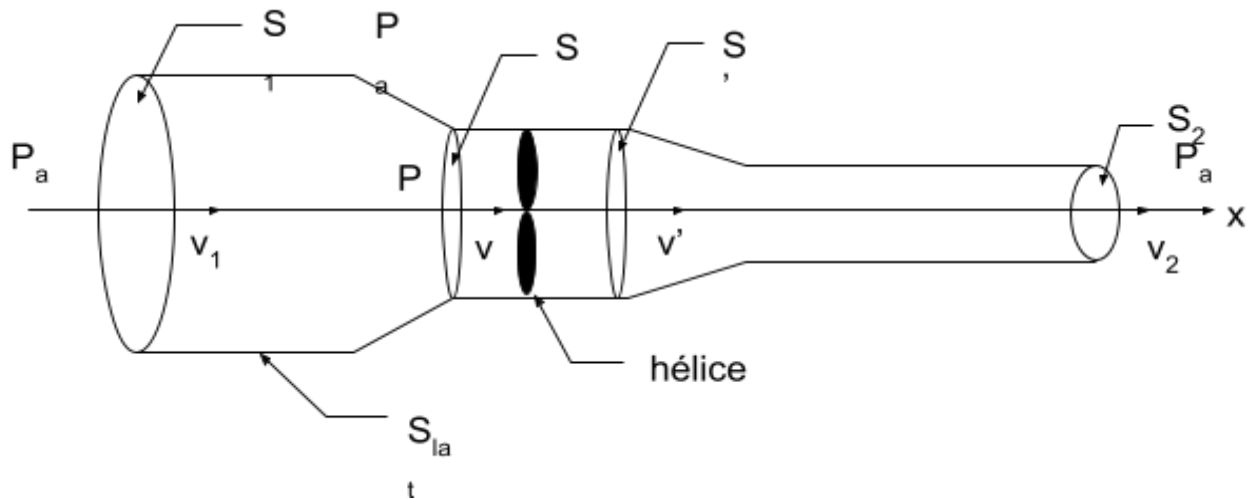
8. En utilisant l'expression de W , montrer que l'élément Peltier est équivalent à un générateur de Thévenin dont on donnera la force électromotrice E et la résistance interne.

Représenter ce générateur en précisant sur la figure le sens de I et l'orientation de E .

En déduire qu'en circuit ouvert, il existe aux bornes de l'élément une force électromotrice égale à :

$$(T_C - T_F) \cdot \varepsilon_{np}.$$

Deuxième problème : Propulsion d'un navire.



Une hélice animée d'un mouvement de rotation uniforme autour de l'axe Ox est plongée dans un fluide parfait, incompressible de masse volumique μ . L'étude est faite dans un référentiel galiléen R lié à l'axe de l'hélice ; dans ce référentiel, l'écoulement est stationnaire. On négligera l'influence de la pesanteur.

On considère un tube de courant possédant la symétrie de révolution autour de Ox et s'appuyant sur les pales de l'hélice. Ce tube de courant définit une surface fermée, constituée de la surface latérale du tube S_{lat} et des sections droites amont et aval S_1 et S_2 . La pression à l'extérieur de ce tube de courant est uniforme et égale à la pression ambiante P_a .

Sur la surface S_1 , la vitesse du fluide est uniforme et égale à $v_1 \vec{u}_x$; sur S_2 , elle est égale à $v_2 \vec{u}_x$. Au voisinage de l'hélice, on considère deux sections S et S' d'aires sensiblement égales $S \approx S'$:

-sur la surface S, la vitesse est $v \vec{u}_x$ et la pression P.

-sur la surface S', la vitesse est $v' \vec{u}_x$ et la pression P'.

Au voisinage proche de l'hélice, entre S et S', l'écoulement est perturbé, et il existe une discontinuité de la pression de part et d'autre de l'hélice.

1. Exprimer la pression P en fonction de P_a , μ , v_1 et v .

Donner une expression analogue pour P' en fonction de P_a , μ , v_2 et v .

2. On note $\vec{F}$ la résultante des forces exercées par l'hélice sur le fluide.

2.1. En effectuant un bilan de quantité de mouvement dans le volume compris entre S et S', exprimer $\vec{F}$ en fonction de S, μ , v , v_1 et v_2 .

2.2. En raisonnant cette fois dans le volume compris entre S_1 et S_2 , obtenir une deuxième expression de $\vec{F}$ en fonction de S, μ , v , v_1 et v_2 .

2.3 Dédurre de ce qui précède, une relation simple entre v , v_1 et v_2 .

3. E, appliquant le théorème de l'énergie cinétique à un volume de fluide bien choisi, déterminer la puissance P fournie par l'hélice au fluide.

Donner le résultat :

- d'une part en fonction du débit massique D et des vitesses v_1 et v_2 .
- d'autre part en fonction de la force F.

Vérifier le signe de P et justifier l'allure du tube de courant représenté en début d'énoncé.

3. Application : propulsion d'un navire.

L'hélice est celle d'un navire. Celui-ci est animé, par rapport à la « terre » d'un mouvement de translation rectiligne uniforme de vitesse $-U \vec{u}_x$.

Par rapport à la « terre », le fluide est immobile à grande distance en amont de l'hélice, et possède la vitesse $w \vec{u}_x$ assez loin en aval de l'hélice.

La force $-\vec{F}$ subie par l'hélice de la part du fluide fait avancer le navire.

Le référentiel R d'étude est celui lié au navire.

4.1. En utilisant les résultats des questions 2.2 et 2.3., exprimer F en fonction de D, v et U.

En déduire que la force de poussée F et la puissance P sont liées par la relation suivante :

$$2S\mu P^2 - 2S\mu FUP - F^3 = 0$$

Dans la suite, la viscosité de l'eau intervient uniquement pour déterminer la force de frottement agissant sur le navire ; les résultats précédents restent utilisables.

La force de frottement R_f s'exerçant sur le navire animé de la vitesse U, ou *traînée de frottement*, est donnée par l'expression :

$$R_f = \frac{1}{2} C_\mu \Sigma U^2$$

avec μ masse volumique de l'eau, Σ la surface du navire mouillée par l'eau et C coefficient de traînée de frottement, dont la valeur dépend du nombre de Reynolds R_e .

4.2. Quelle est la relation entre R_f et F ?

Déduire des résultats précédents la relation suivante :

$$P = \frac{C_\mu \Sigma}{4} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{C_\Sigma}{S}} \right) \cdot U^3$$

4.3.1. Exprimer le rendement de propulsion ρ , rapport de la puissance utile $P_u = FU$ à la puissance totale P. On commentera l'expression obtenue.

4.3.2. Quelle serait la valeur de la force de poussée F dans le cas d'un rendement de propulsion égal à l'unité ?

4.3.3. Exprimer la différence $P - P_u$ en fonction de μ , S et w. En déduire une interprétation physique de cette différence.

4.4. Application numérique :

Le navire est un transbordeur de longueur $L = 145$ m, avec $\Sigma = 1,94 \cdot 10^3$ m². On désire une vitesse U de 19 nœuds, soit 9,77 m.s⁻¹.

La propulsion est assurée par une hélice de diamètre égal à 4,35 m.

D'autre part, $\mu = 10^3$ kg.m⁻³ et on prend pour valeur de la viscosité de l'eau : $\eta = 10^{-3}$ Pa.s.

Pour l'expression du nombre de Reynolds, on prendra L comme longueur caractéristique.

La courbe suivante donne l'évolution du coefficient C en fonction du logarithme décimale du nombre de Reynolds.

Calculer la valeur du nombre de Reynolds, la valeur de la traînée de frottement R_f , ainsi que la puissance totale fournie par l'hélice.

4.5. En réalité, il convient d'ajouter à la résistance de traînée de frottement R_f , une résistance d'onde R_o tenant compte du système de vagues créé par le navire. La résistance totale à l'avancement R_t est la somme de ces deux résistances : $R_t = R_f + R_o$.

On écrira par la suite $R_t = K.R_f$ où K est un coefficient numérique dont la valeur sera prise égale ici à 2,45.

En adaptant les résultats des questions 4.1 et 4.2, déterminer la nouvelle relation entre la puissance fournie par l'hélice, notée maintenant P' et la vitesse U.

Application numérique : Dans les conditions du 4.4. calculer P' ainsi que la valeur du rendement de propulsion toujours défini par le rapport entre la puissance utile et P' .