

Лекція 2

Тема 1.1.1: Основні поняття та аксіоми статyki

Матерія і рух. Матеріальна точка. Абсолютно тверде тіло. Рівновага. Сила, її визначення, одиниці виміру. Система сил. Аксіоми статyki.

<https://docs.google.com/presentation/d/1eWVIlPLzSm3Wd1ElB2zNJVkh4SrqQ7GD/edit?usp=sharing&ouid=103912148940254308897&rtpof=true&sd=true>

Статика — це розділ теоретичної механіки, що вивчає умови, за яких тіло перебуває у рівновазі.

Рівновагою вважатимемо такий стан, коли тіло перебуває у спокої або рухається прямолінійно і рівномірно.

2. Тіло називають абсолютно твердим (або абсолютно жорстким), якщо відстань між будь-якими його точками не змінюється під дією на нього інших тіл. (Незмінна система матеріальних точок, що неперервно заповнює якусь частину простору, називається абсолютно твердим тілом)

Хоч абсолютно твердих тіл у природі немає, проте в багатьох випадках зміни форми і розмірів (деформація) тіл такі малі, що ними можна нехтувати. У теоретичній механіці тіла вважають абсолютно твердими і їх фізико-механічні властивості не враховують (крім випадків, пов'язаних з тертям).

Матеріальна точка, абсолютно тверде тіло

Матеріальною точкою називають точку, яка має масу. Вважатимемо матеріальною точкою не тільки тіло, що має малі розміри, а й будь-яке тіло, розмірами якого в умовах даної задачі можна знехтувати. Наприклад, в астрономії зорі розглядають як матеріальні точки, оскільки розміри зір малі порівняно з відстанями між ними. Одне й те саме реальне тіло залежно від умови задачі можна розглядати або як матеріальну точку, або як тіло, розміри якого потрібно враховувати. Будь-яке тіло можна вважати сукупністю (системою) взаємно зв'язаних матеріальних точок.

Абсолютно тверде тіло є незмінною системою матеріальних точок.

Слід розуміти, що матеріальна точка і абсолютно тверде тіло є поняттями абстрактними і лише наближено відображають реальний світ.

Але використання цих абстракцій значно спрощує дослідження рівноваги та руху дійсних матеріальних об'єктів.



Сила, система сил. Рівнодійна сила

Досвід людства показує, що стан рівноваги чи руху матеріального тіла залежить від його взаємодії із зовнішнім середовищем. В теоретичній механіці розглядається тільки механічна взаємодія, яка спричиняє зміну характеру руху матеріальних тіл, або їх деформацію.

У природі тіла по-різному взаємодіють між собою або з навколишнім середовищем. Механічну взаємодію тіл, тобто взаємодію, яка позначається на їх стані спокою або руху (механічний стан), характеризують силами

Величина, яка є мірою механічної взаємодії (тиск, притягання, відштовхування) одного матеріального тіла на друге, називається **силою**.

Вона характеризується *трьома елементами*: числовим значенням, напрямом і точкою прикладання. Отже, *сила — величина векторна*.

Числове значення сили називають модулем вектора сили. Напрямок сили — це напрям того руху, якого під дією цієї сили набула б матеріальна точка, що перебувала в стані спокою.

Пряму, по якій напрямлений вектор сили, називають лінією дії *с и л и*.

З фізики відомо, що Міжнародна система одиниць (СІ) одиницею вимірювання модуля сили встановила ньютон (Н).

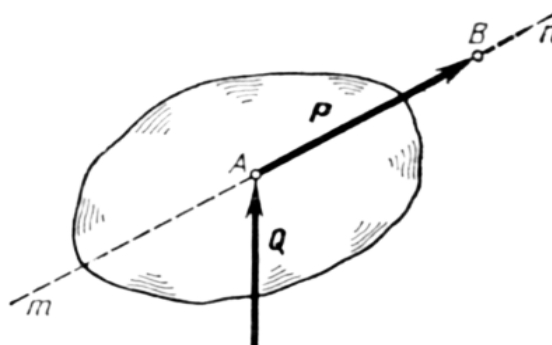


Рис. 1.1

Ньютон — це така сила, яка надає тілу масою 1 кг прискорення 1 м/с^2 у напрямку дії сили:

$$9,81 \text{ Н} = 1 \text{ кгс (у системі МКГСС).}$$

У допустимих наближених розрахунках можна брати $1 \text{ Н} = 0,1 \text{ кгс}$, що дає похибку, яка приблизно дорівнює 2 %.

Кратні і частинні одиниці вимірювання сили утворюються множенням або діленням основної одиниці на степінь числа 10. Відповідно до ГОСТу їх назви утворюються додаванням десяткових приставок:

мега (М) - 10^6	деці (д) - 10^{-1}
кіло (к) - 10^3	санти (с) - 10^{-2}
гекто (г) - 10^2	мілі (м) - 10^{-3}
деко (де) - 10	мікро (мк) - 10^{-6}

Наприклад, кілоньютон (кН) = 10^3 Н , меганьютон (МН) =

10^6 Н , міліньютон (мН) = 10^{-3} Н .

Графічно силу зображають відрізком прямої з стрілкою; довжина відрізка в певному масштабі дорівнює модулю вектора сили (рис. 1.1). Масштаб сили показує, скільки одиниць модуля сили містить одиниця довжини її вектора

На рис. 1.1 зображено силу, прикладену в точці A , яка діє по лінії mn . Вектор сили позначимо великою латинською жирною літерою P , а модуль сили—тією самою літерою, але світлою P^* . * У деяких книжках вектори позначають латинськими літерами із стрілочкою над ними (P та ін.), а модулі — тією самою літерою без стрілки. Цей спосіб доцільно застосовувати для написання векторних рівностей на класній дошці.

Для вектора сили P точку A називатимемо початком, а точку B — кінцем вектора. Часто зручно зображати вектор сили так, щоб стрілка, яка стоїть у кінці вектора, впиралася в точку прикладання сили (сила Q на рис. 1.1).

Сукупність тіл (у тому числі матеріальних точок), будь-яким способом зв'язаних між собою, називають системою тіл.

Сили взаємодії між тілами, що входять у дану систему, називають внутрішніми, а сили, з якими діють на дану систему інші тіла,— зовнішніми.

Якщо дану систему розрізати на частини і розглядати рівновагу кожної частини окремо, то внутрішні для всієї системи сили, які діють у перерізах, стануть зовнішніми силами для частин системи. Такий метод дає змогу визначити внутрішні сили, які діють у перерізах, і називається «методом перерізів». У технічній механіці його застосовують досить часто. Треба зазначити, що поділ сил на зовнішні і внутрішні умовний і залежить від змісту задачі і навіть методу її розв'язування.

Аксіоми статички

Умови, за яких тіло може перебувати в рівновазі, виводять з кількох основних положень, що їх приймають без доведень, підтверджених дослідами. Ці умови називають аксіомами статички. Основні аксіоми статички

сформулював англійський учений Ньютон (1642—1727), тому їх назвали його іменем.

Аксіома I (аксіома інерції, або перший закон Ньютона).

Всяке тіло зберігає свій стан спокою або прямолінійного рівномірного руху, поки якісь сили не виведуть тіло з цього стану.

Здатність матеріального тіла зберігати рух, коли немає діючих сил, або поступово змінювати цей рух, коли на тіло починають діяти сили, називають інерцією або інертністю. Інертність — одна з основних властивостей матерії.

Відповідно до цієї аксіоми станом рівноваги вважають такий стан, коли тіло перебуває у спокої або рухається прямолінійно і рівномірно (тобто з інерції).

Аксіома II (аксіома взаємодії, або третій закон Ньютона).

Сили взаємодії двох тіл завжди однакові за модулем і протилежно напрямлені по одній прямій.

З третього закону Ньютона випливає, що однобічної дії одного тіла на друге не буває, тобто всі сили природи — парні сили.

Сукупність сил, прикладених до тіла (або системи тіл), називають системою сил. Сила дії будь-якого тіла на дане і сила протидії не є системою сил, бо вони прикладені до різних тіл. Якщо будь-яка система сил має таку властивість, що після прикладання до вільного тіла вона не змінює його механічного стану, то таку систему сил називають зрівноваженою.

Аксіома III (умова рівноваги двох сил).

Для рівноваги вільного твердого тіла, яке перебуває під дією двох сил, необхідно і достатньо, щоб ці сили дорівнювали одна одній за модулем і діяли по одній прямій у протилежних напрямках.

Умова, сформульована в цій аксіомі, необхідна для рівноваги двох сил. Це означає, що коли система двох сил перебуває у рівновазі, то ці сили мають дорівнювати одна одній за модулем і діяти по одній прямій у протилежних напрямках.

Умова, сформульована у цій аксіомі, достатня для рівноваги двох сил. Це означає справедливості оберненого формулювання аксіоми, а саме: якщо дві сили дорівнюють одна одній за модулем і діють по одній прямій у протилежних напрямках, то така система сил обов'язково перебуває у рівновазі.

Далі ознайомимось з умовою рівноваги, необхідною, але недостатньою для рівноваги.

Аксіома IV. *Рівновага (як і будь-який інший механічний стан) твердого тіла не порушиться, якщо до нього прикласти або відняти від нього систему зрівноважених сил.*

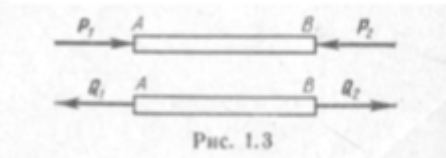
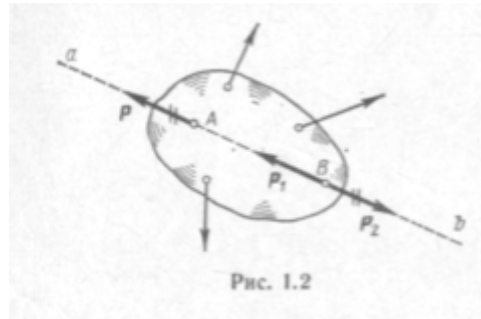
Висновок з аксіом III і IV.

Механічний стан твердого тіла не порушиться, якщо силу перенести вздовж лінії її дії.

Доведемо цей висновок. Нехай на тверде тіло серед інших сил діє сила P , прикладена в точці A і діє по ab (рис. 1.2). У довільно взятій точці B на лінії ab прикладемо дві однакові за модулем і протилежно напрямлені сили P_1 і P_2 ,

що діють по лінії ab Відповідно до аксіоми III сили P_1 і P_2 взаємно зрівноважені, а на основі аксіоми IV їх можна прикласти до тіла, не порушивши його механічного стану. Візьмемо сили P_1 і P_2 такими, щоб кожна з них за модулем дорівнювала силі P :

$$P_1 = P_2 = P$$



Відповідно до аксіоми IV відкинемо сили P і P_2 як такі, що взаємно зрівноважуються. Тоді силу P_1 яка залишилася, можна розглядати як силу P , перенесену з точки A в точку B вздовж лінії дії; при цьому механічний стан не порушується. Отже, висновок доведено. Підкреслимо, що переносити силу вздовж лінії її дії можна тоді, коли розглядуване тіло абсолютно тверде.

Дві різні системи сил вважають еквівалентними, якщо одну з них можна замінити іншою, не порушивши механічного стану вільного твердого тіла.

Треба зазначити, що еквівалентні системи сил можуть спричинювати різні деформації нетвердого тіла. На рис. 1.3 зображено дві системи сил, які незалежно діють на той самий стержень AB , причому $P_1 = P_2$, а $Q_1 = Q_2$. Відповідно до аксіоми III кожна з цих систем не виводить стержень з рівноваги, тобто вони еквівалентні. Але система сил (P_1, P_2) стискає стержень, а система сил (Q_1, Q_2) розтягує його. Еквівалентність систем сил умовимося записувати так:

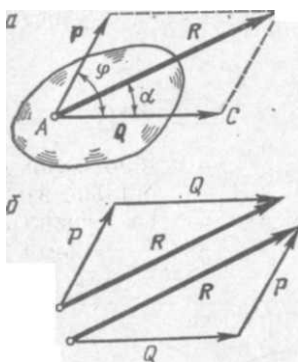
$$(P_1, P_2) \equiv (Q_1, Q_2).$$

Відповідно до висновку з аксіом III і IV можна сказати, що дві сили еквівалентні, коли вони дорівнюють одна одній за модулем і діють по одній прямій у тому самому напрямі.

Два вектори сили (як і два будь-яких однорідних за розмірністю вектори) дорівнюють один одному, якщо вони паралельні, однаково напрямлені і однакові за модулем.

Одну силу, еквівалентну даній системі сил, називають **р і в н о д і ю ч о ю**, а сили цієї системи — **складовими рівнодіючої**.

Силу, яка зрівноважує дану систему сил, називають **зрівноважувальною** цієї системи.



Рівнодіюча і зрівноважувальна сили тієї самої системи дорівнюють одна одній за модулем і діють по одній прямій у протилежних напрямках.

Рівнодійна зрівноваженої системи сил дорівнює нулю, або інакше, *зрівноважена система сил еквівалентна нулю*.

Аксіома V (аксіома паралелограма).

Рівнодійча двох сил, прикладених до тіла в одній точці, дорівнює за модулем діагоналі паралелограма, побудованого на даних силах, збігається з діагоналлю і прикладена в тій самій точці.

Побудову діагоналі паралелограма (рис. 1.4, а), сторонами якого є задані вектори, називають векторним або геометричним додаванням. Отже, можна сказати, що *рівнодійча двох сил, прикладених в одній точці, дорівнює їх векторній сумі і прикладена в тій самій точці*

$$\mathbf{R} = \mathbf{P} + \mathbf{Q}$$

Рівнодійчу двох сил можна знайти, побудувавши замість паралелограма сил трикутник сил (рис. 1.4, б). З рис. 1.4, б видно, що послідовність додавання векторів на величину рівнодійної не впливає, тобто

$$\mathbf{R} = \mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{Q} + \mathbf{P}.$$

Модуль і напрям рівнодійної двох сил, прикладених в одній точці, можна знайти аналітично.

Для цього розглянемо трикутник ABC (рис. 1.4, а). За теоремою косинусів

$$R^2 = P^2 + Q^2 - 2PQ \cos(\pi - \varphi) = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \varphi$$

звідки модуль рівнодійної

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \varphi}.$$

За теоремою синусів

$$\frac{P}{\sin \alpha} = \frac{R}{\sin(\pi - \varphi)} = \frac{R}{\sin \varphi}$$

звідки знайдемо напрям рівнодійної:

$$\sin \alpha = \frac{P \sin \varphi}{R}$$

Розглянемо окремі випадки додавання двох сил:

1. $\varphi = 0$, тоді $R = P + Q$.

Рівнодійча двох сил, що діють по одній прямій в одному напрямі, дорівнює їх сумі і напрямлена по тій самій прямій і в той самий бік.

2. $\varphi = 180^\circ$, тоді $R = P - Q$.

Рівнодійча двох сил, що діють по одній прямій у протилежних напрямках, дорівнює різниці цих сил і напрямлена по тій самій прямій у бік більшої сили.

3. $\varphi = 90^\circ$, тоді $R = \sqrt{P^2 + Q^2}$.

Рівнодійча двох сил, що діють під прямим кутом, дорівнює за величиною діагоналі прямокутника, побудованого на цих силах.

