

CONCOURS COMMUN SUP 2000 DES ÉCOLES DES MINES D'ALBI ALÈS, DOUAI ET NANTES
PROBLÈME DE PHYSIQUE

Partie A : Satellite Hipparcos

Le satellite Hipparcos lancé le 8 Août 1987 était constitué principalement d'un télescope de 30 cm de diamètre (étudié dans la partie B). Celui-ci a permis d'établir un catalogue des positions, distances et éclats de plus de 118 000 étoiles avec une précision jamais atteinte.

Ce satellite devait être placé sur une orbite géostationnaire à une altitude $H = 36\,000$ km. Un problème de mise à feu du moteur d'apogée a laissé Hipparcos sur son orbite de transfert son altitude variant entre h et H . Après utilisation des moteurs de positionnement, l'altitude minimale a été portée à $h = 500$ km. Une programmation du satellite a permis de s'affranchir des problèmes liés à cette orbite.

Au cours d'une révolution, il passe dans la ceinture de Van Hallen. On supposera que cette ceinture est comprise entre deux sphères de rayon $r_1 = 8\,400$ km, $r_2 = 28\,000$ km et de centre celui de la terre. La ceinture de Van Hallen est constituée de particules chargées piégées dans le champ magnétique terrestre. Ces particules aveuglent les détecteurs d'Hipparcos interrompant les mesures des positions des étoiles. Il est cependant utilisable à 65%.

On assimile la terre à une sphère de centre O , de rayon $R = 6\,400$ km et de masse M et le satellite à un point matériel (S, m) . On suppose le référentiel géocentrique R_{gc} galiléen. La période de rotation de la terre dans ce référentiel appelée jour sidéral vaut $T = 86\,164$ s. On note G la constante de gravitation, sa valeur numérique n'est pas utile dans ce problème.

A-I : Moment cinétique

A-I-1 : Montrer que le moment cinétique $\vec{L}$ en O du satellite est une constante du mouvement.

A-I-2 : On utilise les coordonnées cylindriques $(O, \vec{U}_r, \vec{U}_\theta, \vec{U}_z)$ avec $\vec{U}_z$ tel que $\vec{L} = L\vec{U}_z$.

Montrer que le mouvement est plan et exprimer $r^2\ddot{\theta}$ en fonction de L et m .
Quelle est le nom de cette grandeur ?

A-II : Vecteur excentricité

A-II-1 : Montrer que $\vec{e} = \vec{U}_\theta - \frac{L}{2GM} \vec{V}$ est une constante du mouvement ($\vec{V}$ étant la vitesse du satellite).

A-II-2 : On choisit l'origine de l'angle polaire pour avoir $\theta = (\vec{e}, \vec{U}_\theta)$. Montrer que l'équation de la trajectoire

$$r(\theta) = \frac{p}{1 - e \cos(\theta)}$$

peut se mettre sous la forme :

où e est la norme de $\vec{e}$.

En déduire la trajectoire du satellite.

A-III : Trajectoire d'Hipparcos

A-III-1 : Exprimer et calculer e et p en fonction de h , H et R .

A-III-2 : Exprimer et calculer le demi-grand axe a de la trajectoire.

A-IV : Période d'Hipparcos

A-IV-1 : Énoncer sans démonstration la troisième loi de Kepler.

A-IV-2 : Exprimer la période T_h de révolution d'Hipparcos en fonction de T , R , H et h . Calculer T_h en heure.

A-V : Ceinture de Van Hallen

A-V-1 : Déterminer les valeurs numériques des angles θ_1, θ_2 d'entrée et de sortie de la ceinture de Van Hallen du satellite. On donnera les valeurs comprises entre 0 et 180° .

A-V-2 : Représenter sur un schéma clair la trajectoire du satellite et l'aire A balayée par $\vec{OS}$ lors d'un passage dans la ceinture de Van Hallen.

Pour la question suivante, on prendra une valeur approchée de $A = 200 \cdot 10^6$ km².

A-V-3 : Déterminer le rapport $\rho = \frac{t_0}{T_h}$ en fonction de A et A_e (aire de l'ellipse) où t_0 est la durée totale d'inactivité d'Hipparcos sur une période. Commenter.

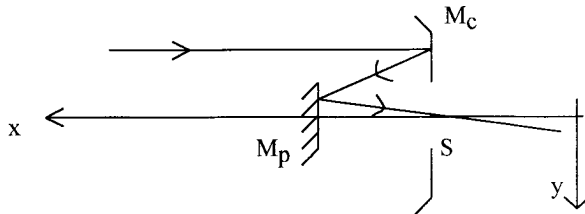
$$A_e = \frac{\pi p^2}{(1 - e^2)^{3/2}}$$

On donne l'aire de l'ellipse :

Partie B : Télescope d'Hipparcos

On propose de modéliser le télescope d'Hipparcos par un miroir concave M_c de rayon $R = 2\,800\text{ mm}$ avec un miroir plan M_p de renvoi (voir figure B-I). On note S le sommet du miroir concave. La lumière subit deux réflexions et passe par un orifice dans le miroir concave pour atteindre le détecteur. Il est constitué d'une grille et de cellules CCD permettant de repérer la position de l'image. La grille comporte $N = 2688$ fentes équidistantes de $\Delta = 8,2\text{ }\mu\text{m}$.

Figure B-I



B-I : On considère une étoile E visée dans la direction S_x . L'axe S_x est orienté vers l'étoile.

B-I-1 Déterminer l'abscisse x_1 de l'image E_1 de l'étoile E par le miroir M_c .

B-I-2 On note a la distance séparant le miroir plan et le sommet du miroir concave. Déterminer une condition sur a pour que l'image finale E_2 se forme sur le détecteur placé à l'arrière du miroir concave.

B-I-3 Déterminer la largeur angulaire α_c du champ observé. Calculer α_c en degré.

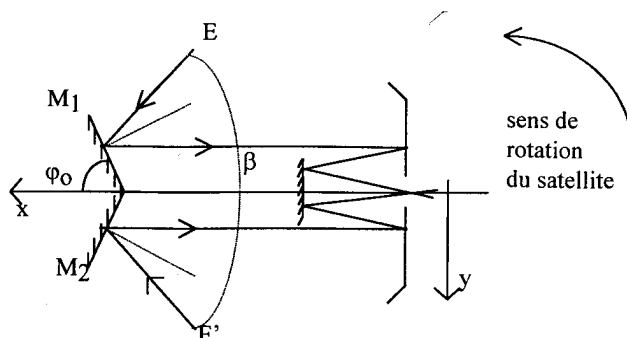
B-II : En réalité Hipparcos réalise une mesure de position relative des étoiles. Le télescope vise deux directions symétriques par rapport à S_x présentant un angle $\beta = 58^\circ$. Ainsi on obtient avec une grande précision l'angle entre deux étoiles. C'est un système de deux miroirs plans M_1 , M_2 qui permet d'obtenir les images des deux étoiles sur le détecteur (voir figure B-II). Le télescope tourne autour d'un axe de direction S_z avec une période $T = 128$ minutes. On supposera que la direction S_z est fixe bien que cet axe se déplace lentement afin de viser toute la sphère céleste.

B-II-1 Déterminer l'angle ϕ_0 des miroirs M_1 et M_2 avec l'axe S_x du télescope.

B-II-2 Déterminer le déplacement angulaire θ_1 d'un rayon lumineux réfléchi par le miroir M_1 lorsque le satellite tourne d'un angle θ . Préciser le sens de déplacement des rayons réfléchis par M_1 et M_2 .

B-II-3 Quelle est la norme V de la vitesse de déplacement des images sur le détecteur ?

Figure B-II

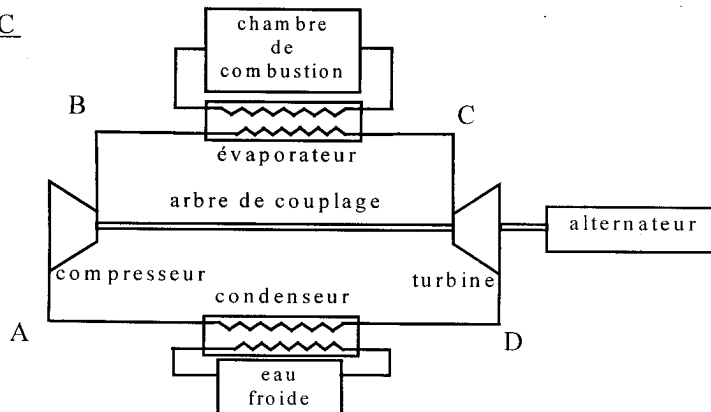


Partie C : Centrale Thermique

Une centrale thermique permet la production d'électricité à partir de la combustion de fuel ou de charbon. L'eau subit différentes transformations (décrites ci-dessous) afin de produire un travail mécanique transformé en énergie électrique grâce à un couplage de la turbine avec un alternateur (voir figure C).

- A l'entrée A du compresseur, l'eau est à l'état liquide saturé à la pression $P_1 = 0,2$ bar. Elle subit une compression adiabatique réversible jusqu'à l'état B de pression $P_2 = 100$ bar ($1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$).
- Dans l'évaporateur, l'eau est en contact avec la chambre de combustion. Elle subit un réchauffement isobare de B à C. Au point C, on donne la température $T_C = 500^\circ\text{C}$
- Dans la turbine, l'eau subit une détente adiabatique réversible. On note D le point de sortie de pression $P_1 = 0,2$ bar.
- Dans le condenseur, l'eau entre en contact avec un circuit d'eau froide et se condense jusqu'au point A. La transformation est supposée isobare.

Figure C



Pour faire l'analyse de cette centrale, vous utiliserez le diagramme thermodynamique (T, s) de l'eau fourni en page 15/16. Il est constitué de réseaux de courbes isenthalpiques et isobares. La courbe en "cloche" est constituée de la courbe de rosée et d'ébullition. L'eau liquide étant peu compressible, on pourra confondre les points A et B.

C-I : État de l'eau au cours du cycle

C-I-1 Placer les points A, C et D sur le diagramme. Vous donnerez les explications nécessaires.

C-I-2 En déduire l'état de l'eau en C, la température T_A de l'eau en A et x_D la fraction massique de vapeur au point D.

C-I-3 Déterminer l'enthalpie massique h_A , h_C et h_D aux points A, C et D.

C-II : Bilan énergétique

C-II-1 Déterminer q_{BC} et q_{DA} les transferts thermiques reçus par unité de masse d'eau au cours des transformations isobares BC et DA.

C-II-2 En déduire le travail w reçu par unité de masse d'eau au cours d'un cycle et le rendement thermodynamique η de la centrale.

C-II-3 Quel est le débit en masse d'eau $\dot{m}$ nécessaire pour avoir une centrale délivrant une puissance $P = 250 \text{ MW}$?

C-III : Cycle à deux étages

Pour éviter la présence de vapeur d'eau dans la turbine à cause d'une détente trop importante, on utilise deux turbines. On propose donc un cycle plus proche de la réalité :

- Mêmes transformations de A à C.

- En C l'eau se détend dans une première turbine. On note D_1 l'état à la sortie. On suppose qu'en D_1 l'eau est à l'état de vapeur saturée.
- L'eau repasse dans la chambre à combustion et subit un échauffement isobare. On note C_1 l'état de sortie.
- L'eau subit une détente dans une seconde turbine. On note D_2 l'état à la sortie. On suppose qu'en D_2 l'eau est à l'état de vapeur saturée à la pression $P_1 = 0,2$ bar.
- Enfin, l'eau entre en contact avec le condenseur et est ramenée à l'état A. La transformation est supposée isobare.

Les détenteurs sont toujours supposées adiabatiques réversibles.

C-III-1 Tracer le cycle de l'eau sur le diagramme (T,s) En déduire P_{D_1} , T_{D_1} , P_{C_1} et T_{C_1} .

C-III-2 Déterminer $q_{D_1C_1}$ et q_{D_2A} les transferts thermiques reçus par unité de masse d'eau au cours des transformations D_1C_1 et D_2A .

C-III-3 En déduire le travail w reçu par unité de masse d'eau sur un cycle et le rendement thermodynamique η .

Diagramme T- S de l'eau

