

**CONCOURS ENSAM - ESTP - ENSAIS - ECRIN -
ARCHIMEDE**

Epreuve de Physique 2

durée 4 heures

On se propose d'étudier le **comportement dynamique d'un système de chauffage par plancher solaire direct mixte**, utilisant l'énergie solaire comme chauffage de base et la combustion du gaz comme chauffage d'appoint.

Remarques préliminaires importantes : il est rappelé aux candidat(e)s que

- *les explications des phénomènes étudiés, les justifications physiques interviennent dans la notation au même titre que les calculs,*
- *tout au long de l'énoncé, les paragraphes en italiques ont pour objet d'aider à la compréhension du problème mais ne donnent pas lieu à des questions,*
- *tout résultat fourni dans l'énoncé peut être admis et utilisé par la suite, même s'il n'a pas été démontré par les candidat(e)s.*

Le problème se compose de quatre parties largement indépendantes.

On étudie successivement le comportement thermique d'une dalle épaisse de béton soumise à un flux de chaleur variable (première partie), l'aspect hydraulique du circuit de chauffage solaire (seconde partie), la commande électronique du système solaire (troisième partie) enfin la régulation thermique du chauffage d'appoint dans la dalle solaire (quatrième partie).

PREMIERE PARTIE

COMPORTEMENT THERMIQUE DE LA DALLE SOLAIRE

*Le schéma hydraulique de principe de l'installation de chauffage solaire (figure 1) montre que le fluide caloporteur (glycol) mis en circulation par la pompe **P** et chauffé par le flux solaire dans les panneaux solaires **S** passe directement dans les tubes de polyéthylène noyés au fond de la dalle solaire **D**. Celle-ci forme le plancher du rez-de-chaussée du bâtiment à chauffer ; elle est en béton dense, de propriétés thermophysiques homogènes (conductivité thermique λ , masse volumique ρ , chaleur massique c).*

On s'intéresse ici au comportement dynamique de la dalle solaire d'épaisseur H , que l'on peut caractériser en régime stationnaire par sa réponse à une densité de flux de chaleur $j_0(t)$ imposée sur sa face inférieure. Les dimensions transversales de la dalle sont très grandes devant H , de sorte que le problème peut être supposé unidimensionnel. La direction perpendiculaire à la surface S de la dalle est repérée par la cote verticale x à partir du fond (figure 2).

La température de l'air ambiant dans le bâtiment est homogène, de valeur moyenne T_i . La face inférieure de la dalle est parfaitement isolée thermiquement.

I.1. Introduction

I.1.1 On rappelle la loi de Fourier unidimensionnelle liant la densité du flux de chaleur $j(x,t)$ et la température $T(x,t)$ dans la dalle :

$$j(x,t) = -\lambda \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \quad (\text{A } 1)$$

Quelle est la dimension de j ? En déduire l'unité de λ .

I.1.2 En effectuant un bilan thermique de la tranche élémentaire $[x, x+dx]$ de la dalle entre un instant t quelconque et $t+dt$, établir les équations différentielles vérifiées par j et par T :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad \text{et} \quad \frac{\partial j}{\partial t} = a \frac{\partial^2 j}{\partial x^2} \quad (\text{A } 2)$$

où a représente la *diffusivité thermique* de la dalle, que l'on exprimera à l'aide des grandeurs thermophysiques de la dalle. Quelle est l'unité de a ?

I.1.3 L'échange de chaleur par convection entre la face supérieure de la dalle et l'air ambiant est bien représenté par la loi de Newton :

$$j(H,t) = h [T(H,t) - T_i], \quad (\text{A } 3)$$

où le *coefficient d'échange thermique* h est considéré comme constant et uniforme sur toute la surface. Quelle est l'unité de h ? De quelles grandeurs et de quels phénomènes physiques dépend ce coefficient ?

I.2. Analyse dimensionnelle

Le système est caractérisé par 8 grandeurs physiques $T-T_i, j_0, h, \lambda, a, H, x$ et t dont les unités sont formées à partir de 4 unités seulement (m, s, K, W). D'après le théorème de Vaschy-Buckingham, il s'ensuit que le problème physique ne dépend que de $8 - 4 = 4$ nombres Π sans dimension, dont un évident, $\Pi_1 = x/H$.

I.2.1 En écrivant une équation aux dimensions reliant les 8 grandeurs sous la forme : $(T-T_i)^m j_0^n h^p \lambda^q a^r t^u H^v x^w = 1$, exprimer n, p, u et v en fonction de m, q, r et

$$\Pi_2 = \frac{h(T-T_i)}{j_0},$$

w. Montrer que les trois autres nombres adimensionnels sont

$$\Pi_3 = \frac{a t}{H^2} \quad (\text{nombre de Fourier}) \quad \text{et} \quad \Pi_4 = \frac{h H}{\lambda} \quad (\text{nombre de Biot}).$$

I.2.2 En déduire l'expression du *temps caractéristique* τ_d de diffusion de la chaleur à travers la dalle en fonction de H et a . Calculer sa valeur (en heures) pour $H = 26$ cm et $a = 9.10^{-7}$ SI.

En déduire de même une *longueur caractéristique* L_d de diffusion de la chaleur dans la dalle au bout de 24 heures.

I.2.3 Quelle signification physique peut-on donner au nombre de Biot Π_4 ? Quelles hypothèses peut-on adopter pour déterminer le comportement d'un dispositif dont le nombre de Biot est, soit très petit devant 1, soit très grand devant 1 ? A l'aide des données, calculer Π_4 . Faut-il tenir compte de l'épaisseur H dans le problème thermique étudié ?

Données : $h = 6,7$ SI ; $\lambda = 1,75$ SI ; $a = 9.10^{-7}$ SI ; $H = 26$ cm.

I.3. Régime permanent

On suppose qu'un flux constant j_0 est maintenu en $x = 0$. Après un temps très long $t \gg \tau_d$, on peut considérer le régime comme établi, de sorte que $j(x)$ et $T(x)$ sont indépendants du temps.

Montrer que le profil thermique de la dalle est alors donné par :

$$T(x) = T_i + j_0 \left(\frac{H}{\lambda} + \frac{1}{h} \right) - \frac{j_0}{\lambda} x \quad (\text{A } 4)$$

Calculer l'écart de température $T(H) - T_i$, pour $j_0 = 20,1$ W. m⁻² et $h = 6,7$ SI.

I.4. Régime périodique

L'irradiation solaire reçue par les panneaux solaires lors d'une journée de temps clair est une fonction sinusoïdale du temps. Il en est de même en première approximation pour le flux de chaleur émis par le circuit solaire au fond de la dalle, de sorte que :

$$j(0, t) = j_0 (\delta + \sin \omega t)$$

où δ est fonction de la déclinaison solaire et donc du numéro du jour dans l'année, t le temps écoulé depuis le lever du soleil, ω la pulsation du cycle jour-nuit de période $J = 1$ jour solaire ($J = 24$ heures).

I.4.1 Dans la suite des calculs, on se placera aux équinoxes. Rappelez la signification de ce terme. Que vaut alors δ ?

On étudie la réponse générale de la dalle à une sollicitation thermique normalisée $j(0, t) = j_0 \exp i\omega t$, avec $j_0 = 1$ W.m⁻². Afin de simplifier cette étude, **la dalle sera considérée comme un milieu infiniment épais**. La validité de cette hypothèse sera examinée dans la question I.5.2.

I.4.2 En appliquant la méthode de séparation des variables, résoudre l'équation (A2) en posant $j(x, t) = \underline{j}(t) \cdot \underline{g}(x)$, les fonctions $\underline{j}(t)$, $\underline{f}(t)$ et $\underline{g}(x)$ étant supposées complexes.

En déduire que l'expression de la densité du flux de chaleur $j(x, t)$ réelle, en réponse à une sollicitation sinusoïdale $j_1(0, t) = j_0 \cos \omega t$, est de la forme :

$$j_1(x, t) = j_0 \exp(-\alpha x) \cos(\omega t - \alpha x)$$

où α est une constante positive que l'on exprimera en fonction de a et ω .

Interpréter *physiquement* le phénomène décrit par cette expression, et expliquer en quoi la dalle est un milieu thermiquement *dispersif*.

I.4.3 Calculer le rapport de l'amplitude de $j(H, t)$ à celle de la densité du flux $j(0, t)$, ainsi que le *temps caractéristique* τ_p de propagation de la chaleur sur la distance H .

Sur une période de plusieurs jours de ciel clair, $j(0,t)$ peut être considérée comme une fonction périodique du temps, de période J (figure 3), dont le maximum correspond au midi solaire. $j(0,t)$ peut alors s'écrire :

$$j(0,t) = j_0 \left(\frac{1}{\pi} + \frac{\sin \omega t}{2} - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos 2n\omega t}{4n^2 - 1} \right) . \quad (\text{A } 5)$$

I.4.4 Expliquer brièvement l'origine de cette expression.

I.5. Influence des conditions aux limites

I.5.1 La solution obtenue précédemment en considérant la dalle comme infiniment épaisse est représentée sur la figure 4. Expliquer la forme du graphe $j(H, t)$ comparée à celle de $j(0, t)$. Déterminer graphiquement le décalage horaire Δt_1 entre le maximum du flux en $x = H$ et le midi solaire, ainsi que l'amplitude crête à crête. Comparer aux valeurs obtenues au I.4.3.

I.5.2 On tient compte maintenant de l'épaisseur finie H de la dalle et de la dissipation de sa chaleur à sa surface. Les calculs (assez lourds) conduisent à la solution représentée à la figure 5. Déterminer graphiquement le décalage horaire Δt_2 entre le maximum du flux en $x = H$ et le midi solaire, ainsi que l'amplitude crête à crête. Comparer aux valeurs obtenues au I.5.1 et expliquer physiquement leur écart. Quelles conclusions peut-on tirer de ces comparaisons sur le choix du modèle de dalle (épaisseur finie ou infinie) pour les calculs de bilan énergétique ?

DEUXIEME PARTIE

ETUDE HYDRAULIQUE DU CIRCUIT SOLAIRE

Le dimensionnement de l'installation doit permettre de définir la puissance de la pompe de circulation P et le débit volumique D du liquide caloporteur antigel (supposé incompressible) dont les caractéristiques physiques moyennes sont les suivantes :

masse volumique $\rho_f = 1100 \text{ kg.m}^{-3}$; chaleur massique $c_f = 2400 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$; viscosité dynamique $\mu_f = 0,01 \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$.

En intersaison froide, le chauffage solaire doit fournir la totalité du chauffage du bâtiment. Soient T_{em} la température moyenne extérieure du mois de référence, T_{im} la température moyenne intérieure souhaitée, ES_m l'énergie solaire moyenne reçue par m^2 de panneau et par jour pour ce mois, V le volume à chauffer dans le bâtiment. La puissance thermique moyenne perdue par le bâtiment est calculable par la relation :

$$P_{ch} = G V (T_{em} - T_{im}) \quad (\text{B } 1)$$

G étant un coefficient de déperditions thermiques tenant compte de l'isolation, des apports gratuits à travers les vitres, de l'occupation du bâtiment. On notera S la surface de la dalle.

II.1 Puissance thermique du circuit solaire

II.1.1 On tient compte du rendement η de la dalle, dû aux fuites thermiques. Déterminer la surface A de panneaux nécessaire pour assurer la totalité du chauffage en moyenne sur le mois considéré (octobre ou février). En déduire la température moyenne $T(H)_m$ à la surface de la dalle.

A.N. : $G = 0,4 \text{ W.m}^{-3}.\text{K}^{-1}$; $V = 350 \text{ m}^3$; $T_{im} = 19^\circ\text{C}$, $T_{em} = 2^\circ\text{C}$; $S = 100 \text{ m}^2$; $\eta = 0,85$; $ES_m = 2850 \text{ Wh.m}^{-2}.\text{jour}^{-1}$.

On rappelle que la résistance thermique R_{th} d'un dispositif thermique en régime permanent, traversé par un flux thermique ϕ générant une différence de température ΔT entre ses frontières, est définie par $R_{th} = \Delta T / \phi$. Le liquide caloporteur circulant en fond de dalle, on peut considérer qu'il est à la même température moyenne $T(0)_m$.

II.1.2 Déterminer la résistance thermique globale de la dalle entre le circuit solaire et l'air ambiant de température moyenne T_{im} en fonction de H , λ , S et h . En déduire $T(0)_m$.

A.N. : Calculer R_{th} et $T(0)_m$ avec $h = 6, 7 \text{ SI}$; $\lambda = 1, 75 \text{ SI}$; $H = 26 \text{ cm}$ et $S = 100 \text{ m}^2$.

II.1.3 Etablir l'expression du débit volumique D à imposer dans le circuit solaire si l'on veut limiter l'écart de température ΔT_s entre l'entrée et la sortie des panneaux à une valeur moyenne ΔT_{sm} en intersaison, en fonction de P_{ch} , η et des caractéristiques physiques du liquide.

A.N. : Calculer D sachant que $\Delta T_{sm} = 4,5^\circ\text{C}$.

II.1.4 Un autre critère de détermination de D est d'assurer en toutes circonstances le fonctionnement de l'installation pendant les jours de faible ensoleillement, ce qui impose une valeur *minimum* de l'écart ΔT_s de 2°C . La puissance thermique absorbée à un instant t quelconque par les capteurs solaires est bien représentée par la relation :

$$P_s = A [BE - K(T_{sm} - T_e)], \quad (\text{B } 2)$$

où E est l'éclairement solaire (en W.m^{-2}) reçu par les panneaux, T_{sm} la température moyenne du liquide caloporteur dans les panneaux et T_e la température extérieure. B et K sont les deux constantes caractéristiques statiques des capteurs. Quelle est leur signification physique ?

L'éclairement minimum devant permettre le fonctionnement en hiver étant fixé à $E_{\min}$, quelle doit être la valeur *limite* de D ?

A.N. : Calculer $D_{\lim}$ avec $E_{\min} = 300 \text{ Wm}^{-2}$; $B = 0,7$; $K = 4 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$; $A = 20 \text{ m}^2$; $T_{sm} = 19^\circ\text{C}$ et $T_e = -10^\circ\text{C}$.

II.2 Caractéristiques hydrauliques du circuit solaire

Le calcul de la puissance de la pompe est conditionné par celui des pertes d'énergie dans le circuit complet, dues à la viscosité du liquide et aux diverses déformations de l'écoulement au passage des coudes, des raccords, des sondes, des compteurs, etc. Pour limiter la consommation d'énergie électrique de la pompe à 1% de l'énergie fournie par les panneaux solaires, on souhaite maintenir un régime d'écoulement laminaire proche du régime turbulent dans les conduites du circuit.

II.2.1 Expliquer brièvement la différence entre un régime *laminaire* et un régime *turbulent*.

Les écoulements visqueux en canalisations fermées sont gouvernés par le nombre

de Reynolds (sans dimension) :
$$R_e = \frac{\rho \bar{V} D_H}{\mu}$$
, $\bar{V}$ étant la vitesse moyenne de l'écoulement, D_H le diamètre hydraulique de la canalisation.

II.2.2 Au-delà de quelle valeur approximative R_c de R_e l'écoulement laminaire devient-il instable (transition turbulente) dans une canalisation cylindrique de rayon R ?

A.N. : On choisit $D_H = 2R = 19 \text{ mm}$ pour $D = 0,8 \text{ m}^3/\text{heure}$. Calculer Re .

On étudie l'écoulement laminaire du liquide (supposé incompressible) dans la canalisation en régime permanent. On suppose la longueur L de la canalisation très grande devant son rayon, de sorte que l'écoulement peut être considéré comme invariant le long et autour de l'axe Ox de la canalisation, orienté dans le sens de l'écoulement.

II.2.3 En déduire que la vitesse du liquide est en tout point parallèle à Ox et ne dépend que de la distance r à Ox , et expliquer pourquoi elle est nulle contre les parois.

II.2.4 Soit P la pression statique en un point $M(r, \theta, x)$ et $\mathcal{G}$ l'accélération de la pesanteur orientée suivant l'axe vertical Oz , faisant un angle α avec Ox (figure 6). Montrer que :

$$\frac{\partial P_g}{\partial x} = \mu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right), \quad (\text{B } 3)$$

$P_g = P + \rho g z$ étant la pression motrice dont on montrera qu'elle ne dépend que de x .

Remarque : On pourra au choix utiliser l'équation locale de la dynamique ou faire un bilan des forces sur la particule fluide élémentaire de la figure 6.

II.2.5 En déduire que le profil de vitesse dans une section droite de la canalisation est de la forme $V(r) = C_1 r^2 + C_2$. Déterminer les expressions des constantes C_1 et C_2 en fonction de μ , R , L et de la perte de pression ΔP_g entre les extrémités de la canalisation. Tracer et commenter le graphe $V(r)$.

II.2.6 Montrer que le débit volumique dans la canalisation est :

$$D = -\frac{\pi R^4}{8\mu} \frac{\Delta P_g}{L} \quad (\text{B } 4)$$

II.2.7 Calculer ΔP_g en utilisant les valeurs du § II.2.2 et avec $L = 600 \text{ m}$.

Données en coordonnées cylindriques :

$$\text{div } \vec{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial (r A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad \text{et} \quad \Delta f = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

TROISIEME PARTIE

COMMANDE DU SYSTEME SOLAIRE

La commande du chauffage solaire est basée sur deux règles fondamentales :

- absorber le maximum de l'énergie solaire disponible à tout instant,
- éviter tout fonctionnement inverse qui évacuerait la chaleur de la dalle vers l'extérieur par les panneaux solaires.

Deux sondes de température A et B sont placées dans le circuit de chauffage, l'une en sortie haute des panneaux solaires où le liquide caloporteur est à la température T_s , l'autre sur la sortie de la dalle où il est à la température T_d . Les sondes utilisées sont deux résistances identiques de précision en nickel. Entre 0 et 100°C, leur résistance électrique est une fonction polynomiale de la température θ (°C) : $R(\theta) = a_0 + a_1 \theta + a_2 \theta^2$, avec $a_0 = 350 \Omega$; $a_1 = 1,91975 \Omega/^\circ\text{C}$, $a_2 = 2,3275.10^{-3} \Omega/^\circ\text{C}^2$.

III.1 Linéarisation des sondes de température

Afin de simplifier la conversion de la grandeur "température" en signal électrique, on "linéarise" les sondes en les alimentant en série à travers une résistance R_0 (figure 7). Soit U_{cc} la tension d'alimentation continue constante de la commande électronique.

III.1.1 Ecrire la tension U sous la forme $U(\theta) = U_0 + b_1 \theta + b_2 \theta^2 + \varepsilon(\theta^2)$, et déterminer dans quel domaine de température le terme de deuxième degré est inférieur à 1% de celui du premier degré. Evaluer ce domaine sachant que $R_0 = 1380 \Omega$. Conclure.

III.1.2 Pour éviter l'auto-échauffement de la sonde par effet Joule, on doit impérativement limiter l'intensité qui la traverse à 2 mA. En déduire la valeur limite de U_{cc} à respecter pour assurer cette condition entre 0 et 100°C.

III.2 Etude de la commande électronique solaire

Les deux sondes A et B sont reliées au circuit de commande (figure 8) où AO_1 , et AO_2 sont deux amplificateurs opérationnels basse tension unipolaires dont la tension de sortie à l'état saturé est 0 (état bas) ou $U_{sat} > 0$ (état haut). U_{ref} est une tension de référence constante. Le contact K de l'électroaimant EM est ouvert au repos. Le moteur M de la pompe solaire est un moteur asynchrone monophasé relié au secteur alternatif 220V

III.2.1 Analyser le fonctionnement électronique de la commande en dégageant les rôles des amplificateurs opérationnels AO_1 et AO_2 .

III.2.2 Quel est le rôle de la diode D ?

III.2.3 La commande électronique doit être réglée pour que la pompe soit mise en fonction si la température T_s de sortie des panneaux solaires dépasse de 4°C la température T_d de retour de dalle solaire, et qu'elle s'arrête si T_s devient inférieure à ($T_d + 2^\circ\text{C}$). Préciser l'emplacement des deux sondes A et B selon les sorties T_s ou T_d .

III.2.4 Exprimer la tension U_I en fonction de $T_s - T_d$, R_1 , R_2 , a_0 , R_0 et U_{cc} .

III.2.5 Soit $x = R_4 / R_3$. Exprimer la tension $U_I = U_m$ de mise en marche de la pompe et celle $U_I = U_a$ d'arrêt de la pompe, en fonction de x , U_{ref} et U_{sat} .

III.2.6 En déduire R_2/R_1 et U_{ref} sachant que $U_{cc} = 3,2 \text{ V}$, $U_{sat} = 3 \text{ V}$ et $x = 23$.

III.2.7 L'installateur doit pouvoir régler simplement les seuils de marche et d'arrêt. Quels réglages permettent les ajustements de R_4 et U_{ref} ? Conclure.

QUATRIEME PARTIE

REGULATION DU CHAUFFAGE D'APPOINT

Le chauffage d'appoint étant injecté dans la dalle solaire près de sa face supérieure en $x_a = 0,2$ m dans un second réseau de tubes hydrauliquement indépendant du réseau solaire (figure 1), il doit être régulé suffisamment précisément pour éviter de chauffer inutilement la dalle - ce qui diminuerait le rendement du système solaire - tout en répondant rapidement aux variations des températures extérieure et intérieure.

Le régulateur règle la température de départ du circuit d'appoint T_a en fonction de la température intérieure T_i du bâtiment, de la température de consigne T_{cons} , de la température extérieure T_e . On s'intéresse ici aux modèles de dalle de chauffage servant de base à la simulation numérique du système - qui ne sera pas abordée - et à la conception du régulateur électronique.

IV.1 Modélisation du plancher chauffant

La fonction de transfert normalisée d'un système du 2^{ème} ordre s'écrit :

$$H_2(p) = \frac{1}{1 + 2\xi\tau p + \tau^2 p^2}, \quad (D 1)$$

où p est la variable de Laplace ($p = i\omega$ en régime sinusoïdal), τ la constante de temps propre du système non amorti et ξ son coefficient d'amortissement.

IV.1.1 Ecrire l'équation différentielle correspondante reliant la sortie $s(t)$ à l'entrée $e(t)$. Représenter qualitativement les réponses dans le temps de ce système à un échelon unitaire d'entrée selon les plages de valeur de ξ .

La réponse thermique $j(H, t)$ de la dalle solaire d'épaisseur $H = 26$ cm à un échelon unitaire de densité de flux de chaleur est représentée sur la figure 9. Sa fonction de transfert thermique est assimilable à celle d'un système du second ordre, soumis à un retard pur r d'environ 1 heure :

$$H_s(p) \approx H_2(p) e^{-rp} = \frac{1}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)} e^{-rp} \quad \text{avec } \tau_1 \ll \tau_2 \quad (D 2)$$

IV.1.2 Exprimer ξ et τ en fonction de τ_1 et τ_2 .

IV.1.3 Si $e(t) = j(0, t)$ est un échelon unitaire, la réponse $s(t) = j(H, t)$ est :

$$s(t) = 1 + \frac{1}{\tau_2 - \tau_1} \left(\tau_1 e^{-\frac{(t-r)}{\tau_1}} - \tau_2 e^{-\frac{(t-r)}{\tau_2}} \right), \quad (D3)$$

avec $s = 0$ si $t < r$. Montrer que $s(t) \rightarrow \beta (t - r)^2$ lorsque $t \rightarrow r$, et exprimer β en fonction de τ_1 et τ_2 . Déterminer graphiquement les valeurs de r et β .

Sachant que $\tau_1 \ll \tau_2$, quelle est la limite de $s(t)$ lorsque $t \rightarrow \infty$? En déduire graphiquement les valeurs approximatives de τ_1 et τ_2 , puis de ξ et τ .

IV.2 Loi de chauffe en régime permanent

La température T_a supposée uniforme du circuit d'appoint dans la dalle est régulée par un régulateur électronique qui gère la position de l'électrovanne trois voies EV.

En l'absence de soleil et d'habitant, la puissance thermique fournie par le circuit d'appoint en régime permanent doit compenser exactement les déperditions thermiques du bâtiment pour maintenir la température intérieure à T lorsque la température extérieure est T_e (équation B 1).

IV.2.1 Soit R_{tha} la résistance thermique de la dalle entre le circuit d'appoint et l'air intérieur du bâtiment. Montrer que $T_a - T_i$ est proportionnel à $T_i - T_e$.

IV.2.2 Quelle valeur de base, $T_{a \text{ base}}$, la température du circuit doit-elle atteindre lorsque la température extérieure descend jusqu'à une valeur limite de base $T_{e \text{ base}}$ pour assurer une température intérieure de base $T_{i \text{ base}}$?

IV.2.3 En déduire la loi de chauffe classique donnant la *valeur de consigne* $T_{a \text{ cons}}$ que doit prendre la température T_a en fonction de la température intérieure $T_{i \text{ cons}}$ demandée au régulateur et de la température extérieure T_e :

$$T_{a \text{ cons}} = P_1 T_{i \text{ cons}} - P_2 T_e \quad (P_1 \text{ et } P_2 \text{ étant deux constantes}).$$

Calculer P_1 et P_2 pour $T_{a \text{ base}} = 28^\circ\text{C}$, $T_{i \text{ base}} = 18^\circ\text{C}$, $T_{e \text{ base}} = -10^\circ\text{C}$.

IV.3. Régulation en boucle fermée

En régime variable, le régulateur du chauffage d'appoint doit pouvoir ajuster rapidement $T_{a \text{ cons}}$ aux variations de la température extérieure et de l'ensoleillement qui agit rapidement sur la température intérieure si l'habitat est bien orienté et doté d'ouvertures vitrées suffisantes. A cet effet, on ajoute au régulateur un bloc correcteur comportant un amplificateur de différence $C (T_i - T_{i \text{ cons}})$ et un intégrateur

$$\frac{1}{\tau_i} \int (T_i - T_{i \text{ cons}}) dt$$

IV.3.1 Quelle est la fonction de transfert $H(p)$ de ce bloc correcteur ? Quels en sont les effets ? Quel phénomène limite la valeur de C ?

IV.3.2 Compléter le schéma-bloc du régulateur de la *figure* 10 en désignant T_i , T_e , $H(p)$, P_1 et P_2 .

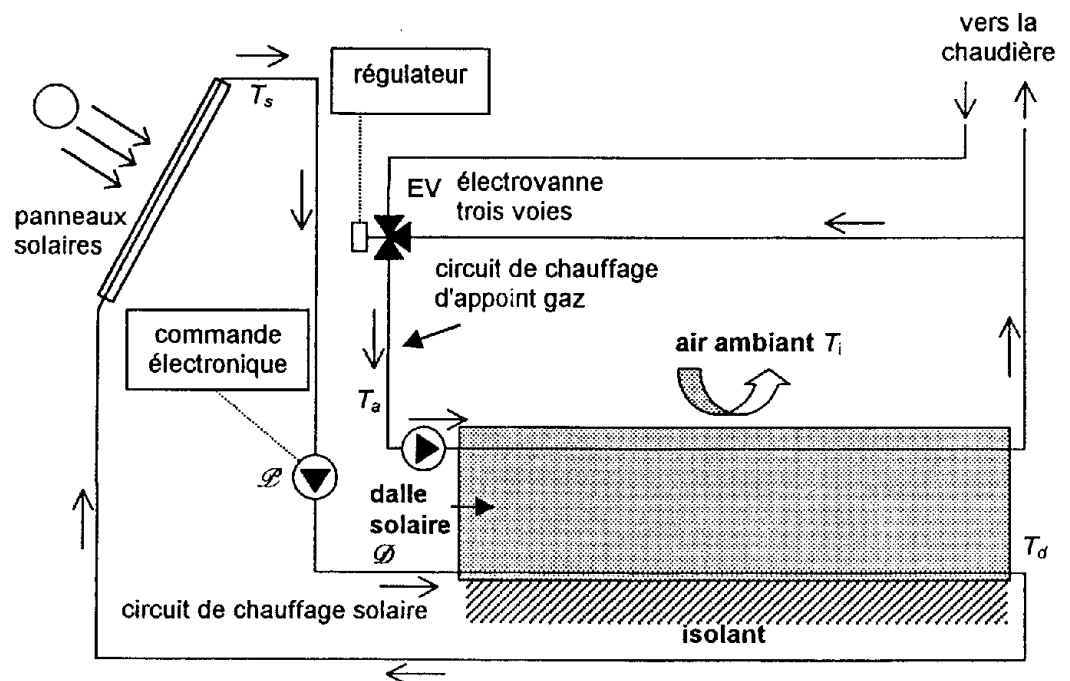


figure 1

figure 2

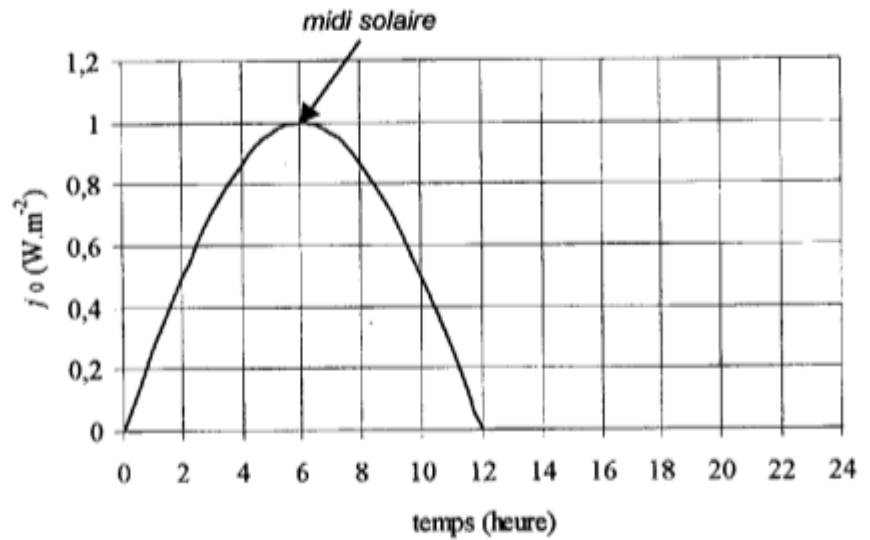
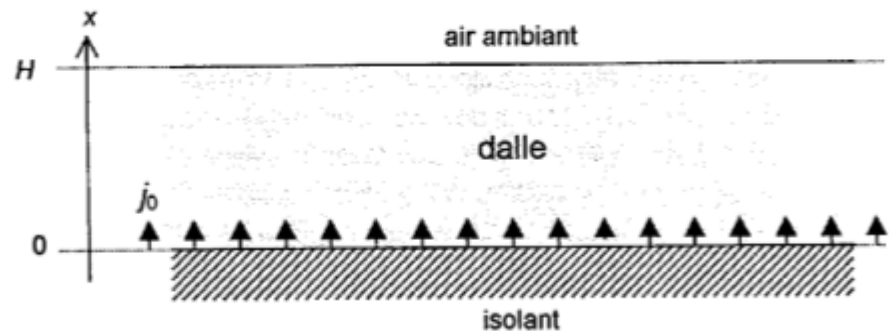


figure 3

figure 4
densité du
flux de
chaleur en
 $x=26\text{cm}$
dans la dalle
solaire
supposée
infiniment
épaisse par
temps clair
(pour 1W/m^2
d'amplitude
injecté en
 $x=0$)

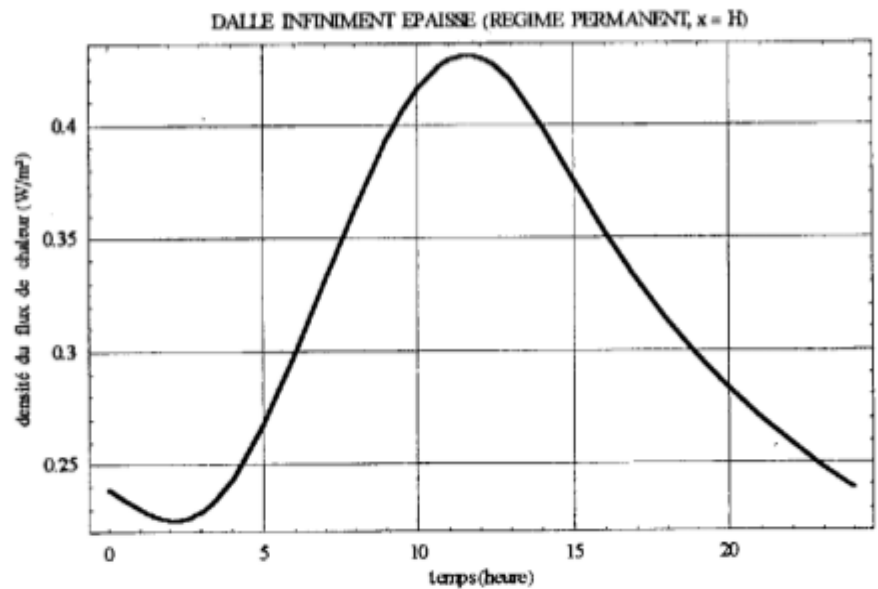


figure 5
densité du
flux de
chaleur à la
surface de
la dalle
solaire
d'épaisseur
26 cm
(mêmes
conditions)

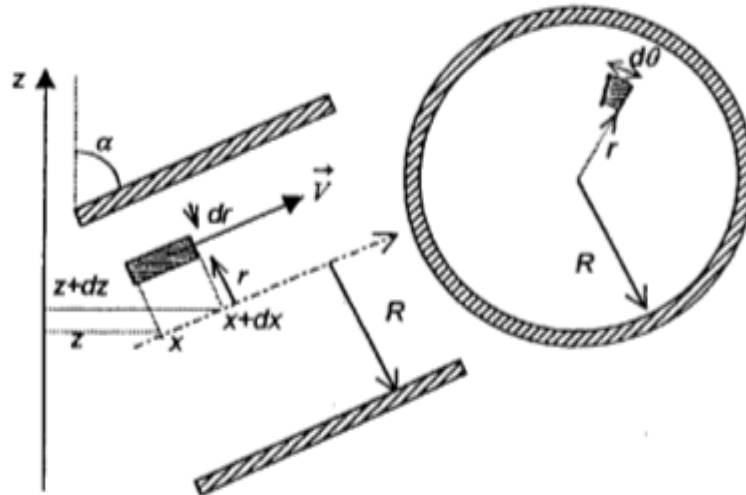
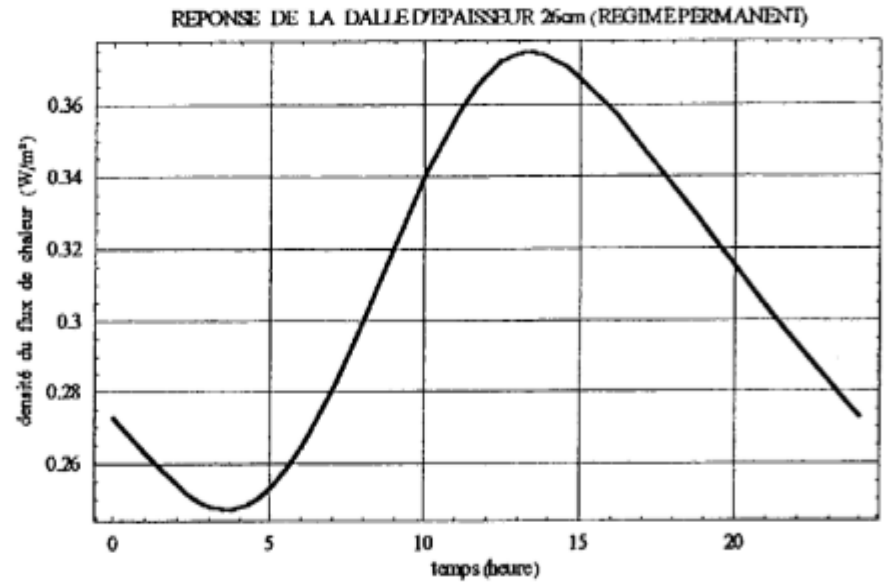


figure 6

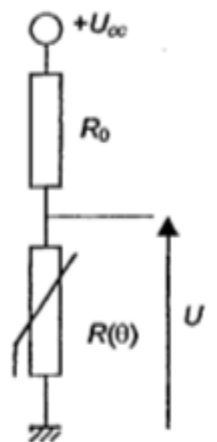


figure 7

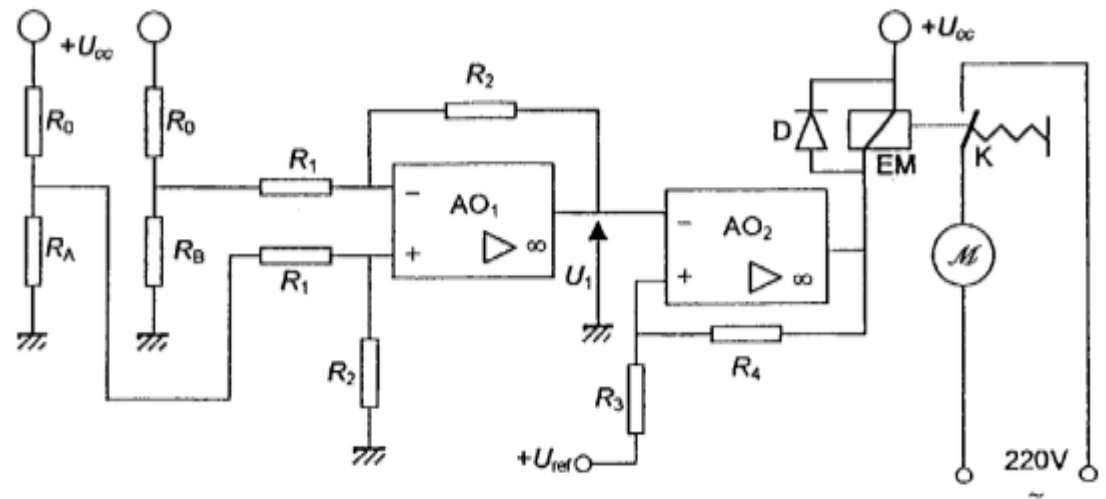


figure 8

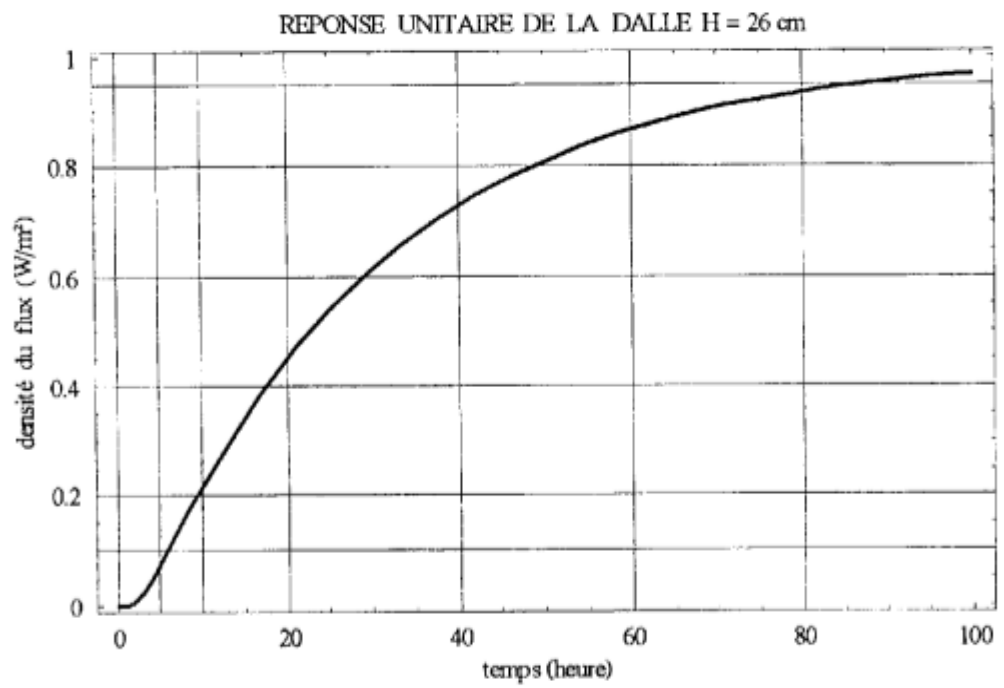


figure 9

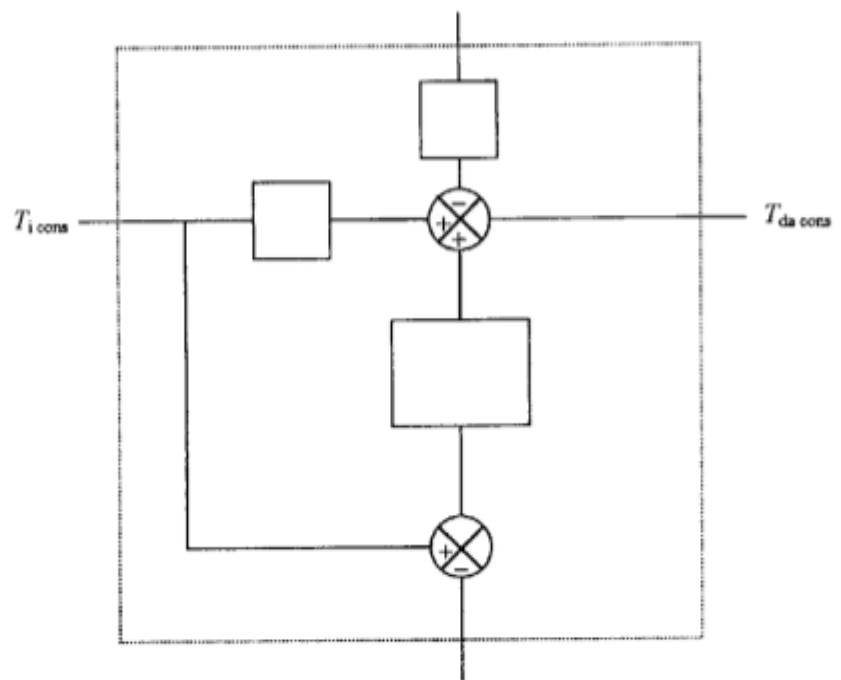


figure 10

FIN DE L'EPREUVE