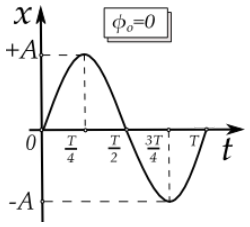
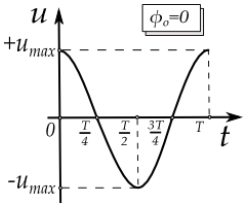
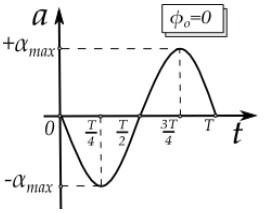
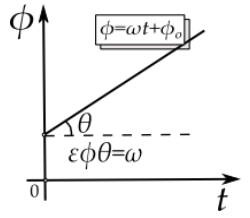
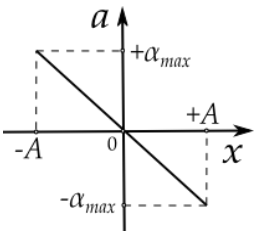
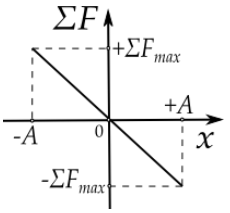
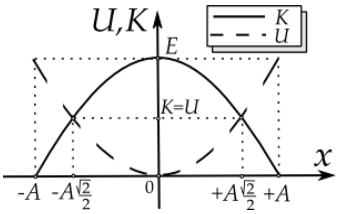
Ταλαντώσεις		
$f = \frac{N}{t}$ $\omega = \frac{\varphi}{t} = 2\pi f$ $\omega = \frac{2\pi}{T}$	*Ορισμός συχνότητας, κυκλικής συχνότητας, σχέση συχνότητας-περιόδου*	N = *αριθμός ταλαντώσεων* *Σε χρόνο μιας περιόδου ένα σώμα περνάει από τη θέση ισορροπίας δυο φορές.*
Εξίσωση κίνησης $x = A\eta\mu\omega t$ 	*Εξίσωση ταχύτητας* $u = u_{max}\sigma\upsilon\nu\omega t$ 	*Εξίσωση επιτάχυνσης* $a = -a_{max}\eta\mu\omega t$ 
$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$	*Εξίσωση κίνησης*	*Αρχική φάση* φ_o *Με* $0 \le \varphi_o < 2\pi$
$u = u_{max}\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_o)$	*Εξίσωση ταχύτητας*	*Αρχική φάση* φ_o *Με* $0 \le \varphi_o < 2\pi$
$a = -a_{max}\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$	*Εξίσωση επιτάχυνσης*	*Αρχική φάση* φ_o *Με* $0 \le \varphi_o < 2\pi$
Φάση ταλάντωσης $\varphi = \omega t + \varphi_o$ 	*Σχέση επιτάχυνσης-θέσης* $\alpha = -\omega^2 x$ 	*Δύναμη επαναφοράς, ικανή και αναγκαία συνθήκη για να κάνει ένα σώμα απλή αρμονική ταλάντωση* $\Sigma F = -Dx$ 
$D = m\omega^2$	*Σταθερά επαναφοράς*	*Εξαρτάται μόνο από τα χαρακτηριστικά του ταλαντωτή*
Μέγιστη ταχύτητα $u_{max} = \omega A$ *Στη θέση ισορροπίας*	*Μέγιστη επιτάχυνση* $a_{max} = \omega^2 A$ *Στις ακραίες θέσεις*	*Μέγιστη δύναμη επαναφοράς* $\Sigma F_{max} = DA$ *Στις ακραίες θέσεις*
$a = \pm\omega\sqrt{u_{max}^2 - u^2}$	*Σχέση ταχύτητας-επιτάχυνσης*	*(με απόδειξη)*
$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$ $f_o = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m}}$	*Ιδιοπερίοδος και ιδιοσυχνότητα ταλάντωσης*	
$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$	*Κυκλική συχνότητα ταλάντωσης*	
$E_\tau = K_{max} = \frac{1}{2}mu_{max}^2$ $E_\tau = U_{max} = \frac{1}{2}DA^2$	*Ενέργεια ταλάντωσης*	*Είναι σταθερή και ανεξάρτητη και της θέσης και του χρόνου*

Κινητική ενέργεια $\mathrm{K} = \frac{1}{2}mu^2$	*Δυναμική ενέργεια* $U_\tau = \frac{1}{2}Dx^2$	
$(A\Delta\mathrm{E})\ E_\tau = K + U$ $\frac{1}{2}mu_{max}^2 = \frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}Dx^2$ $\frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}Dx^2$	*Ενέργεια (αμείωτης) ταλάντωσης*	*Ισχύει κάθε χρονική στιγμή*
$W_{\varepsilon\pi} = W_{\Sigma F} = -\Delta U_\tau \Rightarrow$ $W_{\varepsilon\pi} = -\left(U_\tau^{\tau\varepsilon\lambda} - U_\tau^{\alpha\rho\chi}\right)$ $W_{\varepsilon\pi} = -\left(\frac{1}{2}Dx_{\tau\varepsilon\lambda}^2 - \frac{1}{2}Dx_{\alpha\rho\chi}^2\right)$	*Έργο της δύναμη επαναφοράς*	*Τα $x_{\alpha\rho\chi}$ και $x_{\tau\varepsilon\lambda}$ είναι μετρημένα από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης.*

Σχέση δυναμικής ενέργειας με το χρόνο

$$U_\tau = \frac{1}{2}Dx^2$$

$$U_\tau = \frac{1}{2}DA^2\eta\mu^2(\omega t + \varphi_o)$$

$$U_\tau = E\eta\mu^2(\omega t + \varphi_o)$$

για $\varphi_o = 0$ *τότε*

$$U_\tau = E\eta\mu^2\omega t$$

Σχέση κινητικής ενέργειας με το χρόνο

$$K = \frac{1}{2}mu^2$$

$$\mathrm{K} = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\sigma\upsilon\nu^2(\omega t + \varphi_o)$$

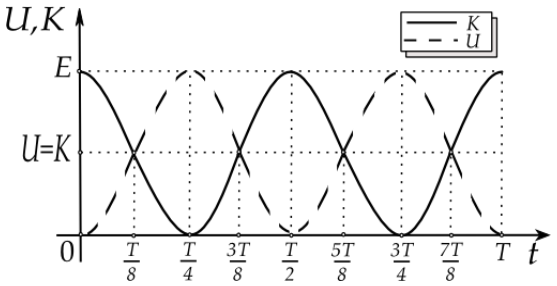
$$\mathrm{K} = E\sigma\upsilon\nu^2(\omega t + \varphi_o)$$

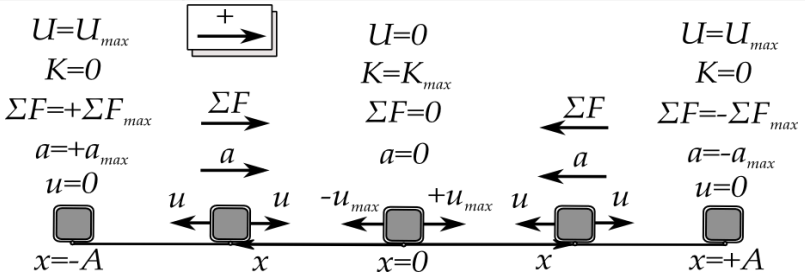
για $\varphi_o = 0$ *τότε*

$$K = E\sigma\upsilon\nu^2\omega t$$

Η συχνότητα με την οποία μεταβάλλεται η δυναμική και την κινητική ενέργεια ταλάντωσης είναι διπλάσια της συχνότητας της ταλάντωσης. Η περίοδος με την οποία μεταβάλλεται η δυναμική και κινητική ενέργεια ταλάντωσης είναι ίση με το μισό της περιόδου της ταλάντωσης.

Δηλαδή $f' = 2f$ και $\mathrm{T}' = \frac{\mathrm{T}}{2}$

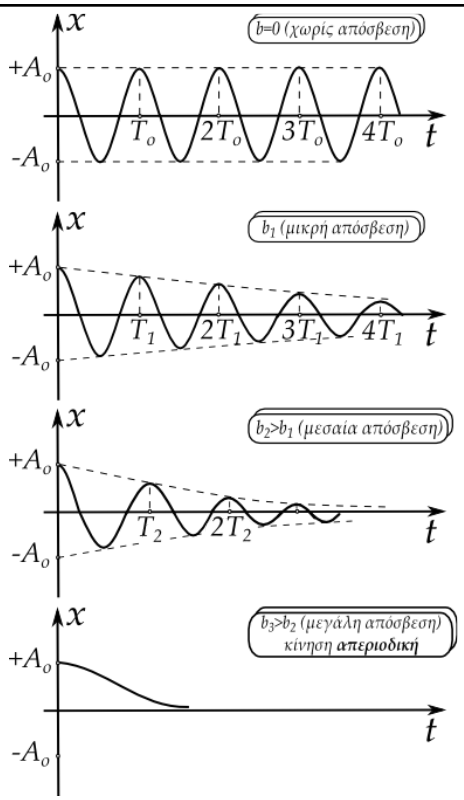




- ✔ *Από τις σχέσεις: α)* $\alpha = -\omega^2x$ *β)* $\Sigma F = -Dx$ *γ)* $\Sigma F = ma$ *έχουμε τα συμπεράσματα:*
  - *τα μεγέθη* ΣF *και* α *είναι σε κάθε θέση ομόρροπα μεταξύ τους*
  - *τα μεγέθη* ΣF *και* α *είναι σε κάθε θέση αντίρροπα με την απομάκρυνση* x
  - *τα μεγέθη* ΣF *και* α *έχουν σε κάθε θέση φορά προς τη θέση ισορροπίας* $(\Theta.\mathrm{I})$
- ✔ *Η χρονική διάρκεια της μετακίνησης από την θέση ισορροπίας* $(\Theta.\mathrm{I})$ *προς τις ακραίες θέσεις* $\pm\mathrm{A}$ *ή αντίθετα ισούται με* $\Delta t = \frac{T}{4}$ *ανεξάρτητα από την αφετηρία της ταλάντωσης*
- ✔ *Αν η αρχική φάση είναι μηδέν* $\varphi_o = 0$*, τότε η ταλάντωση ξεκινά από τη θέση ισορροπίας* $x = 0$ *προς το θετικό πλάτος*
- ✔ *Ανεξάρτητα από την αρχική φάση της ταλάντωσης:*
  - *Η φάση της ταχύτητας είναι μεγαλύτερη από τη φάση της απομάκρυνσης κατά* $\frac{\pi}{2}\ rad.$
  - *Η φάση της επιτάχυνσης είναι μεγαλύτερη από τη φάση της ταχύτητας κατά* $\frac{\pi}{2}\ rad$
  - *Η φάση της επιτάχυνσης είναι μεγαλύτερη από τη φάση της απομάκρυνσης κατά* $\pi\ rad.$

$U_{\text{ελ}} = \frac{1}{2}k\Delta l^2$	*Δυναμική ενέργεια ελατηρίου*	*Δl η παραμόρφωση του ελατηρίου (από τη θέση φυσικού μήκους του)*
$W_{\text{ελ}} = -\Delta U_{\text{ελ}} \Rightarrow$ $W_{\text{επ}} = -\left(U_{\text{ελ}}^{\text{τελ}} - U_{\text{ελ}}^{\text{αρχ}}\right)$ $W_{\text{ελ}} = -\left(\frac{1}{2}k\Delta l_{\text{τελ}}^2 - \frac{1}{2}k\Delta l_{\text{αρχ}}^2\right)$	*Έργο του ελατηρίου για μετακίνηση από θέση $\Delta l_{\text{αρχ}}$ με παραμόρφωση σε θέση $\Delta l_{\text{τελ}}$ με παραμόρφωση*	*Τα $\Delta l_{\text{αρχ}}$ και $\Delta l_{\text{τελ}}$ είναι μετρημένα από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου. Ο τύπος μας δίνει και το πρόσημο του έργου.*
$\frac{du}{dt} = a$	*Ρυθμός μεταβολής ταχύτητας*	*Ορισμός επιτάχυνσης*
$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \frac{\Sigma F \cdot dx}{dt} = \Sigma F \cdot u$	*Ρυθμός μεταβολής κινητικής ενέργειας = ισχύς συνισταμένης δύναμης* $P = \Sigma F \cdot u$	*ΣF και u στιγμιαίες τιμές*
$\frac{dU}{dt} = -\frac{dW_{F_{\text{επ}}}}{dt} \Rightarrow$ $\frac{dU}{dt} = -\frac{F_{\text{επ}} \cdot dx}{dt} = -F_{\text{επ}} \cdot u$	*Ρυθμός μεταβολή δυναμικής ενέργειας*	$\frac{dK}{dt} = -\frac{dU}{dt}$ *Ισχύει μόνο όταν δεν υπάρχει μη συντηρητική δύναμη (πχ. τριβή)*

Φθίνουσες Ταλαντώσεις		
$F' = -bu$	*Δύναμη απόσβεσης (αντίστασης)*	*Το b έχει μονάδα μέτρησης $\frac{kg}{s}$* *Και εξαρτάται από:* *α) από το σχήμα του ταλαντωτή.* *β) από το μέγεθος του ταλαντωτή.* *γ) από τις ιδιότητες του μέσου μέσα στο οποίο ταλαντώνεται το σώμα.*
$\Sigma F = m \cdot a \Rightarrow$ $F_{\text{επ}} + F_{\text{απ}} = m \cdot a \Rightarrow$ $-D \cdot x - b \cdot u = m \cdot a$	*Εξίσωση κίνησης*	
$A = A_o e^{-\Lambda t}$	*Πλάτος ταλάντωσης μετά από χρόνο t*	*Το Λ έχει μονάδα μέτρησης s^{-1}* *Και εξαρτάται από:* *Το b και τη μάζα του ταλαντωτή*
$\frac{A_o}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \text{σταθ}$	*Σχέση διαδοχικών πλατών στη φθίνουσα ταλάντωση*	

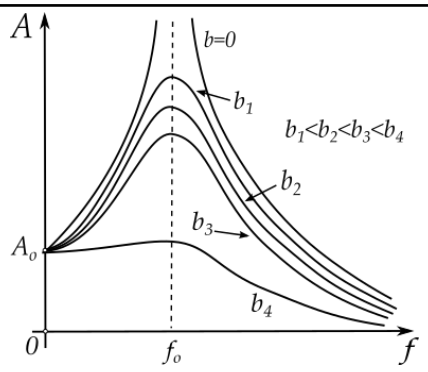
<table>
<tr>
<td>
</td>
<td></td>
<td>

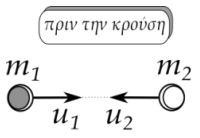
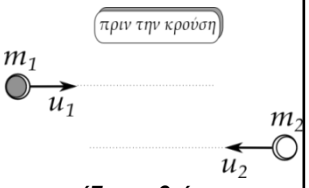
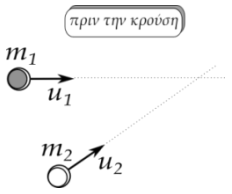
Για σταθερό b η περίοδος και η συχνότητα της ταλάντωσης παραμένουν σταθερές και είναι ανεξάρτητες από το πλάτος της ταλάντωσης.
Η αύξηση της σταθεράς απόσβεσης έχει σαν αποτέλεσμα:

η περίοδος να έχει μία μικρή αύξηση και η συχνότητα μία μικρή μείωση που θεωρούνται αμελητέες.
την αύξηση του ρυθμού με τον οποίο μειώνεται το πλάτος.
για πολύ μεγάλες τιμές του b η κίνηση να γίνεται απεριοδική, δηλαδή ο ταλαντωτής επιστρέφει στη θέση ισορροπίας χωρίς ποτέ να την υπερβεί.

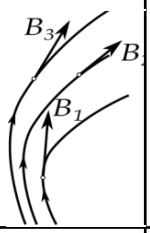
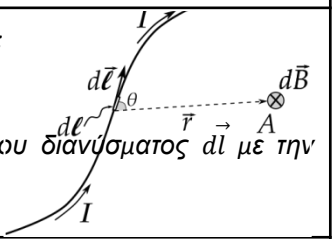
</td>
</tr>
<tr>
<td>$W_{F'} = E_{\tau\varepsilon\lambda} - \mathrm{E}_{\alpha\rho\chi}$
$W_{F'} = \frac{1}{2}DA^2 - \frac{1}{2}DA_o^2 < 0$</td>
<td>Έργο δύναμης απόσβεσης</td>
<td>Έργο αντίστασης = μείωση μηχανικής ενέργειας</td>
</tr>
<tr>
<td>$\mathrm{E}_{\alpha\pi} = \mathrm{E}_{\alpha\rho\chi} - E_{\tau\varepsilon\lambda}$
$\mathrm{E}_{\alpha\pi} = \frac{1}{2}DA_o^2 - \frac{1}{2}DA^2 > 0$</td>
<td>Ενέργεια των απωλειών</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>$\frac{dU}{dt} = -\frac{dW_{F_{\varepsilon\pi}}}{dt} \Rightarrow$
$\frac{dU}{dt} = -\frac{F_{\varepsilon\pi}\cdot dx}{dt} = -F_{\varepsilon\pi}\cdot u \Rightarrow$
$\frac{dU}{dt} = D\cdot x\cdot u$</td>
<td>Ρυθμός μεταβολή δυναμικής ενέργειας</td>
<td rowspan="3">$\frac{d\mathrm{E}}{dt} = \frac{dU}{dt} + \frac{dK}{dt} + \frac{dQ}{dt}$</td>
</tr>
<tr>
<td>$\frac{dQ}{dt} = \frac{\left|dW_{F'}\right|}{dt} = \frac{\left|F'\cdot dx\right|}{dt} \Rightarrow$
$\frac{dQ}{dt} = \left|F'\cdot u\right| = bu^2$</td>
<td>Ρυθμός παραγωγής θερμότητας</td>
</tr>
<tr>
<td>$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \frac{\Sigma F\cdot dx}{dt} \Rightarrow$
$\frac{dK}{dt} = \Sigma F\cdot u = \left(F_{\varepsilon\pi} + F_{\alpha\pi}\right)u \Rightarrow$
$\frac{dK}{dt} = (-D\cdot x - b\cdot u)u \Rightarrow$
$\frac{dK}{dt} = -D\cdot x\cdot u - b\cdot u^2$</td>
<td>Ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας</td>
</tr>
</table>

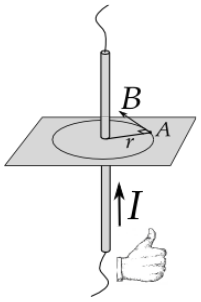
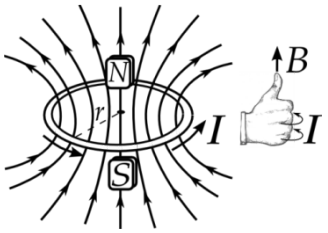
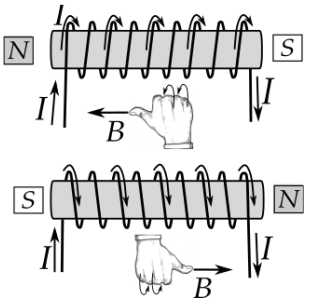
Εξαναγκασμένες Ταλαντώσεις		
$f_{\tau\alpha\lambda} = f_\delta$	*Ο διεγέρτης επιβάλλει τη συχνότητα του στο ταλαντούμενο σώμα*	*Για σταθερή συχνότητα του διεγέρτη έχουμε σταθερό πλάτος ταλάντωσης*
Συντονισμός $f_\delta = f_o$	*Συνθήκη συντονισμού* *Συχνότητα διεγέρτη = ιδιοσυχνότητα συστήματος*	*Κατά τη διάρκεια του συντονισμού:* ✔ *Μέγιστο πλάτος* ✔ *Μέγιστες απώλειες* ✔ *Μέγιστη προσφερόμενη ενέργεια*

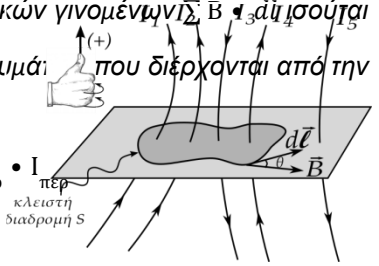
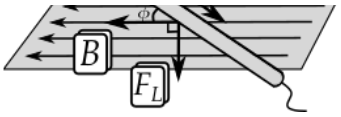
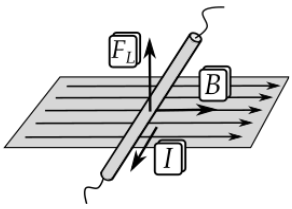
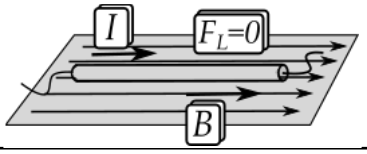
		✔ $\frac{dW_{F_\delta}}{dt} = \frac{dQ}{dt}$
$\Sigma F = ma \Rightarrow$ $F_{\delta\iota\varepsilon\gamma} + F_{\varepsilon\pi} + F_{\alpha\pi} = ma \Rightarrow$ $F_{\delta\iota\varepsilon\gamma} - Dx - bu = ma$	*Εξίσωση κίνησης*	
	*Για πολύ μεγάλες σταθερές απόσβεσης όπως το b_4 δεν παρατηρείται το φαινόμενο της μεγιστοποίησης του πλάτους για κάποια συχνότητα, είτε γίνεται ελάχιστα αντιληπτό.*	*Το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης με σταθερή τη συχνότητα f του διεγέρτη:* ✔ *Δεν μεταβάλλεται με το χρόνο* ✔ *Εξαρτάται από τη συχνότητα του διεγέρτη* ✔ *Εξαρτάται από τη σταθερά απόσβεσης b*
$\frac{U_{max}}{K_{max}} = \frac{\frac{1}{2}DA^2}{\frac{1}{2}mu_{max}^2} = \frac{\frac{1}{2}m\omega_o^2A^2}{\frac{1}{2}m\omega_\delta^2A^2} \Rightarrow \frac{U_{max}}{K_{max}} = \frac{f_o^2}{f_\delta^2}$		*Όταν το σύστημα βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού $f_\delta = f_o$. Οπότε:* $K_{max} = U_{max}$

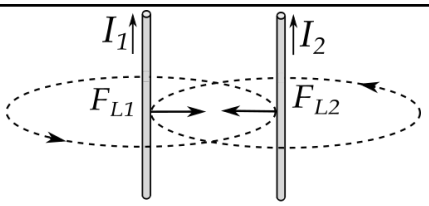
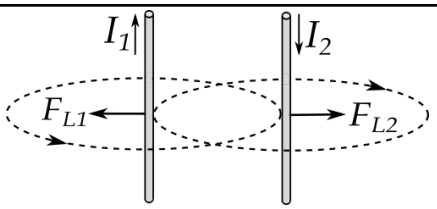
Κρούσεις			
Διάκριση των κρούσεων ανάλογα με τη διεύθυνση	***Κεντρική (ή μετωπική)*** *ονομάζεται η κρούση κατά την οποία τα διανύσματα των ταχυτήτων των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται βρίσκονται πάνω στην*  *ίδια ευθεία.*	***Έκκεντρη*** *ονομάζεται η κρούση κατά την οποία τα διανύσματα των ταχυτήτων των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται έχουν ίδια διεύθυνση, χωρίς όμως να βρίσκονται πάνω στην*  *ίδια ευθεία.*	***Πλάγια*** *ονομάζεται η κρούση κατά την οποία οι ταχύτητες των σωμάτων πριν την κρούση έχουν τυχαίες διευθύνσεις.* 
$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}$	*Αρχή Διατήρησης της Ορμής* *Ισχύει σε κάθε κρούση αν $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0$* *Επίσης για κάθε κρούση ισχύει $\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2$*		
*Τα σώματα που αποτελούν ένα σύστημα αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, είτε με επαφή είτε από απόσταση. Ονομάζουμε **εσωτερικές** τις δυνάμεις αλληλεπίδρασης μεταξύ των σωμάτων που αποτελούν το σύστημα. Ονομάζουμε **εξωτερικές** τις δυνάμεις που ασκεί το περιβάλλον στα σώματα που αποτελούν το σύστημα. Ονομάζουμε **μονωμένο** το σύστημα στο οποίο οι εξωτερικές δυνάμεις έχουν μηδενική συνισταμένη.*			
ελαστική			
$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}$ ***και*** $K_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda}$	*Αρχή Διατήρησης της Ορμής, Διατήρηση της Κινητικής Ενέργειας*	*Ισχύει σε ελαστική κρούση.*	
$u_1 + u_1' = u_2 + u_2'$	*Ισχύει για **κεντρική** ελαστική κρούση*	*βάζουμε την **αλγεβρική** τιμή των ταχυτήτων*	

$\vec{u}'_1 = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\vec{u}_1 + \frac{2m_2}{m_1+m_2}\vec{u}_2$ $\vec{u}'_2 = \frac{2m_1}{m_1+m_2}\vec{u}_1 + \frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}\vec{u}_2$	*Τελικές ταχύτητες σε* ***κεντρική*** *ελαστική κρούση*	*στους τύπους βάζουμε την* ***αλγεβρική*** *τιμή των ταχυτήτων*
$\vec{u}'_1 = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\vec{u}_1$ $\vec{u}'_2 = \frac{2m_1}{m_1+m_2}\vec{u}_1$	*Τελικές ταχύτητες σε* ***κεντρική*** *ελαστική κρούση με το σώμα* m_2 *αρχικά ακίνητο*	
$u'_1 = u_2$ $u'_2 = u_1$	*Τελικές ταχύτητες σε κεντρική ελαστική κρούση δύο σωμάτων ίδιας μάζας*	$m_1 = m_2$
$u'_1 \simeq -u_1$ $u'_2 \simeq 0$	*Τελικές ταχύτητες σε κεντρική ελαστική κρούση όταν το δεύτερο σώμα είναι ακίνητο και πολύ μεγαλύτερης μάζας*	$m_2 \gg m_1$ *και* $u_2 = 0$
$\Pi\% = \frac{K'_2-K_2}{K_1} = \frac{K_1-K'_1}{K_1}$		*Το ποσοστό μεταφοράς ενέργειας από ένα σώμα* (1) *σε ένα άλλο σώμα* (2) *κατά την κρούση*
Ανελαστική		
$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\epsilon\lambda}$	*Αρχή Διατήρησης της Ορμής*	*Ισχύει σε ανελαστική κρούση.*
$(\Delta\Delta\Epsilon)\ \ K_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + Q$	*Αρχή διατήρησης της ενέργειας*	Q*: θερμότητα, μεταβολή της κινητικής, μεταβολή της μηχανικής ενέργειας* *Απώλεια:* $E_{\alpha\pi\omega\lambda} = Q = K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\epsilon\lambda}$
$\Pi\% = \frac{E_{\alpha\pi\omega\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}} = \frac{\lvert\Delta K\rvert}{K_{\alpha\rho\chi}} = \frac{\lvert K_{\tau\epsilon\lambda}-K_{\alpha\rho\chi}\rvert}{K_{\alpha\rho\chi}} = \frac{Q}{K_{\alpha\rho\chi}}$		*Ποσοστό της απώλειας ή το ποσοστό επί τοις εκατό της αρχικής κινητικής (ή μηχανικής) ενέργειας του συστήματος που χάθηκε*

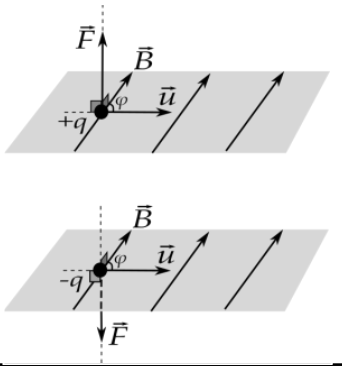
<table>
<tr><th colspan="3">Μαγνητισμός</th></tr>
<tr><td>Μαγνητικό πεδίο</td><td colspan="2">Μαγνητικό πεδίο ονομάζεται ο χώρος μέσα στον οποίο, αν βρεθεί κάποιος μαγνήτης, θα ασκηθεί πάνω του μαγνητική δύναμη</td></tr>
<tr><td>Ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου</td><td>Το μέγεθος εκείνο που μας δείχνει το «πόσο ισχυρό» είναι το πεδίο στα διάφορα σημεία του</td><td>Η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου είναι διανυσματικό μέγεθος. Η κατεύθυνση της έντασης σε ένα σημείο του μαγνητικού πεδίου ταυτίζεται με την κατεύθυνση μιας μαγνητικής βελόνας (από το νότιο προς τον βόρειο πόλο) που τοποθετείται και ισορροπεί στο σημείο αυτό.
Μονάδα μέτρησης
$1\,\mathrm{T} = 1\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}\cdot m}$</td></tr>
<tr><td>Δυναμική γραμμή ενός μαγνητικού πεδίου ονομάζεται εκείνη η νοητή γραμμή στην οποία η ένταση του πεδίου εφάπτεται σε κάθε σημείο της.

</td><td colspan="2">✔ Οι δυναμικές γραμμές είναι κλειστές. Για την περίπτωση ραβδόμορφου μαγνήτη, στο εξωτερικό του μαγνήτη οι δυναμικές γραμμές κατευθύνονται από το βόρειο προς το νότιο μαγνητικό πόλο ενώ στο εσωτερικό του μαγνήτη κατευθύνονται από το νότιο προς το βόρειο μαγνητικό πόλο.
✔ Στις περιοχές του πεδίου που οι δυναμικές γραμμές είναι πιο πυκνές, το πεδίο είναι πιο ισχυρό, δηλαδή, η ένταση του πεδίου έχει μεγαλύτερο μέτρο.
✔ Οι δυναμικές γραμμές δεν τέμνονται ούτε και εφάπτονται σε κάποιο σημείο.</td></tr>
<tr><td>το πείραμα του $Oersted$</td><td colspan="2">τα μαγνητικά πεδία προέρχονται από ηλεκτρικά ρεύματα, δηλαδή από κινούμενα ηλεκτρικά φορτία.</td></tr>
<tr><td>Νόμος των $Biot - Savart$</td><td colspan="2">Το μέτρο της έντασης $d\vec{B}$ υπολογίζεται από τη σχέση:
$dB = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}\eta\mu\theta$
όπου θ η γωνία που σχηματίζει η κατεύθυνση του διανύσματος dl με την κατεύθυνση του διανύσματος θέσης $\vec{r}$.

</td></tr>
<tr><td colspan="3">Μαγνητικό πεδίο ρευματοφόρων αγωγών</td></tr>
<tr><td>Ευθύγραμμος αγωγός</td><td>Κυκλικός αγωγός</td><td>Σωληνοειδές</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>Η ένταση του μαγνητικού πεδίου σε κάθε σημείο
$B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{r}$</td>
<td>Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του
$B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I}{r}$</td>
<td>Η ένταση στο κέντρο του:
$B = \mu_o \frac{N}{l} I$
Αριθμός ανά μονάδα μήκους
$\eta = \frac{N}{l}$

Η ένταση στα άκρα του:
$B' = \frac{B}{2}$</td>
</tr>
<tr><td colspan="3"></td></tr>
<tr>
<td>Νόμος του Ampere</td>
<td colspan="2">Κατά μήκος της κλειστής διαδρομής S, το άθροισμα των εσωτερικών γινομένων $\sum \vec{B} \cdot \vec{dl}$ ισούται με το γινόμενο $\mu_o \bullet I_{περ}$, όπου $I_{περ}$ το αλγεβρικό άθροισμα των ρευμάτων που διέρχονται από την επιφάνεια η οποία περιβάλλεται από την κλειστή διαδρομή S.
$$\sum \vec{B} \bullet \vec{dl} = \mu_o \bullet I_{περ} \Rightarrow \sum B \cdot dl \cdot \text{συν}\theta = \mu_o \bullet I_{περ}$$
✔ ισχύει μόνο για ρεύματα που έχουν σταθερή ένταση και κατ' επέκταση δημιουργούν μαγνητικά πεδία που δεν μεταβάλλονται με τον χρόνο

</td>
</tr>
<tr><td colspan="3">Δύναμη $Laplace$</td></tr>
<tr>
<td>$F_L = BIl \cdot \eta\mu\varphi$</td>
<td>Όπου φ η γωνία που σχηματίζει ο αγωγός με τις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου.</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Όταν ο αγωγός είναι κάθετα τοποθετημένος στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου ($\varphi = 90°$), τότε $\eta\mu 90° = 1$, οπότε η δύναμη $Laplace$ που δέχεται ο αγωγός είναι μέγιστη και ίση με $F_L = BIl$.

</td>
<td>Όταν ο αγωγός είναι παράλληλα τοποθετημένος στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου ($\varphi = 0°$), τότε $\eta\mu 0° = 0$, οπότε $F_L = 0$, δηλαδή ο αγωγός δεν δέχεται δύναμη $Laplace$.

</td>
</tr>
<tr>
<td>$1\,T = 1\,\frac{N}{A \cdot m}$</td>
<td>$1\,Tesla\,(T)$ είναι η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο οποίο, αν τοποθετήσουμε έναν ευθύγραμμο αγωγό μήκους $1\,m$ που διαρρέεται από ρεύμα έντασης 1 A, θα ασκηθεί πάνω του δύναμη $Laplace$ ίση με 1 N.</td>
</tr>
<tr><td colspan="2">Παράλληλοι ρευματοφόροι αγωγοί</td></tr>
</table>

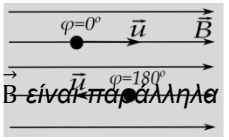
$F_{L,1} = F_{L,2} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1I_2}{d}l$	 *ρεύματα ομόρροπα ελκτικές δυνάμεις*	 *ρεύματα αντίρροπα απωστικές δυνάμεις*
Ορισμός 1 Ampere	1 A *είναι η ένταση του σταθερού ρεύματος που όταν διαρρέει δύο ευθύγραμμους παράλληλους αγωγούς απείρου μήκους, οι οποίοι βρίσκονται στο κενό και σε απόσταση* $d = 1\,m$ *ο ένας από τον άλλο, τότε σε τμήμα μήκους* $l = 1\,m$ *ο ένας ασκεί στον άλλο δύναμη* $F = 2\cdot10^{-7}N$.	

Δύναμη $Lorentz$

$F = Bu\|q\|\eta\mu\varphi$	*όπου* φ *είναι η γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα* $\vec{u}$ *του φορτισμένου σωματιδίου με την κατεύθυνση των μαγνητικών γραμμών του πεδίου.*	

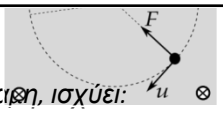
✔ ***Η δύναμη*** $Lorenz$ ***είναι ίση με μηδέν όταν:***

- *Το σωματίδιο δεν είναι φορτισμένο* $(q = 0)$*, όπως για παράδειγμα ένα νετρόνιο.*
- *Το φορτισμένο σωματίδιο είναι ακίνητο* $(u = 0)$.
- *Το φορτισμένο σωματίδιο κινείται παράλληλα στις μαγνητικές γραμμές, οπότε τα διανύσματα* $\vec{u}$ *και* $\vec{B}$ *είναι παράλληλα σχηματίζοντας γωνία* $\varphi = 0°$ *ή* $\varphi = 180°$.



✔ *Αφού η δύναμη* $Lorenz$ *που δέχεται ένα φορτισμένο σωματίδιο είναι συνεχώς κάθετη στην ταχύτητα του σωματιδίου, θα είναι κάθετη και σε κάθε στοιχειώδη μετατόπισή του. Αυτό σημαίνει ότι <u>το έργο της δύναμης</u> αυτής σε κάθε στοιχειώδη <u>μετατόπιση του σωματιδίου ισούται με μηδέν</u>*

◆ $\mathit{Όταν\ η\ ταχύτητα\ εκτόξευσης\ κάθετη\ στις\ μαγνητικές\ γραμμές}$



- ***Ακτίνα*** R

Επειδή η μαγνητική δύναμη που δέχεται το φορτισμένο σωματίδιο συμπεριφέρεται ως κεντρομόλος δύναμη, ισχύει:

$$\Sigma\vec{F}_R = m\vec{a}_\kappa \Rightarrow F = m\frac{u^2}{R} \Rightarrow Bu|q| = m\frac{u^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mu}{B|q|}$$

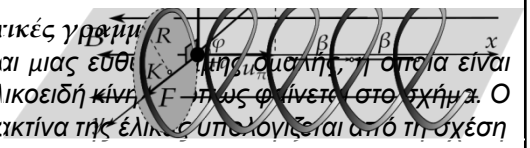
όπου R *η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς.*

- ***Περίοδος*** T

Επειδή το σωματίδιο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας, η ακτίνα R *και η περίοδος περιφοράς* T *του σωματιδίου ικανοποιούν τη σχέση* $u = \frac{2\pi R}{T}$*. Με αντικατάσταση της ακτίνας* R *από την προηγούμενη σχέση* (1)*, προκύπτει:*

$$T = \frac{2\pi\cdot\frac{mu}{B|q|}}{u} \Rightarrow T = \frac{2\pi m}{B|q|}$$

◆ *Όταν η ταχύτητα εκτόξευσης σχηματίζει τυχαία γωνία με τις μαγνητικές γραμμές*



Από τη σύνθεση των δύο αυτών κινήσεων, δηλαδή μιας ομαλής κυκλικής και μιας ευθύγραμμης ομαλής, η οποία είναι κάθετη στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς, προκύπτει ότι το σωματίδιο εκτελεί ελικοειδή κίνηση, όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο άξονας της έλικας είναι πάντοτε παράλληλος προς τις μαγνητικές γραμμές και η ακτίνα της έλικας υπολογίζεται από τη σχέση

$$R = \frac{mu_{\kappa}}{B|q|}$$

Η περίοδος της ομαλής κυκλικής κίνησης, που εκτελεί το σωματίδιο εξαιτίας της ταχύτητας $\vec{u}_{\kappa}$, ονομάζεται περίοδος της έλικας και υπολογίζεται από τη σχέση

$$T = \frac{2\pi m}{B|q|}$$

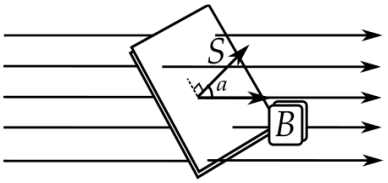
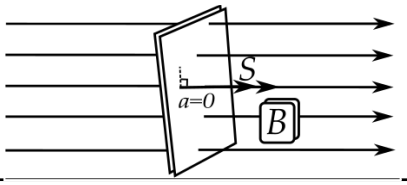
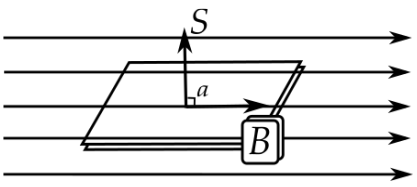
Το διάστημα που διανύει το σωματίδιο κατά μήκος του άξονα της έλικας (δηλαδή του άξονα που είναι παράλληλος στις μαγνητικές γραμμές) σε χρόνο ίσο με την περίοδο της κυκλικής κίνησης, που εκτελεί λόγω της ταχύτητας $\vec{u}_{\kappa}$, ονομάζεται βήμα της έλικας (β)

$$\beta = u_{\pi}\,\mathrm{T} \Rightarrow \beta = \frac{2\pi m}{B|q|}u_{\pi}$$

όπου

$\vec{u}_{\pi}$ *η συνιστώσα η οποία είναι παράλληλη στις μαγνητικές γραμμές του πεδίου και έχει μέτρο ίσο με* $u_{\pi} = u\sigma\upsilon\nu\varphi$ *και*

$\vec{u}_{\kappa}$ *η συνιστώσα η οποία είναι κάθετη στις μαγνητικές γραμμές του πεδίου και έχει μέτρο ίσο με* $u_{\kappa} = u\eta\mu\varphi$.

Μαγνητική ροη		
$\Phi = \mathrm{B}S\cdot\sigma\upsilon\nu\alpha$	*όπου* α *η γωνία που σχηματίζει η κάθετη στην επιφάνεια με τις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Εκφράζει τον αριθμό των δυναμικών γραμμών του μαγνητικού πεδίου που διέρχονται από μία επιφάνεια η οποία είναι τοποθετημένη μέσα σε αυτό.*	
Όταν η επιφάνεια είναι τοποθετημένη κάθετα στις δυναμικές γραμμές του πεδίου, η γωνία που σχηματίζει η κάθετη στην επιφάνεια με τις δυναμικές γραμμές του πεδίου είναι ίση με $\alpha = 0°$*, στην περίπτωση αυτή είναι μέγιστη και ίση με:* $\Phi = \mathrm{B}S$		
Όταν η επιφάνεια είναι τοποθετημένη παράλληλα στις δυναμικές γραμμές του πεδίου, τότε από αυτή δεν διέρχεται καμία δυναμική γραμμή. Η γωνία που σχηματίζει σε αυτή την περίπτωση η κάθετη στην επιφάνεια με τις δυναμικές γραμμές του πεδίου είναι ίση με $\alpha = 90°$ *στην περίπτωση αυτή είναι ελάχιστη και ίση με μηδέν:* $\Phi = 0$		
Μονάδα μέτρησης της μαγνητικής ροής ονομάζεται $1\ Weber$ $1\ Wb = 1\ T\cdot m^2$	$1\ Wb$ *είναι η μαγνητική ροη που περνάει μέσα από επιφάνεια εμβαδού* $1\ m^2$*, η οποία είναι τοποθετημένη κάθετα στις δυναμικές γραμμές ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης* 1 T.	

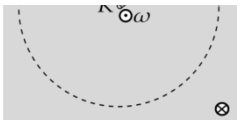
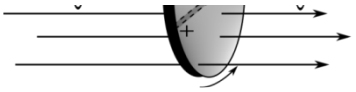
•Επαγωγική τάση

•Κλειστό κύκλωμα

•Επαγωγικό ρεύμα

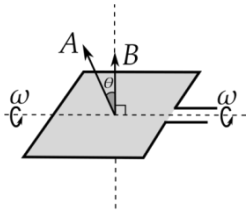
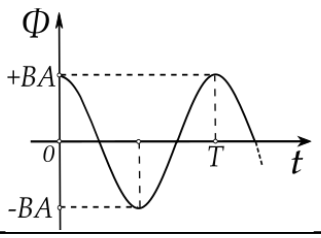
$E_{\varepsilon\pi} = -\,\mathrm{N}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$	*νόμος του* $Faraday$	*Η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή (επαγωγική τάση) που εμφανίζεται στα άκρα ενός πηνίου είναι ανάλογη με τον ρυθμό μεταβολής της μαγνητικής ροής και ανάλογη με τον αριθμό* N *των σπειρών του πηνίου*

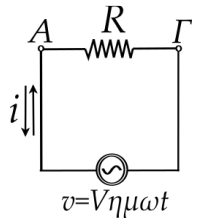
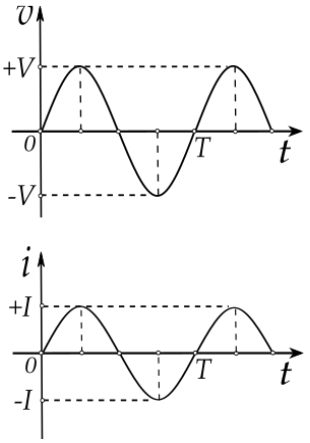
κανόνας του Lenz	*Το επαγωγικό ρεύμα έχει τέτοια φορά ώστε το μαγνητικό του πεδίο να αντιστέκεται στην αιτία που το προκάλεσε.*	*Ο κανόνας του Lenz είναι συνέπεια της αρχής διατήρησης της ενέργειας.*
$q_{\text{επ}} = \text{N}\frac{\lvert\Delta\Phi\rvert}{R}$	*νόμος του Neumann*	*Το ηλεκτρικό φορτίο που μετατοπίζεται από μία διατομή ενός αγωγού για δεδομένη μεταβολή της μαγνητικής ροής <u>είναι ανεξάρτητο από τον χρόνο</u> που διαρκεί η μεταβολή αυτή.*

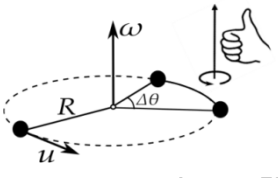
Στρεφόμενος αγωγός	***Στρεφόμενος δίσκος***
	
$E_{\text{επ}} = \frac{1}{2}\text{B}\omega l^2$ *Η πολικότητα της ΗΕΔ από επαγωγή, που αναπτύσσεται όταν ο αγωγός περιστρέφεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο, εξαρτάται από τη φορά περιστροφής του αγωγού και από τη φορά της έντασης του μαγνητικού πεδίου*	$E_{\text{επ}} = \frac{1}{2}\text{B}\omega r^2$ *Η επαγωγική τάση είναι ανάμεσα στο κέντρο του αγωγού και σ' ένα οποιοδήποτε σημείο της περιφέρειάς του*

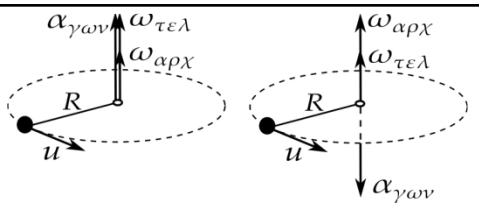
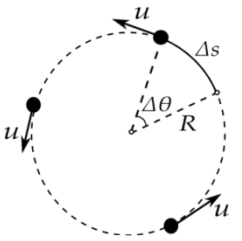
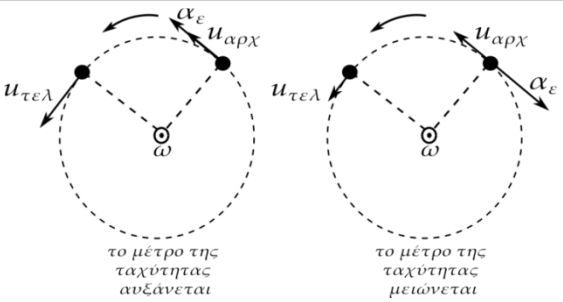
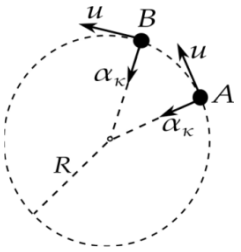
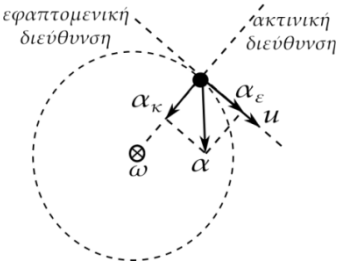
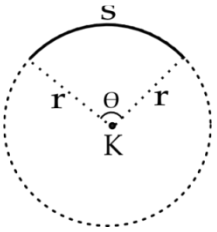
$E_{\text{αυτ}} = -L\frac{di}{dt}$	*ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή*	*Σε κάθε κύκλωμα που διαρρέεται από μεταβαλλόμενο ρεύμα δημιουργείται ΗΕΔ από επαγωγή που οφείλεται στη μεταβολή του δικού του μαγνητικού πεδίου*
Ο συντελεστής L ονομάζεται συντελεστής αυτεπαγωγής του κυκλώματος $L = \mu\mu_{\text{o}}\frac{\text{N}^2\text{A}}{l}$	*Μονάδα μέτρησης του συντελεστή αυτεπαγωγής στο διεθνές σύστημα μονάδων $(S.\text{I})$ είναι το 1 H $(Henry)$.*	*Ο συντελεστής αυτεπαγωγής είναι χαρακτηριστικό του πηνίου και εξαρτάται από τα γεωμετρικά του χαρακτηριστικά και το υλικό του πυρήνα του. Συγκεκριμένα εξαρτάται από:* ▪ *τη μαγνητική διαπερατότητα (μ) του υλικού του πυρήνα (εφόσον έχει πυρήνα)* ▪ *το μήκος (l) και το εμβαδόν διατομής (A) του πηνίου* ▪ *τον αριθμό σπειρών (N) του πηνίου.*
$U_B = \frac{1}{2}Li^2$	*Η ενέργεια μαγνητικού πεδίου που αποθηκεύεται στο πηνίο*	*Αν το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο είναι μεταβαλλόμενο, τότε και η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου επίσης μεταβάλλεται.*

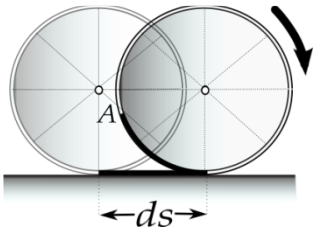
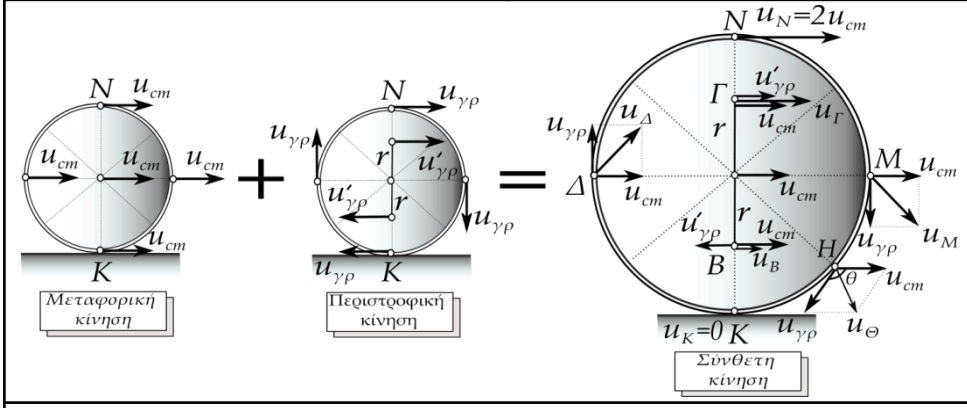
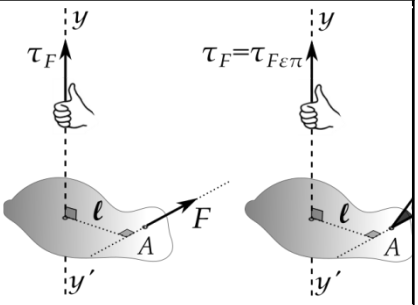
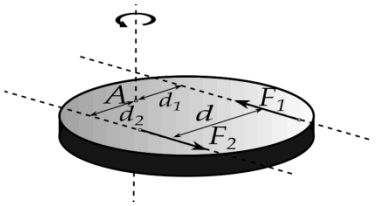
Εναλλασσόμενο ρεύμα

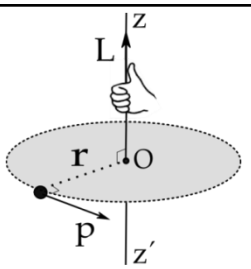
	<u>*μαγνητική ροή*</u> $\Phi = \text{BA}\sigma\upsilon\nu(\omega t)$	

	<u>εναλλασσόμενη τάση</u> $v = V\eta\mu(\omega t)$ με $V = N\omega BA$ <u>εναλλασσόμενο ρεύμα</u> $i = I\eta\mu(\omega t)$ με $I = \frac{V}{R}$	
Ενεργός εντάση *($I_{εν}$) ενός εναλλασσόμενου ρεύματος ονομάζεται η ένταση ενός συνεχούς ρεύματος σταθερής έντασης, το οποίο προκαλεί το ίδιο θερμικό αποτέλεσμα με το εναλλασσόμενο ρεύμα, όταν διαρρέει τον ίδιο αντιστάτη στον ίδιο χρόνο.*		$I_{εν} = \frac{I}{\sqrt{2}}$ $V_{εν} = \frac{V}{\sqrt{2}}$
Θερμότητα *εναλλασσόμενου ρεύματος*	***Στιγμιαία ισχύς*** *εναλλασσόμενου ρεύματος*	***Μέση ισχύς*** *εναλλασσόμενου ρεύματος*
$Q_{εναλλ} = I_{εν}^2 R \cdot \Delta t$	$p = vi$	$\overline{P}_R = I_{εν}^2 R$
$Q_{εναλλ} = V_{εν} I_{εν} \cdot \Delta t$	$p = i^2 R$	$\overline{P}_R = V_{εν} I_{εν}$
$Q_{εναλλ} = \frac{V_{εν}^2}{R} \cdot \Delta t$	$p = \frac{v^2}{R}$	$\overline{P}_R = \frac{V_{εν}^2}{R}$
η αρμονικά εναλλασσόμενη τάση που φτάνει στην οικιακή κατανάλωση έχει πλάτος $V = 220\sqrt{2}\,V$, $V_{εν} = 220\,V$ και συχνότητα ίση με $f = 50\,Hz$.		*Οι συσκευές και τα όργανα μέτρησης αναγράφουν την ενεργό τάση καθώς και την ενεργό ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος*

Στερεό		
$\omega = \frac{d\theta}{dt}$	*Γωνιακή ταχύτητα περιστροφής στερεού* $1\ \frac{rad}{s}$	 *Αξονικό διάνυσμα με φορά που δίνεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού*

$\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$	*Γωνιακή επιτάχυνση* $1\ \frac{rad}{s^2}$	 *Αξονικό διάνυσμα με φορά αυτή της* $d\vec{\omega}$
$\omega = \omega_o \pm \alpha_{\gamma\omega\nu} t$ $\Delta\theta = \theta_o t \pm \frac{1}{2}\alpha_{\gamma\omega\nu} t^2$	*Εξισώσεις ομαλά επιταχυνόμενης περιστροφικής κίνησης*	$\alpha_{\gamma\omega\nu}$ *= σταθερή*
$\vec{u} = \frac{d\vec{s}}{dt}$	*Γραμμική ταχύτητα ενός σημείου του στερεού που απέχει απόσταση* r *και γράφει τόξο* $d\vec{s}$ *σε χρόνο* dt *(ταχύτητα λόγω περιστροφής)* $1\ \frac{m}{s}$	
$\alpha_\varepsilon = \frac{du}{dt}$	*επιτρόχιος (γραμμική) επιτάχυνση* $1\ \frac{m}{s^2}$	
$\alpha_\kappa = \frac{u^2}{R}$ ή $\alpha_\kappa = \omega^2 R$	*κεντρομόλος επιτάχυνση* $1\ \frac{m}{s^2}$	
$\alpha = \sqrt{\alpha_\varepsilon^2 + \alpha_\kappa^2}$	*Η επιτάχυνση στις καμπυλόγραμμες κινήσεις δύναται να αναλυθεί σε δύο συνιστώσες ώστε η μία συνιστώσα να εκφράζει τη μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας και η άλλη να εκφράζει τη μεταβολή της διεύθυνσης της ταχύτητας.*	
$s = r \cdot \theta$ $u = \omega r$ $\alpha_\varepsilon = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot r$	*Σχέσεις γραμμικών και γωνιακών μεγεθών σε στερεό*	 r *είναι η απόσταση του σημείου στο οποίο θεωρούμε τη γραμμική ταχύτητα από τον άξονα ή το σημείο περιστροφής*

$u_{cm} = \omega \cdot R$ *Κύλιση χωρίς ολίσθηση*	*Σχέση ταχύτητας κέντρου μάζας-γωνιακής ταχύτητας*	 *Κάθε σημείο της περιφέρειας ενός τροχού, ο οποίος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, διαγράφει μήκος τόξου που είναι ίσο με το μήκος που διανύει το κέντρο μάζας του τροχού στην ίδια χρονική διάρκεια*
$a_{cm} = a_{\gamma\omega\nu} \cdot R$	*Σχέση ταχύτητας κέντρου μάζας-γωνιακής επιτάχυνσης*	*Κύλιση χωρίς ολίσθηση*
		*Γενικά ισχύει* $\vec{u} = \vec{u}_{cm} + \vec{u}_{\gamma\rho}$
$\vec{u}_N = \vec{u}_{cm} + \vec{u}_{\gamma\rho} \Rightarrow u_N = 2u_{cm} = 2\omega R$ $\vec{u}_N = \vec{u}_{cm} + \vec{u}_{\gamma\rho} \Rightarrow u_K = 0$ $\vec{u}_M = \vec{u}_\Delta = \vec{u}_{cm} + \vec{u}_{\gamma\rho} \Rightarrow u_M = \sqrt{u_{\gamma\rho}^2 + u_{cm}^2} = \sqrt{2}u_{cm}$ $\vec{u}_\Gamma = \vec{u}_{cm} + \vec{u}_{\gamma\rho} \Rightarrow u_\Gamma = u_{cm} + u'_{\gamma\rho} = \omega R + \omega r$ $\vec{u}_B = \vec{u}_{cm} + \vec{u}_{\gamma\rho} \Rightarrow u_B = u_{cm} - u'_{\gamma\rho} = \omega R - \omega r$ $\vec{u}_H = \vec{u}_{cm} + \vec{u}_{\gamma\rho} \Rightarrow u_H = \sqrt{u_{\gamma\rho}^2 + u_{cm}^2 + 2u_{cm}u_{\gamma\rho}\sigma\upsilon\nu\theta}$		*Όταν ο τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, η ταχύτητα του κέντρου μάζας του* $u_{cm} = \omega R$ *και η γραμμική ταχύτητα των σημείων της περιφέρειάς του* $u_{\gamma\rho} = \omega R$ *έχουν ίσα μέτρα*
$\tau_F = F \cdot l$	*Ροπή δύναμης ως προς άξονα* $1\ N \cdot m$	
$\tau = F \cdot d$	*Ροπή ζεύγους δυνάμεων* $(F_1 = F_2 = F)$	 *Ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου τους*
$\Sigma\vec{\tau} = \vec{0}$ $\Sigma\vec{F}_x = \vec{0}$ $\Sigma\vec{F}_y = \vec{0}$	*Συνθήκες ισορροπίας*	*Περιστροφική και μεταφορική ισορροπία.*

$L = mu \cdot r$	*Στροφορμή υλικού σημείου που εκτελεί κυκλική κίνηση ακτίνας r με (γραμμική) ταχύτητα u* $1\ \frac{kg \cdot m^2}{s}$	
$\Sigma\vec{\tau} = I\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu}$	*Θεμελιώδης νόμος δυναμικής περιστροφικής κίνησης*	
$\frac{dL}{dt} = \Sigma\tau$	*Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής* $1\ \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$	
$\Sigma\tau_{\epsilon\xi} = \frac{dL_{\sigma\upsilon\sigma\tau}}{dt}$	*Ο θεμελιώδης νόμος της στροφικής κίνησης για σύστημα σωμάτων*	
Αν $\Sigma\tau_{\epsilon\xi} = 0$, *τότε* $L_{\alpha\rho\chi} = L_{\tau\epsilon\lambda}$	*Διατήρηση στροφορμής για σώμα*	

Κύματα

Τρέχον κύμα

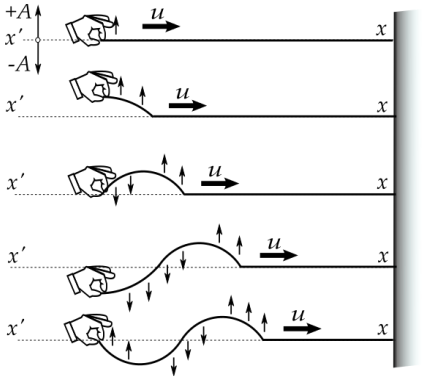
Κύμα *ονομάζουμε τη διάδοση μιας διαταραχής στον χώρο με ορισμένη ταχύτητα. Ο όρος διαταραχή αφορά στη μεταβολή ενός συγκεκριμένου φυσικού μεγέθους, ανάλογα με το είδος του κύματος*

Κατά τη διάδοση ενός κύματος <u>μεταφέρεται ενέργεια και ορμή</u> από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο, χωρίς όμως να μεταφέρεται ύλη.

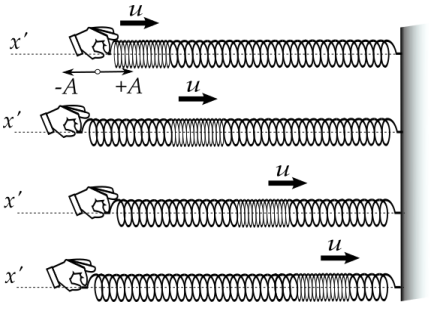
Τα μηχανικά κύματα *μεταφέρουν μηχανική ενέργεια και διαδίδονται σε ελαστικά μέσα που έχουν την ικανότητα να δέχονται και να μεταβιβάζουν προσωρινές παραμορφώσεις.*

Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα *μεταφέρουν ενέργεια ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου. Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα διαδίδονται και στο κενό.*

Εγκάρσια. *Τα υλικά σημεία του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται σε διεύθυνση κάθετη προς τη διεύθυνση διάδοσης του κύματος. Τα εγκάρσια κύματα διαδίδονται στα στερεά καθώς και στην επιφάνεια των υγρών και κατά τη διάδοσής τους σχηματίζονται στο ελαστικό μέσο 'όρη' και 'κοιλάδες'.*



Διαμήκη*, όπου τα υλικά σημεία του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται σε διεύθυνση παράλληλη προς τη διεύθυνση διάδοσης του κύματος. Τα διαμήκη κύματα διαδίδονται στα στερεά, τα υγρά και τα αέρια σώματα και κατά τη διάδοσής τους σχηματίζονται στο ελαστικό μέσο 'πυκνώματα' και 'αραιώματα'.*



Μήκος κύματος (λ) *ενός αρμονικού κύματος ονομάζουμε την απόσταση που διατρέχει το κύμα σε χρόνο ίσο με μία περίοδο του κύματος. Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών κορυφών ενός εγκάρσιου αρμονικού κύματος ισούται με ένα μήκος κύματος. Ακόμη, ένα μήκος κύματος είναι και απόσταση δύο διαδοχικών υλικών σημείων του μέσου τα οποία, την ίδια χρονική στιγμή, έχουν ίσες απομακρύνσεις και ίσες ταχύτητες.*

Ταχύτητα διάδοσης $\left(u_\delta\right)$ *ενός αρμονικού κύματος ονομάζουμε την ταχύτητα με την οποία διαδίδεται το κύμα. Εάν σε χρόνο* Δt *το κύμα διαδίδεται σε απόσταση* Δx*, τότε η ταχύτητα διάδοσης του κύματος δίνεται από τη σχέση:*

$$u_\delta = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

<u>Θεμελιώδης εξίσωση της κυματικής</u>

$$u_\delta = \lambda f$$

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος εξαρτάται μόνο από τις ιδιότητες του ελαστικού μέσου στο οποίο διαδίδεται το κύμα. Η συχνότητα του κύματος ισούται με τη συχνότητα της πηγής που παράγει το κύμα και δεν εξαρτάται από το μέσο διάδοσης

$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$	*Εξίσωση αρμονικού κύματος*	*Αν το κύμα διαδίδεται προς την αρνητική φορά του άξονα* $x'0x$ *βάζουμε συν στην εξίσωση*
$\varphi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$	Φάση αρμονικού κύματος	*Αν το κύμα διαδίδεται προς την αρνητική φορά του άξονα* $x'0x$ *βάζουμε συν στην εξίσωση*
Γενικά, το κύμα διαδίδεται από σημεία με μεγαλύτερη φάση προς σημεία με μικρότερη φάση.	$\varphi_\text{Κ} > \varphi_\Lambda \Rightarrow 2\pi\left(\frac{t_1}{T} - \frac{x_\text{Κ}}{\lambda}\right) > 2\pi\left(\frac{t_1}{T} - \frac{x_\Lambda}{\lambda}\right) \Rightarrow \frac{t_1}{T} - \frac{x_\text{Κ}}{\lambda} > \frac{t_1}{T} - \frac{x_\Lambda}{\lambda} \Rightarrow -\frac{x_\text{Κ}}{\lambda} > -\frac{x_\Lambda}{\lambda} \Rightarrow x_\text{Κ} < x_\Lambda$	

Συμφωνία φάσης μεταξύ δύο υλικών σημείων Κ ***και*** Λ ***του ελαστικού μέσου***

Προϋποθέσεις	*Διαφορά φάσης*	*Απόσταση*	*Χρονική διαφορά*
$y_K = y_\Lambda$ *και* $u_\text{Κ} = u_\Lambda$	$\Delta\varphi_{\text{Κ}\Lambda} = 2\kappa\pi$	$\Delta x_{\text{Κ}\Lambda} = \kappa\lambda$	$\Delta t_{\text{Κ}\Lambda} = \kappa\text{Τ}$

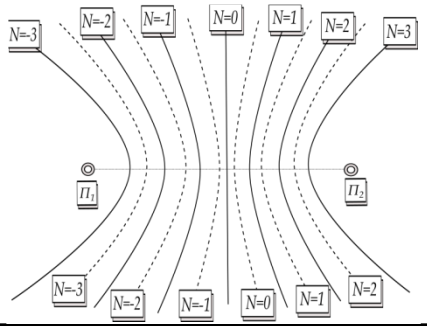
Αντίθεση φάσης μεταξύ δύο υλικών σημείων Κ ***και*** Λ ***του ελαστικού μέσου***

Προϋποθέσεις	*Διαφορά φάσης*	*Απόσταση*	*Χρονική διαφορά*
$y_K = -y_\Lambda$ *και* $u_\text{Κ} = -u_\Lambda$	$\Delta\varphi_{\text{Κ}\Lambda} = (2\kappa + 1)\pi$	$\Delta x_{\text{Κ}\Lambda} = (2\kappa + 1)\frac{\lambda}{2}$	$\Delta t_{\text{Κ}\Lambda} = (2\kappa + 1)\frac{\text{Τ}}{2}$

Συμβολή κυμάτων

Αρχή της επαλληλίας	
Όταν σε ένα ελαστικό μέσο διαδίδονται δύο ή περισσότερα κύματα, η απομάκρυνση ενός σημείου του μέσου είναι ίση με τη συνισταμένη των απομακρύνσεων που οφείλονται στα επιμέρους κύματα.	*τα κύματα διέρχονται ένα μέσα από το άλλο χωρίς να μεταβάλλονται* *τα κύματα δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους* *κάθε κύμα διαδίδεται σα να μην υπήρχε το άλλο* *η συνεισφορά κάθε κύματος στην απομάκρυνση κάθε σημείου του μέσου από τη θέση ισορροπίας του είναι ανεξάρτητη από την παρουσία άλλου κύματος*

Συμβολή ονομάζεται το αποτέλεσμα της επαλληλίας δύο ή περισσοτέρων κυμάτων τα οποία διαδίδονται ταυτόχρονα στην ίδια περιοχή του ελαστικού μέσου.

Ενισχυτική συμβολή	***Ακυρωτική συμβολή***
Το πλάτος της ταλάντωσης είναι μέγιστο και ίσο με 2A *στα σημεία όπου οι αποστάσεις τους είναι* r_1 *και* r_2 *από τις δύο πηγές ικανοποιούν τη σχέση:* $r_1 - r_2 = \text{N}\lambda,\ \text{όπου N} = 0, \pm1, \pm2, \ldots$	*Τα σημεία που παραμένουν ακίνητα είναι εκείνα των οποίων οι αποστάσεις* r_1 *και* r_2 *από τις δύο πηγές ικανοποιούν τη σχέση:* $r_1 - r_2 = (2\text{N} + 1)\frac{\lambda}{2},\ \text{όπου N} = 0, \pm1, \pm2, \ldots$
Κατά συνέπεια, τα σημεία στα οποία συμβαίνει ενισχυτική συμβολή και στα σημεία που συμβαίνει ακυρωτική συμβολή βρίσκονται πάνω σε υπερβολές (εκτός από τα σημεία που βρίσκονται στη μεσοκάθετο του $\Pi_1\Pi_2$*). Στο σχήμα φαίνονται με συνεχόμενη γραμμή οι υπερβολές ενισχυτικής συμβολής και διακεκομμένες γραμμές οι υπερβολές ακυρωτικής συμβολής.*	

Στάσιμο κύμα

$y = 2\text{A}\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}\eta\mu\frac{2\pi t}{T}$	*Εξίσωση στάσιμου κύματος*	***Στάσιμο*** *κύμα λέγεται το αποτέλεσμα της συμβολής δύο κυμάτων με ίδιο πλάτος και ίδια συχνότητα τα οποία διαδίδονται στο ίδιο μέσο με αντίθετες κατευθύνσεις.*
$\lvert\text{A}'\rvert = \left\lvert 2\text{A}\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}\right\rvert$	*Πλάτος του στάσιμου κύματος*	*Κάθε σημείο του μέσου εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερό πλάτος, το οποίο όμως διαφέρει από σημείο σε σημείο και είναι ίσο με την απόλυτη τιμή του παράγοντα* A'

Κοιλίες	***Δεσμοί***
τα υλικά σημεία που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος 2A	*τα σημεία που παραμένουν ακίνητα*
$x_\kappa = \text{N}\frac{\lambda}{2}\ \mu\varepsilon\ \text{N} = 0,\ \pm1,\ \pm2,\ \ldots$	$x_\delta = (2\text{N} + 1)\frac{\lambda}{4}\ \mu\varepsilon\ \text{N} = 0,\ \pm1,\ \pm2,\ \ldots$

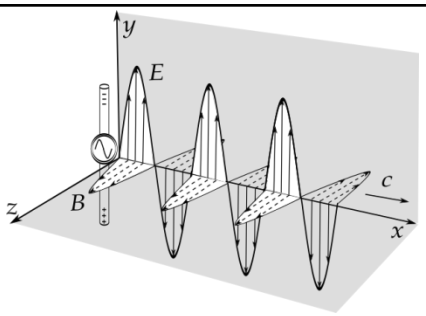
Εάν και τα δύο άκρα της χορδής μήκους L *είναι ακλόνητα στερεωμένα, δηλαδή και τα δύο άκρα της χορδής είναι δεσμοί, τότε το μήκος της χορδής δίνεται από τη σχέση:*

$$L = N\frac{\lambda}{2}$$

όπου N *ο αριθμός των κοιλιών*

Ηλεκτρομαγνητικό κύμα

$E = E_{max}\eta\mu2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ $B = B_{max}\eta\mu2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$	*Ηλεκτρομαγνητικό κύμα είναι η ταυτόχρονη διάδοση ενός ηλεκτρικού και ενός μαγνητικού πεδίου στον χώρο.*



- ✔ *η αιτία δημιουργίας του ηλεκτρομαγνητικού κύματος είναι η επιταχυνόμενη κίνηση ηλεκτρικών φορτίων*
- ✔ *το ηλεκτρομαγνητικό κύμα είναι εγκάρσιο. Τα διανύσματα του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου είναι κάθετα μεταξύ τους και κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.*

- ✔ *κάθε χρονική στιγμή το πηλίκο των μέτρων των εντάσεων του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου είναι ίσο με την ταχύτητα διάδοσης του ηλεκτρομαγνητικού κύματος. Δηλαδή:*

$$c = \frac{E}{B}$$

- ✔ *τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα, όπως και τα μηχανικά, υπακούουν στην αρχή της επαλληλίας.*
- ✔ *κοντά στην κεραία το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο έχουν διαφορά φάσης $90°$, ενώ μακριά από την κεραία μπορούμε να θεωρήσουμε ότι βρίσκονται σε φάση (δηλαδή μηδενίζονται ταυτόχρονα και μεγιστοποιούνται ταυτόχρονα).*

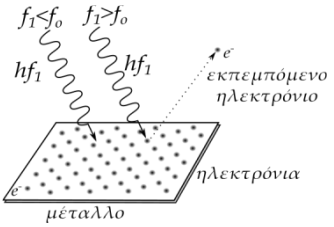
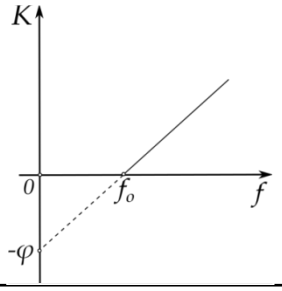
Ονομασία	***Μήκος κύματος***	***Πώς παράγονται***	***Πώς ανιχνεύονται***	***Χρήσεις***
Ραδιοκύματα	*Από $10^5\ m$ έως μερικά εκατοστά περίπου*	*Από ηλεκτρονικά κυκλώματα, όπως το κύκλωμα LC*	*Με κεραίες ραδιοφώνου, τηλεόρασης κ.λπ.*	*Ραδιοφωνία, τηλεόραση, τηλεφωνία κ.λπ.*
Μικροκύματα	*Από $30\ cm$ έως $1\ mm$ περίπου*	*Από ηλεκτρονικά κυκλώματα*	*Με ραντάρ*	*Φούρνοι μικροκυμάτων, ραδιοαστρονομία, ραντάρ κ.λπ.*
Υπέρυθρη ακτινοβολία	*Από $1\ mm$ έως $7{\cdot}10^{-7}\ m$ $(700\ nm)$ περίπου*	*Εκπέμπεται από θερμά σώματα*	*Με φωτογραφικό φιλμ, με θέρμανση του δέρματος κ.λπ.*	*Ειδικές φωτογραφήσεις τη νύχτα ή μέσα στα σύννεφα*
Ορατή ακτινοβολία	*Από $400\ nm$ έως $700\ nm$ περίπου*	*Από τις υπερδιεγέρσεις των ατόμων*	*Από το ανθρώπινο μάτι, φωτοκύτταρα, φωτογραφικά φιλμ κ.λπ.*	*Όραση, φωτοσύνθεση, οπτικές ίνες, φασματοσκοπία κ.λπ.*
Υπεριώδης ακτινοβολία	*Από $400\ nm$ έως $6{\cdot}10^{-8}\ m$ περίπου*	*Από τον ήλιο και από τις υπερδιεγέρσεις ορισμένων ατόμων*	*Με φωτογραφικά φιλμ και φωτοκύτταρα*	*Αισθητική Ιατρική, αποστείρωση ιατρικών εργαλείων κ.λπ.*
Ακτίνες X ***(ή ακτίνες*** $Roentgen$***)***	*Από $10^{-8}\ m$ έως $10^{-13}\ m$ περίπου*	*Από την επιβράδυνση ταχέως κινούμενων ηλεκτρονίων καθώς προσκρούουν σε μεταλλικό στόχο*	*Με φωτογραφικά φιλμ*	*Στην Ιατρική για διαγνωστικούς σκοπούς και στη μελέτη της δομής των κρυστάλλων*
Ακτίνες γ	*Από $10^{-10}\ m$ έως $10^{-14}\ m$ περίπου*	*Από τις αποδιεγέρσεις ραδιενεργών πυρήνων και από πυρηνικές αντιδράσεις*	*Με απαριθμητή* $Geiger - Mueller$	*Εργαστηριακή μελέτη κρυσταλλικών δομών (ιδιαίτερα επικίνδυνες για τον άνθρωπο)*

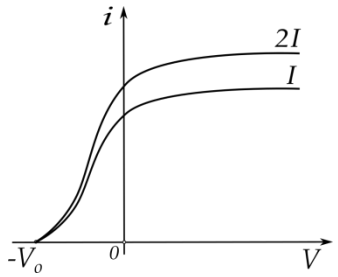
Μήκος κύματος στο κενό σε nm	*Χρώμα*
700-630	*Ερυθρό*
630-590	*Πορτοκαλί*
590-560	*Κίτρινο*
560-480	*Πράσινο*
480-440	*Κυανό*
440-400	*Ιώδες*

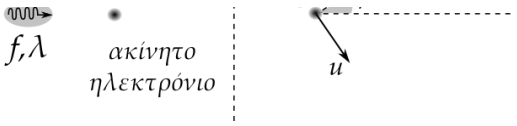
Κβαντική		
Μέλαν σώμα		
Μέλαν σώμα *στη φυσική θεωρείται το σώμα που απορροφά την ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία που προσπίπτει σ' αυτό, σε όλο το φάσμα της (όλες τις συχνότητες).*	*Απορροφά όλα τα μήκη κύματος της ακτινοβολίας που προσπίπτει σε αυτό.* *Εκπέμπει ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία σε όλα τα μήκη κύματος (συνεχές φάσμα) που ονομάζεται θερμική ακτινοβολία.* *Μέλαν σώμα δεν σημαίνει «μαύρο σώμα», αφού αν βρίσκεται σε κατάλληλη υψηλή θερμοκρασία μπορεί να φαίνεται πως έχει κάποια κυρίαρχη απόχρωση η οποία εξαρτάται μόνο από τη θερμοκρασία του.* *Μπορεί να έχει οποιαδήποτε θερμοκρασία.* *Σε θερμοκρασία περιβάλλοντος φαίνεται μαύρο, διότι απορροφά όλο το φάσμα του φωτός που πέφτει πάνω του, ενώ η ακτινοβολία που εκπέμπει δεν είναι ορατή (είναι υπέρυθρη).* *Το επικρατέστερο μήκος κύματος που καθορίζει το χρώμα του εξαρτάται από τη θερμοκρασία του.* *Η ακτινοβολία που εκπέμπει δεν εξαρτάται από την χημική του σύσταση.*	
υ' $\lambda_{1_{max}}$ λ_{2max} λ	◆ *Η κορυφή (μέγιστο της καμπύλης) αντιστοιχεί σε κάποια τιμή του μήκους κύματος που συμβολίζεται με* λ_{max} ◆ *Το συνολικό εμβαδόν κάτω από την καμπύλη είναι η συνολική ισχύς της ακτινοβολίας ανά μονάδα επιφάνειας.* ◆ *Το μήκος κύματος μέγιστης εκπομπής* λ_{max} *μετατοπίζεται σε μικρότερα μήκη κύματος όταν αυξάνεται η θερμοκρασία.*	
$\mathrm{I} = \frac{E}{dSdt} = \frac{P}{dS}$	*ένταση της ακτινοβολίας*	*εκφράζει την ενέργεια που εκπέμπεται από τη μονάδα της επιφανείας ενός σώματος στη μονάδα του χρόνου* *μονάδα μέτρησης* $\frac{J}{m^2 s}$ ή $\frac{W}{m^2}$
$\lambda_{max} \cdot \mathrm{T} = \sigma\tau\alpha\theta$	*νόμος μετατόπισης* $Wien$	
$E = hf$	*Ενέργεια φωτονίου*	
$E = \mathrm{N}hf$	*Ενέργεια δέσμης φωτονίων*	

Η ενέργεια των ταλαντούμενων ατόμων δεν μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή, αλλά μπορεί να πάρει μόνο διακριτές (κβαντισμένες) τιμές. Οι τιμές της ενέργειας Ε *που μπορεί να έχει το ταλαντούμενο άτομο είναι ακέραια πολλαπλάσια μιας ελάχιστης τιμής* $E = nhf$ *όπου* n *ένας θετικός ακέραιος αριθμός που ονομάζεται κβαντικός αριθμός* $n = 1$ *θεμελιώδη κατάσταση* $n > 1$ *διεγερμένες ενεργειακές καταστάσεις*	$\|\Delta E\|_{min} = hf$ *Η μικρότερη δυνατή ενέργεια*	2 —— $2hf$ 1 —— hf 0 —— 0

Φωτοηλεκτρικό φαινόμενο

$K = hf - \varphi$	*φωτοηλεκτρική εξίσωση του* $Einstein$	
Έργο Εξαγωγής (φ)	*Η ελάχιστη ενέργεια που πρέπει να προσφερθεί σε ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο, ώστε να μπορέσει να εγκαταλείψει οριστικά την επιφάνεια του μετάλλου*	▯ *Αναφέρεται σε κάποιο δέσμιο ηλεκτρόνιο του μετάλλου χαλαρά συνδεδεμένο (επιφανειακό).* ▯ *Είναι διαφορετικό από μέταλλο σε μέταλλο.*
$f_o = \frac{\varphi}{h}$	*συχνότητα κατωφλίου*	$K \geq 0 \Rightarrow hf \geq \varphi \Rightarrow f \geq \frac{\varphi}{h}$ Η ελάχιστη τιμή της συχνότητας του φωτονίου συμβολίζεται με f_o και εξαρτάται από το υλικό της καθόδου
$V = V_o \Rightarrow i = 0$	*Τάση αποκοπής ονομάζεται η τάση για την οποία κανένα ηλεκτρόνιο δεν κατορθώνει να φτάσει στην άνοδο και έτσι η ένταση του ρεύματος θα είναι μηδέν.*	ΘΜΚΕ: $K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{ολ} \Rightarrow$ $0 - K = -e(V_K - V_A) \Rightarrow$ $-K = -e(V_K - V_A) \Rightarrow$ $K = eV_o$
$V_o = \frac{hf}{e} - \frac{\varphi}{e}$	*Η τάση αποκοπής για κάποια συχνότητα δεν εξαρτάται από την ένταση της ακτινοβολίας και είναι γραμμική συνάρτηση της συχνότητας* f *της προσπίπτουσας ακτινοβολίας* $(f > f_o)$	$K = eV_o \Rightarrow$ $hf - \varphi = eV_o \Rightarrow \varphi = hf - eV_o \Rightarrow$ $V_o = \frac{hf}{e} - \frac{\varphi}{e}$
Η κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων Κ *είναι γραμμική συνάρτηση της συχνότητας. Την* Κ *μπορούμε να την υπολογίσουμε μετρώντας πειραματικά την τάση αποκοπής* (V_o)		*Η κλίση της ευθείας είναι ίση με:* $\frac{\Delta K}{\Delta f} = \frac{0-(-\varphi)}{f_o - 0} = \frac{\varphi}{\frac{\varphi}{h}} = h$

	▯ *Ο αριθμός των ηλεκτρονίων που αποσπώνται από το μέταλλο ανά μονάδα χρόνου είναι ανάλογος της έντασης της φωτεινής ακτινοβολίας που προσπίπτει στο μέταλλο. Άρα η ένταση του ρεύματος αυξάνει, όταν αυξάνει η ένταση της προσπίπτουσας ακτινοβολίας.* ▯ *Η ταχύτητα με την οποία εξέρχονται τα ηλεκτρόνια δεν εξαρτάται από την ένταση της φωτεινής ακτινοβολίας αλλά μόνο από τη συχνότητά της και αυξάνεται όταν η συχνότητα της ακτινοβολίας αυξηθεί.* ▯ *Για θετικές τιμές της τάσης* V *το ρεύμα αυξάνει όταν αυξάνει η τάση και τελικά αποκτά μέγιστη σταθερή τιμή* i_{max} *που ονομάζεται ρεύμα κόρου*

$E = pc$	*ενέργεια φωτονίου*
$p = \frac{h}{\lambda}$	*Ορμή φωτονίου*
Φαινόμενο Compton	
$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \text{συν}\varphi)$	*εξίσωση μετατόπισης* $Compton$ *η διαφορά* $\lambda' - \lambda$ *ονομάζεται μετατόπιση* $Compton$
Όταν ακτίνες Χ αλληλεπιδρούν με την ύλη σκεδάζονται, δηλαδή αλλάζουν πορεία και το μήκος κύματος της σκεδαζόμενης ακτινοβολίας είναι μεγαλύτερο από το μήκος κύματος της προσπίπτουσας ακτινοβολίας ▯ *Η σκεδαζόμενη ακτινοβολία ανιχνεύεται σε κάθε διεύθυνση.* ▯ *Το σκεδαζόμενο τμήμα της ακτινοβολίας έχει μήκος κύματος* λ' *μεγαλύτερο από το μήκος κύματος* λ *της προσπίπτουσας ακτινοβολίας.* ▯ *Η μεταβολή του μήκους κύματος ανάμεσα στην προσπίπτουσα και τη σκεδαζόμενη δέσμη εξαρτάται μόνο από τη γωνία* φ *ανάμεσα στην προσπίπτουσα και τη σκεδαζόμενη ακτινοβολία.*	 ▯ *Το φως συμπεριφέρεται σαν να έχει ορμή, δηλαδή ως σωματίδιο (φωτόνιο)* ▯ *Τα φωτόνια μεταφέρουν ενέργεια και ορμή.* ▯ *Το μήκος κύματος της σκεδαζόμενης ακτινοβολίας εξαρτάται από τη γωνία σκέδασης.* ✔ *Για* $\varphi = 0°$ *είναι* $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 0$. ✔ *Για* $\varphi = 180°$ *είναι* $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = max$. ▯ *Η μετατόπιση* $Compton$ *είναι ανεξάρτητη του μήκους κύματος* λ.

Η κυματική φύση της ύλης	
$\lambda = \frac{h}{p}$	*Κάθε σωματίδιο μάζας* m *που κινείται με ορμή* $p = mu$ *(με* $u << c$*) είναι συνδεδεμένο με ένα μήκος κύματος* λ. $\lambda = \frac{h}{p}\ u << c \rightarrow \lambda = \frac{h}{mu}$ *Ένα σώμα του μακρόκοσμου συνδέεται με μήκος κύματος τόσο μικρό που μάλλον δεν θα μπορέσουμε να το ανιχνεύσουμε ποτέ. Έτσι μπορούμε να πούμε ότι η υπόθεση του* $de\ Broglie$ *για την κυματική φύση της ύλης έχει ουσιαστικά εφαρμογή μόνο για σωμάτια ατομικής και υποατομικής κλίμακας.*
Αρχή της αβεβαιότητας	
$\Delta p_x \cdot \Delta x \geq \frac{h}{2\pi}$	*Η αρχή της απροσδιοριστίας του* $Heisenberg$ ***Δεν είναι δυνατόν να μετρήσουμε ταυτόχρονα και τη θέση και την ορμή ενός σωματιδίου με απεριόριστη ακρίβεια.***
$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}$	***Δεν είναι δυνατόν να μετρήσουμε ταυτόχρονα και την ενέργεια ενός σωματιδίου και χρονική διάρκεια που το σωματίδιο έχει αυτή την ενέργεια.***
Κυματοσυνάρτηση	
Η Κυματοσυνάρτηση Ψ *είναι η συνάρτηση της θέσης και του χρόνου που περιγράφει ένα σωματίδιο - κύμα.*	
$\lvert\Psi\rvert^2 = \frac{dP}{dV}$	*Το τετράγωνο του μέτρου της κυματοσυνάρτησης δίνει την πιθανότητα θέσης ανά μονάδα όγκου δηλαδή την πυκνότητα της πιθανότητας να βρίσκεται ένα σωμάτιο σε ένα στοιχειώδη όγκο* dV*, γύρω από ένα σημείο.*
συνθήκη κανονικοποίησης $\sum \lvert\Psi\rvert^2 dx = 1$	*Αν χωρίσουμε το σύνολο του χώρου σε στοιχειώδεις όγκους* dV *και σε κάθε σημείο του χώρου βρούμε την τιμή της* Ψ *για κάποια χρονική στιγμή, το άθροισμα των γινομένων* $\lvert\Psi\rvert^2 dV$ *πρέπει να είναι ίσο με τη μονάδα (πιθανότητα 100%)*