

Titre : Aire maximale

Productions ou réponses attendues du candidat

I. Conjecture avec le logiciel GeoGebra. (12 points)

1. Créer un curseur a variant de -20 à 0 avec un pas de $0,01$.

2.

- Construire la courbe de la fonction f
- Placer le point M
- Construire la tangente t de la fonction f en M
- Placer les points P .
- Placer les points N et R (intersection de la courbe avec l'axe des ordonnées, avec l'axe des abscisses)
- Construction le triangle PNR

3. (4 points)

- L'aire maximale du triangle PNR semble **1,14**
- L'abscisse du point M correspondant semble **$a = -0,62$**

II. Recherche de l'expression d'une fonction. (5 points)

1. $(T): y = e^a x + e^a - a e^a$

2. $N(0; e^a - a e^a)$ et $R(a-1; 0)$

3.
$$\text{Aire}_{\text{PNR}} = \frac{B \times H}{2} = \frac{PN \times OR}{2} = \frac{(2e^a - ae^a) \times (1-a)}{2} = \frac{2e^a - 2ae^a - ae^a + a^2 e^a}{2}$$

$$\text{Aire}_{\text{PNR}} = \frac{2e^a - 3ae^a + a^2 e^a}{2} = \frac{e^a (a^2 - 3a + 2)}{2}$$

III. Étude de la fonction $g(x)$. (3 points)

1. g définie sur $]-\infty; 0[$ par : $g(x) = \text{Aire}_{\text{PNR}} = \frac{e^x (x^2 - 3x + 2)}{2}$

$$g'(x) = \frac{e^x (x^2 - x - 1)}{2}$$

x	$-\infty$	$\frac{1-\sqrt{5}}{2}$	0
$g'(x)$	$+$	0	$-$
$g(x)$	$-\infty$	$1,14$	1

2. Alors l'aire du triangle PNR admet un maximum sur l'intervalle $]-\infty; 0[$ qui vaut $1,14$ est atteint lorsque $x = -0,62$