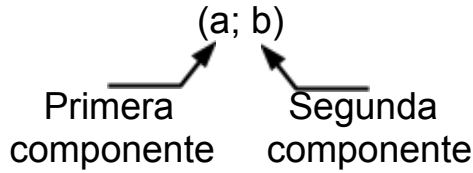


PAR ORDENADO: Es un conjunto formado por dos elementos dispuestos en determinado orden:



PROPIEDADES

- $(a; b) \neq (b; a)$ (no conmutativa)
- Si: $(a; b) = (c; d) \rightarrow a = c \wedge b = d$

PRODUCTO CARTESIANO

Dados dos conjuntos "A" y "B" no vacíos; se llama producto cartesiano ($A \times B$) al conjunto de pares ordenados $(a; b)$ donde

$a \in A$ y $b \in B$; es decir:

$$A \times B = \{(a; b) / a \in A \wedge b \in B\}$$

EJERCICIOS

- Dado el conjunto: $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$
El producto cartesiano $A \times A$ es:

RESOLUCIÓN

$$A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$$

$$A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$$

$$A \times A = \{(1; 1), (1; 2), (1; 3), (1; 4), (1; 5), (1; 6),$$

$$(2; 1), (2; 2), (2; 3), (2; 4), (2; 5), (2; 6),$$

$$(3; 1), (3; 2), (3; 3), (3; 4), (3; 5), (3; 6),$$

$$(4; 1), (4; 2), (4; 3), (4; 4), (4; 5), (4; 6),$$

$$(5; 1), (5; 2), (5; 3), (5; 4), (5; 5), (5; 6),$$

$$(6; 1), (6; 2), (6; 3), (6; 4), (6; 5), (6; 6)\}$$

- a: Primera componente
b: Segunda componente

Establecer las siguientes relaciones:

- ❖ "a" es mayor que "b".
- ❖ "a" es menor que "b".
- ❖ "a" es igual que "b".
- ❖ "a" es el doble de "b".
- ❖ "a" más "b" es igual a 7.

Luego, escribir los pares que cumplen las relaciones respectivamente.

$$R_1 = \{(a, b) / \text{"a" es mayor que "b"}\}$$

$$R_2 = \{(a, b) / \text{"a" es menor que "b"}\}$$

$$R_3 = \{(a, b) / \text{"a" es igual a "b"}\}$$

$$R_4 = \{(a, b) / \text{"a" es el doble de "b"}\}$$

$$R_5 = \{(a, b) / \text{"a" mas "b" es igual a 7}\}$$

RESOLUCIÓN

"a" es mayor que "b".

$$A \times A = \{(1; 1), (1; 2), (1; 3), (1; 4), (1; 5), (1; 6),$$

$$(2; 1), (2; 2), (2; 3), (2; 4), (2; 5), (2; 6),$$

$$(3; 1), (3; 2), (3; 3), (3; 4), (3; 5), (3; 6),$$

$$(4; 1), (4; 2), (4; 3), (4; 4), (4; 5), (4; 6),$$

$$(5; 1), (5; 2), (5; 3), (5; 4), (5; 5), (5; 6),$$

$$(6; 1), (6; 2), (6; 3), (6; 4), (6; 5), (6; 6)\}$$

$$R_1 = \{(a, b) / \text{"a" es mayor que "b"}\}$$

$$R_1 = \{(a, b) / a > b\}$$

$$R_1 = \{(2; 1), (3; 1), (3; 2), (4; 1), (4; 2),$$

$$(4; 3), (5; 1), (5; 2), (5; 3), (5; 4),$$

$$(6; 1), (6; 2), (6; 3), (6; 4), (6; 5)\}$$

"a" es menor que "b".

$AxA = \{(1; 1), (1; 2), (1; 3), (1; 4), (1; 5), (1; 6),$
 $(2; 1), (2; 2), (2; 3), (2; 4), (2; 5), (2; 6),$
 $(3; 1), (3; 2), (3; 3), (3; 4), (3; 5), (3; 6),$
 $(4; 1), (4; 2), (4; 3), (4; 4), (4; 5), (4; 6),$
 $(5; 1), (5; 2), (5; 3), (5; 4), (5; 5), (5; 6),$
 $(6; 1), (6; 2), (6; 3), (6; 4), (6; 5), (6; 6)\}$

$R_2 = \{(a, b) / \text{"a" es menor que "b"}\}$

$R_2 = \{(a, b) / a < b\}$

$R_2 = \{(1; 2), (1; 3), (1; 4), (1; 5), (1; 6),$
 $(2; 3), (2; 4), (2; 5), (2; 6), (3; 4),$
 $(3; 5), (3; 6), (4; 5), (4; 6), (5; 6)\}$

"a" es igual que "b".

$AxA = \{(1; 1), (1; 2), (1; 3), (1; 4), (1; 5), (1; 6),$
 $(2; 1), (2; 2), (2; 3), (2; 4), (2; 5), (2; 6),$
 $(3; 1), (3; 2), (3; 3), (3; 4), (3; 5), (3; 6),$
 $(4; 1), (4; 2), (4; 3), (4; 4), (4; 5), (4; 6),$
 $(5; 1), (5; 2), (5; 3), (5; 4), (5; 5), (5; 6),$
 $(6; 1), (6; 2), (6; 3), (6; 4), (6; 5), (6; 6)\}$

$R_3 = \{(a, b) / \text{"a" es igual a "b"}\}$

$R_3 = \{(a, b) / a = b\}$

$R_3 = \{(1; 1), (2; 2), (3; 3), (4; 4), (5; 5), (6; 6)\}$

"a" es el doble de "b".

$AxA = \{(1; 1), (1; 2), (1; 3), (1; 4), (1; 5), (1; 6),$
 $(2; 1), (2; 2), (2; 3), (2; 4), (2; 5), (2; 6),$
 $(3; 1), (3; 2), (3; 3), (3; 4), (3; 5), (3; 6),$
 $(4; 1), (4; 2), (4; 3), (4; 4), (4; 5), (4; 6),$
 $(5; 1), (5; 2), (5; 3), (5; 4), (5; 5), (5; 6),$
 $(6; 1), (6; 2), (6; 3), (6; 4), (6; 5), (6; 6)\}$

$R_4 = \{(a, b) / \text{"a" es el doble de "b"}\}$

$R_4 = \{(a, b) / a = 2b\}$

$R_4 = \{(2; 1), (4; 2), (6; 3)\}$

"a" más "b" es igual a 7.

$AxA = \{(1; 1), (1; 2), (1; 3), (1; 4), (1; 5), (1; 6),$
 $(2; 1), (2; 2), (2; 3), (2; 4), (2; 5), (2; 6),$
 $(3; 1), (3; 2), (3; 3), (3; 4), (3; 5), (3; 6),$
 $(4; 1), (4; 2), (4; 3), (4; 4), (4; 5), (4; 6),$
 $(5; 1), (5; 2), (5; 3), (5; 4), (5; 5), (5; 6),$
 $(6; 1), (6; 2), (6; 3), (6; 4), (6; 5), (6; 6)\}$

$R_5 = \{(a, b) / \text{"a" mas "b" es igual a 7}\}$

$R_5 = \{(a, b) / a + b = 7\}$

$R_5 = \{(1; 6), (2; 5), (3; 4), (4; 3), (5; 2), (6; 1)\}$

FUNCIONES

Ejemplo: Hallar los valores de "a" y "b" para que el conjunto de pares ordenados:

$$A = \{(2; 5), (-1; -3), (2; 2a - b), (-1; b - a), (a + b^2; a)\}$$

sea una función.

Resolución: En una función 2 pares distintos nunca tienen el mismo primer elemento.

$$(2; 5) \text{ y } (2; 2a - b) \in A \rightarrow 5 = 2a - b$$

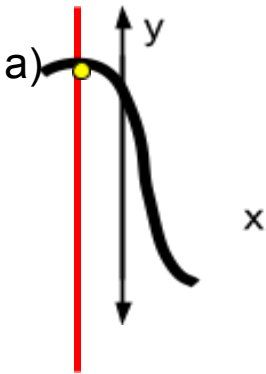
$$(-1; -3) \text{ y } (-1; b - a) \in A \rightarrow b - a = -3$$

Resolviendo (1) y (2): $a = 2; b = -1$

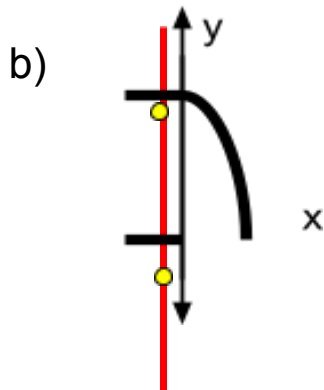
$$\therefore f = \{(2; 5), (-1; -3), (3; 2)\}$$

FUNCIONES

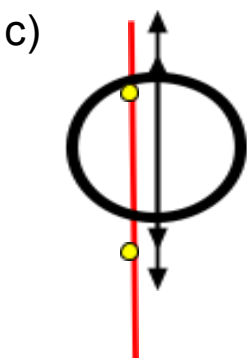
1) ¿Cuál de las siguientes gráficas corresponde al de una función? Explique porqué



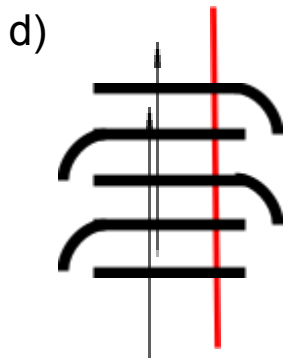
Si es función



No es función



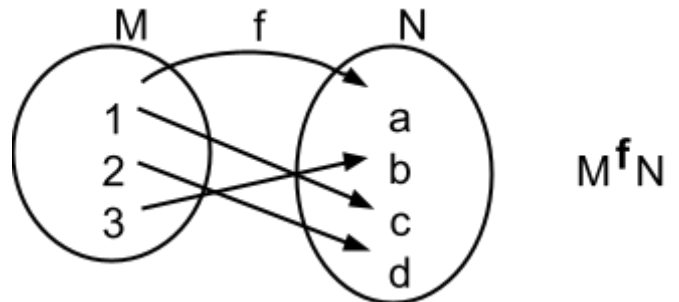
No es función



No es función

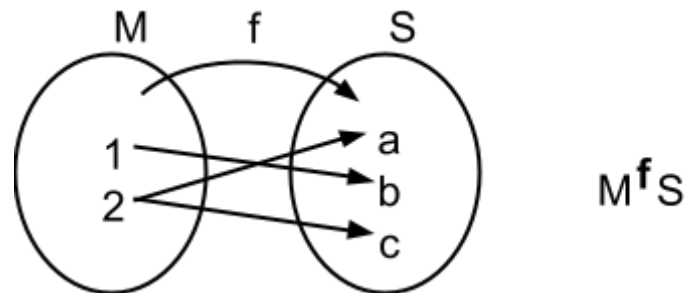
2) Explique ¿Porqué cada diagrama mostrado corresponde o no al de una función?

A) $f = \{(1; c), (2; d), (3; b)\}$

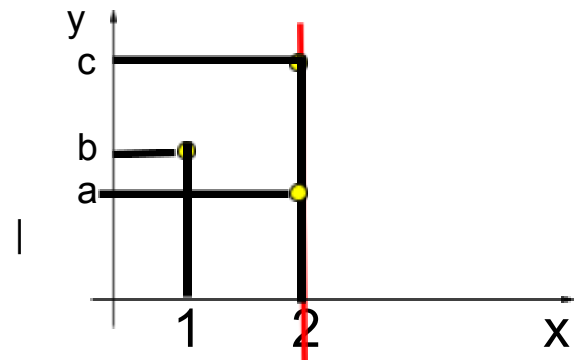


Si es función

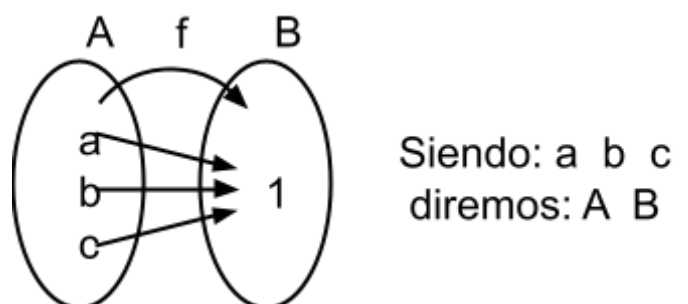
C) $f = \{(1; b), (2; a), (2; c)\}$



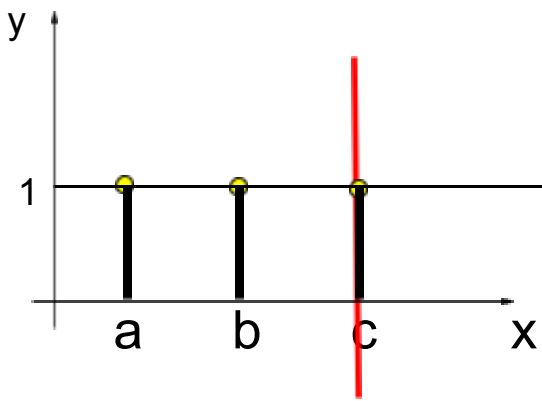
No es función



A) $f = \{(a; 1), (b; 1), (c; 1)\}$



Si es función



3) Hallar el dominio y el rango de la siguiente función:

$$f = \{(1; 1+b), (3; ab), (1; 7), (4; 6), (3; 6), (6; 2)\}$$

Resolución

$$1 + b = 7$$

$$b = 6$$

$$ab = 6$$

$$a(6) = 6$$

$$a = 1$$

$$f = \{(1; 7), (3; 6), (1; 7), (4; 6), (3; 6), (6; 2)\}$$

$$f = \{(1; 7), (3; 6), (4; 6), (6; 2)\}$$

$$\text{Dominio} = \{1, 3, 4, 6\}$$

$$\text{Rango} = \{2, 6, 7\}$$

4) La tabla muestra los valores hallados para la función: $F(x) = ax^2 + b$

x	1	0
F(x)	8	5

El producto de "a" y "b" es:

a) 15 b) 12 c) 20 d) 9 e) 21

Resolución

$$F(x) = ax^2 + b$$

$$\text{Reemplazo } x = 0, F(x) = 5$$

$$5 = a(0)^2 + b$$

$$5 = a(0) + b$$

$$5 = 0 + b$$

$$5 = b$$

$$F(x) = ax^2 + b$$

$$\text{Reemplazo } x = 1, F(x) = 8$$

$$8 = a(1)^2 + b$$

$$8 = a(1) + 5$$

$$a = 3$$

$$\text{por lo tanto } a \cdot b = 3 \cdot 5 = 15$$

5) Determine el dominio y rango de la función:

$$f(x) = 4x + 7; \quad x \in [5; 9[$$

Resolución

$$\text{Dominio } f(x) = [5; 9[$$

Rango $f(x)$

$$\text{Dominio: } 5 \leq x < 9$$

Multiplico por 4

$$4(5) \leq 4x < 4(9)$$

Sumamos 7

$$4(5) + 7 \leq 4x + 7 < 4(9) + 7$$

$$27 \leq 4x + 7 < 43$$

$$27 \leq f(x) < 43$$

$$\text{Rango } f(x) = [27; 43[$$

6) Determine el dominio y rango de la función:

$$f(x) = 5x - 3; x \in [2; 10[$$

Resolución

$$\text{Dominio } f(x) = [2; 10[$$

Rango $f(x)$

$$2 \leq x < 10$$

Multiplico por 5

$$5(2) \leq 5x < 5(10)$$

RESTAMOS 3

$$5(2) - 3 \leq 5x - 3 < 5(10) - 3$$

$$7 \leq 5x - 3 < 47$$

$$7 \leq f(x) < 47$$

$$\text{Rango } f(x) = [7; 47[$$

7) Determine el dominio y rango de la función:

$$f(x) = 3x - 8; x \in [2; 7[$$

Resolución

$$\text{Dominio } f(x) = [2; 7[$$

Rango $f(x)$

$$\text{Dominio: } 2 \leq x < 7$$

Multiplico por 3

$$3(2) \leq 3x < 3(7)$$

Restamos - 8

$$3(2) - 8 \leq 3x - 8 < 3(7) - 8$$

$$-2 \leq 3x - 8 < 13$$

$$-2 \leq f(x) < 13$$

$$\text{Rango } f(x) = [-2; 13[$$