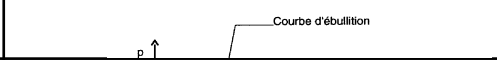
CONCOURS MINES -PONTS -TÉLÉCOM, ANNÉE 2002 PHYSIQUE I, FILIERE MP

Ce n'est qu'une proposition de solution ; ceux qui voudrait améliorer cette correction communiquer votre solution à gthomass@club-internet.fr.

1	Pression intensif. Volume: extensif [$P+ n^2a/V^2$](V-nb) = nRT	
2	Dans le modèles des sphères dures le covolume est le volume occupé par les molécules pour une très grande pression .On montre qu'il est égal au quart du volume d'une sphère Si R = rayon d'une molécule $b \approx R^3 N_A$ Avec R = 400 pm $b = 3{,}8.10^{-5}$ $m^3.mol^{-1}$ On donne dans des tables He (2,34) H_2 (2,66) CO_2(4,29) N_2O(3,19)….. x 10^{-5}	
3	Le potentiel est nul à l'infini, répulsif à courte distance (effets compliqués, quantiques) et attractif à grande distance (forces en $1/r^7$). (effets électrostatiques c'est à dire interaction dipôles / dipôles ; forvces de Debye , Kess om ….). Le minimum représente la distance interparticulaire moyenne particulaire moyenne.	
4	La pression est la combinaison de deux termes dont l'un qui existe seul dans le cas des gaz parfaits est associé à la variation de quantité de mouvement des particules (pression cinétique p_C , l'autre est due à l'action des autres particules du volume de fluide sur lequel on étudie l'action de contact (pression moléculaire p_m) . Cette p_m est toujours faible sauf au moment du contact. P_c est toujours positive et p_m est >0 si les forces qui les causent sont attractives : $p_C = p($ mesurée sur une paroi) + p_m Cette pression est proportionnelle au nombre de molécule et donc à la densité volumique ; les molécules qui subissent cette action sont aussi contenues dans un volume du même ordre donc aussi proportionnel à la densité volumique donc la pression moléculaire varie en $1/V^2$ Les forces d'attraction de Van der Walls sont des forces attractives (interaction dipôle/dipôle en $1/r^7$) ; elles sont négligeables à une distance du nm . La pression mesurée est inférieure à la pression cinétique, due aux seuls chocs, réputés élastiques, sur les parois (poser b = 0). Lorsque V croit , la distance entre les molécules augment et le terme correctif diminue ce qui justifie une fonction décroissante du volume	
5	Trois relations : P =f(V, T) $dP/dV=0$ à T fixé : $RT / (V-b)^2 = 2a/V^3$ $d^2P/dV^2=0$ à T fixé (tangente d'inflexion horizontale sur l'isotherme critique) $2RT/(V-b)^3 = 6a/V^4$ soit $2/ (V-b) = 3/V$ soit le point critique : $V_C = 3b$ $Tc=8a/27bR$ $P_C = a/27b^2$ Les coordonnées du point critique se calculent à partir des grandeurs empiriques a et b, qui mesurent l'écart par rapport au gaz parfait. Bien entendu, i1 n'y a aucune raison d'exiger que le point critique soit situé aussi sur l'isotherme du gaz parfait correspondant à la température critique !	
6	Pour T>Tc, l'allure des isothermes est vaguement hyperbolique et ressemble à s'y méprendre à l'isotherme du gaz parfait. Aux températures inférieures à la température critique, la relation (P, V) n'est plus uniforme et plusieurs volumes peuvent être mathématiquement associés à la même pression. Verdict de l'expérience : dans les systèmes normaux, une dilatation isotherme devrait s'accompagner d'une diminution de pression. Seul le cas T<Tc est modifié avec apparition d'un palier de changement d'état.	
7		

	L'isotherme basse température est représentée par un palier le long duquel s'effectue la transition de phase (délimitée par la courbe de saturation)	
8	Le facteur de compressibilité est $Z_C = 3/8 = 0.375$. Au voisinage du point critique l'équation de Van der Waals n'est pas très performante. L'écart avec la valeur mesurée, de l'ordre de 60 % montre que l'isotherme critique est beaucoup plus aplati que ne le prévoit l'équation de Van der Waals	
9	Par simple substitution $\alpha = 8$; $\beta = 3$ et $\gamma = 3$	
10	En f aisant $p^* = p_r - 1$ et $\rho^* = 1/V_r - 1$ dans l'équation précédente, on trouve que $\hat{o} = 3$. $D = 3/2$ $P^* = 4(1+\rho^*)(1-\rho^*/2)^{-1} - 3(1+\rho^*)^2 - 1 = 3/2\ \rho^{*3}$	

.

11	Le modèle de Van der Waals est franchement mauvais loin du point critique	
12	Tube de Natterer, opalescence critique, fluctuations de densité et donc d'indice optique. Ou système utilisé en TP	
13	$dU = TdS - pdV$ $dS = \frac{1}{T}dU + \frac{p}{T}dV$ S est une fonction d'état donc $dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV$ $dS = \frac{1}{T}\left[\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV\right] + \frac{p}{T}dV$ On écrit que $\frac{\partial}{\partial V}\left[\frac{1}{T}\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V\right]_T = \frac{\partial}{\partial T}\left[\frac{1}{T}\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V + \frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{P}{T}\right)\right]_V$ On obtient alors l'équation demandée $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T^2.\left[\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{P}{T}\right)\right]_V$	
14	La différence entre les énergies internes d'un gaz parfait et d'un gaz réel provient de la dépendance de U avec V $U_{GR} - U_{GP} = U(T,V) - U(T,\infty) = \int_0^\infty T^2 \frac{\partial(P/T)}{\partial T} dV$	
15	Pour le gaz de Van der Waals, la relation $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = -a/V$ L'énergie interne du gaz de Van der Waals est inférieure à celle du GP pour des valeurs identiques de T et V du fait de l'existence des interactions attractives.	

16	L'énergie interne est conservée dans une détente de Joule Gay-Lussac V augmentant, -a/V augmente, Il f aut donc que T diminue. Le gaz se refroidit. a Mathématiquement : $dU = Cv\,dT + (a/V^2)\,dV \rightarrow dT<O$.	
17	$U_{GR} = U_{GP} - a/V$ $U_{GR} = c_{VGF}(T-T_0) - a/V + U_0$ donc $c_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = c_{VGP}$ les capacités calorifiques molaires à volume constant sont identiques. Les interactions attractives ont une contribution nulle à l'énergie interne quand le volume est maintenu constant.	
18 .	$dF = -PdV - S\,dT$ $P = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T \rightarrow F = \int PdV + \phi(T)$ $F_{GP} = -RT\ln V + \boldsymbol{\varphi}(T)$ $F_{GR} = -RT\ln(V-b) - a/V + \boldsymbol{\varphi}(T)$ d'ou $F_{GR} - F_{GP} = -a/V - RT\ln[(V-b)/V]$ On peut raisonner autrement $DS = dU/T + (P/T)\,dV$ Or $dU = c_v\,dT + a/V^2\,dV$ $dS = c_V\,dT/T + RdV/(V-b)$ $S = c_v\ln(T/T_0) + \ln(V-b)/(V_0-b) + S_0$ $U = c_v(T-T_0) - a/V + a/V_0 + U_0$ $F = U - T.S = c_v(T-T_0) - a/V + a/V_0 + U_0 - T[c_v\ln(T/T_0) + R\ln(V-b)/(V_0-b) + S_0]$ $F_{GP} = c_v(T-T_0) + U_0 - T[c_v\ln(T/T_0) + R\ln(V)/(V_0) + S_0$ $F - F_{GP} = -a/V - RT\ln[(V-b)/V]$ $\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V = -S$ $S - S_0 = S = c_v\ln(T/T_0) + \ln(V-b)/(V_0-b)$ dans une détente isentropique $T.(V-b)^{\frac{R}{C_V}} = cte$ analogue à $T.V^{(\gamma-1)} = cte$ pour un GParfait	
19	Les potentiels chimique $\mu_A = \mu_B$ sont égaux lors d'un changement de phase Or $d\mu = --sdT + vdP$ A T fixée $d\mu = vdP = d(Pv) - pdv$ Pour aller de A à B directement $\mu_B - \mu_A = 0 = P_B(V_B - V_A) - \int_A^B pdv$ Cette intégrale est l'aire sous la courbe alors que $P_B(V_B - V_A)$ correspond à l'aire sous la droite AB donc les deux aires hachurées sont égales On peut remarquer que l'on peut d »écrire un cycle monotherme en allant de A à B le long de l'isotherme curviligne AEDCB et en revenant en A par le palier . Si ce palier est décrit de façon réversible le travail W associé à ce cycle est nulle (théorème de Carnot Q=0 et W= 0 pour un cycle monotherme réversible) or ce travail est représenté par l'aire des deux boucles hachurées donc ces deux aires sont égales en valeur absolue .	
20	Des états métastables entre A et E (surfusion) et entre C et B Etats instables entre E et C car cette branche est fictive et il n'est pas possible de la décrire de façon réversible	

21	La spinodale est l'ensemble des points des isothermes où la pression est stationnaire par rapport au volume. Elle correspond à $(\partial P/\partial V)_T = 0$ Son équation est $P = \frac{a}{V^2} - \frac{2ab}{V^3}$ Elle est tracée en page 2 de l'énoncé !	
22	On envisage ici les états métastables représentés par les points compris entre B et la courbe spinodale qui représentent la vapeur sursaturée. La métastabilité de la vapeur est à droite de la spinodale et à gauche de la courbe de rosée . Le point M cherché doit aussi vérifier $\frac{\partial^2 P}{\partial V^2} < 0$. Une analyse mathématique (que l'on ne saurait exiger) conduit à V< b ou V > 3b. On reporte donc l'expression de p de la question précédente dans l'équation de Van der Waals. On en déduit les trois volumes solution. On retient celui des trois qui conduit à une valeur positive de la pression et l'on obtient environ 55 atm. Évidemment, il doit être difficile d'atteindre de telles pressions sans observer la disparition de l'état métastable, mais on peut remarquer que cette voleur reste bien inférieure à la pression critique de l'eau qui vaut 218 atm. $(V-b)^2 = RTV^3/2a$ d'ou V $\rightarrow$ p	
23	aura reconnu le viriel, pour une molécule, Le premier terme correspond au gaz parfait ; les autres termes correspondent aux interactions à n particules, n étant la puissance de Vdans le développement en série de Laurent. Ce développement est d'autant plus valide que le volume est grand. PV= RT $\left[1+\frac{b}{V}\left(1-\frac{a}{bRT}\right)+\frac{b^2}{V^2}\right]$ = $RT\left[1+\frac{b}{V}+\frac{b^2}{V^2}\right]-\frac{a}{V}$ Cela provient de $PV = RT\left[1-\frac{b}{V}\right]^{-1} - \frac{a}{V}$ Lorsque V >> b alors PV= $RT\left[1+\frac{b}{V}+\frac{b^2}{V^2}\right]-\frac{a}{V}$ L'équation proposée est donc valable pour V >> b et loin des conditions de liquéfaction Sur la courbe , on voit que pour V > 3b (donc V_C doit être grand) l'équation du viriel est parallèle a celle du gaz de Van der Walls pour $T = 1{,}1T_C$	

24	Par identification $\alpha \lambda = 4 \pi K$ On vérifie que $\alpha \lambda /K$= 12,566 12,5628 ; 12,5636 ; 12,559	
25	La fraction $q(\lambda , \square) = [I(0)-I(\square)]/ I(0) = 1- \exp(- \alpha \square)$	
26	La représentation de F(X) montre que la totalité du spectre d'émission se situe dans l'intervalle $0,5 \leq X \leq 5$ **soit** $0,5 \lambda_{max} \leq \lambda \leq 5 \lambda_{max}$ **Pour le soleil** $\lambda_{max} \approx 0,5$ µm **donc** 0,25 µm < λ < 2,5µm **Pour le milieu ambiant** $\lambda_{max} = 10$ µm **donc** 5 µm < λ < 50 µm **La nappe d'eau est transparente pour** 0,3 µm < λ < 0,7 µm **et** λ > 1 µm **Le rayonnement ambiant n'est donc pas atténué** $Q_A(\square) = 0$ **(si on admet que les IR proches ne sont pas absorbés par l'eau)** **Le rayonnement solaire :** **Si on utilise le tableau fourni** **Q = 1 x [F (0,15/0,5) – F(0)] + 0,8 [F [0,3/0,5) - F (0,15/0,5)] + 0,5 [F(1/0,5) – F([0,7/0,5)]** **Q = 1(F(0,3)-F(0) + 0,8((F(0,6)- F(0,3) + 0,5(F(2) –F(1,4)) + 0 x [F(∞) – F(2)]** **Q= 0,2 F(0,3) +0,8 F(0,6) + 0,5 F(2) - 0,5F(1,4] = 0,14** **Si l'eau arrête les infra rouge** **$Q_s(10) = 0,42$ et $Q_a(10) = 1$** W. M. Irvine and J. B. Pollack, "Infrared optical properties of water and ice spheres," Icarus, 8, 324--360, (1968).	U

200 0.08 250 0.03 300 0.015 350 0.003 400 0.001 450 0.0002 500 0.00025 550 0.00035 600 0.0015 650 0.0025 700 0.006 750 0.025 760 0.026 800 0.02 1850 0.041 900 0.067	950 0.365 970 0.46 1000 0.355 1050 0.131 1060 0.128 1100 0.19 1150 0.8 1190 1.05 1200 1.02 1250 0.89 1258 0.88 1300 1.08 1350 2.7 1400 13 806 0.02 1450 26	1500 17.3 1550 9.6 1600 6.2 1650 5.1 1660 5 1700 5.15 1750 6.4 1800 8 1850 9.5 1900 80.5 1940 114 1950 110 2000 68 2050 41 2100 26 2150 19	2200 16 2210 15.5 2250 17 2300 23 2350 30 2400 42 2450 61 2500 83 2550 97 2600 99 2625 109 2650 131 2700 235 2750 1100 2800 4212 2900 10580	295011700 3000 10860 3100 7430 3200 3700 3300 1650 3400 698 3500 334 3600 198 3750 119 3830 111 4000 151 4500 411 4660 468 4800 431	5000 308 5260 229 5500 276 5800 699 6000 2138 6050 2328 6400 852 6500 794 7000 618 7500 579 8000 566 8500 557 9000 566 9500 579 10000 668
lambda (nm)	absorption(1/cm)				

27

$q(\lambda, 2\theta) = 1 - \exp(-2\alpha\theta)$; $q(\lambda, \theta) = 1 - \exp(-\alpha\theta)$

$q(\lambda, 2\theta) = 1 - [1 - q(\lambda, \theta]^2] = q(\lambda, \theta) \mid 2 - q(\lambda, \theta)$

$Q(2\theta) = 2\,Q[\theta] - \sum \Delta F(x)\; q^2(\lambda, \theta)$

$Q(20) = 2 \times 0{,}14 - 1 \times [F(0{,}3) - F(0)] - 0{,}8^2 (F(0{,}6) - F(0{,}3)) - 0{,}5^2 [F(2) - F(1{,}4)) = 0{,}24$

Avec absorption des IR alors

La solution donne **$Q_s(10) = 1 \times (0{,}15) + 0{,}8 \times [0{,}3 - 0{,}15] + 0{,}5 \times [1 - 0{,}7] = 0{,}42$**

$Q(20) = 0{,}519$

28

La lumière fait un aller-retour donc le pourcentage de lumière absorbée est Q(20)

29

Entre les instants t et t+dt on applique le premier principe

L'eau passe de T à T +dT : $dU = \rho\theta\, S\, C\, dT$

Il reçoit l'énergie : $Q_S(20)\, E_S\, S\, dt$ si on ne tient pas compte de E_a

Il cède l'énergie $\sigma T^4 S\, dt$ par rayonnement et $hS(T-T_a)\, dt$ par échange conducto-convectif

$\rho\theta\, S\, C\, dT = Q_S(20)\, E_S\, S\, dt - \sigma T^4 S\, dt - hS(T-T_a)\, dt$

$$V_r(t) = \frac{dT}{dt} = \frac{Q(20)Es - \sigma T^4 - h(T - T_a)}{\rho \ell C} +$$

A t = 0 $T = T_i = T_a$ $V_r(0) = \dfrac{dT}{dt}(0) = \dfrac{Q(20)Es - \sigma T_a^4}{\rho \ell C}$

A t = t_1 $T = T_F$: $V_r(t_1) = \dfrac{dT}{dt} = \dfrac{Q(20)Es - \sigma T_F^4 - h(T_F - T_a)}{\rho \ell C}$

A.N Avec $Q(20) = 0{,}519$ $V(0) = 0{,}50\ K.h^{-1}$ $V(t_1) = -4{,}53.10^{-2}\ K.h^{-1}$

Il semblerait que 25°C ne peut être atteint

En effet si on calcul pour quelle valeur dT/dt = 0 en régime stationnaire

Alors on obtient T_f $Q(20) \times E_s - \sigma T_a^4 = (h + 4\sigma T_a^3]\,\varepsilon$

$\varepsilon = T_F - T_a = 7°$ donc inférieur à 8°

Avec $Q(20) = 0{,}28$ $V(0) = -0{,}7\ K.h^{-1}$ $V(t_1) = -1{,}2\ K.h^{-1}$

C'est encore plus faux

Je pense que dans l'énoncé il y a une erreur : l'eau arrête en partie les infra rouge et donc que

$Q_a(10) = 1$; les infra rouge sont absorbés :

Alors $Q_S(10) = 0{,}42$; $Q_s(20) = 0{,}440$

On trouve alors $\varepsilon = 25$ °

$$\frac{dT}{dt} = \frac{Q(20)Es + E_a - \sigma T^4 - h(T - T_a)}{\rho \ell C}$$

$t = 0$ $V(0) = 1{,}23$ K.h^{-1} ; $V(t_1) = 0{,}69$ K .h^{-1}

Cela semble plus cohérent

30

$$\frac{dT}{dt} = \frac{Q(20)Es + E_a - \sigma T^4}{\rho \ell C}$$

T_r est la température limite atteinte lorsque $\frac{dT}{dt} = 0$ $T_r^4 = [Q(20)E_S + E_a] / \sigma$

Avec Q (20) = 0,44 $T_r = 332$ K

$\tau = \rho$ ▯ C/. σ . T_r^3 A N = T_r = 331 K $\tau = 112$ h

Avec $Q_S(20) = 0{,}5$ et $E_a = 0$ $T_r = 309$ °K $\tau = 69$ h

31

Nouvelle variable t/τ $u = T/T_r$

$t_1 / \tau = ½ [\arctan (T_1/T_r) - \arctan (T_a/T_r) + ¼ \ln (T_r+T)(T_r-T_a) /(T_r-T)(T_r+T_a)$

$T_r = 332$ $T_1 = 298$ $T_a = 290$

32

Si T_r est proche de T_a $T_r^4 - T^4 = 4.T_r^3 (T_r - T)$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{Q(20)Es + E_a - \sigma T_a^4 - (\sigma T_a^3 + h)(T - Ta)}{\rho \ell C}$$

$T_r - T_A = [Q(20)\ E_s + E_a - \sigma\ T_a^4] / (\ \sigma\ T_a^3 + h] = 25$ K $T_r = 315$ k

$$\rho \text{ ▯ } C \frac{dT}{dt} = (\sigma T_a^3 + h)(T_r - T) \qquad T_0 = T_r \qquad \tau_0 = \rho \text{ ▯ } C / [\ \sigma\ T_a^3 + h]$$

$\tau_0 = 20{,}4$ h

33	$t_1 = t_1 = 6{,}3$ h $t_1 = 2{,}0$ h convection forte $T_r = 296$ K on arrive pas à 298 K Avec $Q_s(20) = 0{,}5$ et $E_a = 0$ $\tau_0 = 11{,}6$ h $T_0 = 342$K $t_1 = 0{,}17\ \tau_0 = 1{,}94$h H = 50 $\tau = 2{,}33$ h $T_0 = 300{,}4$K $t_1 = 3{,}42$ h	
34	La surface du fond absorbe tout le rayonnement solaire donc la vitesse de réchauffement est augmentée	
35	$\frac{dT}{dt} = \frac{Es + E_a - \sigma T^4 - h(T - T_a)}{\rho \ell C}$ $V_R(0) = 3{,}65$ K.h^{-1}	
36	$T_r^4 = (E_S + E_a)/\sigma$ $T_r = 385$ K donc l'eau se met à bouillir et il faut tenir compte de l'évaporation	