

## Тема: Розв'язування показникових рівнянь

Посилання

на

підручник:

<https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/pidruchnyky-11-klas-2019/13-matematyka-11-klas/merzlyak-ag-matematyka-algebra-i-poch-analizu-ta-geometriya-riven-standartu-11-kl.pdf>

### Матеріали до теми:

#### 2. Показникові рівняння

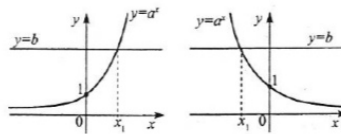
Показниковими називаються рівняння, в яких невідоме міститься в показнику степеня при сталих основах.

**Наприклад:** рівняння  $2^x + 3 = 0$ ;  $3^{x+1} - 3^x - 1 = 0$  є показниковими.

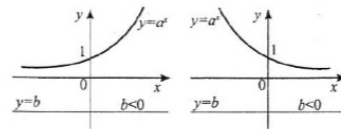
Найпростішим показниковим рівнянням є рівняння  $a^x = b$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ .

Оскільки множина значень функції  $y = a^x$  - множина додатних чисел, то рівняння  $a^x = b$ :

- 1) має один корінь, якщо  $b > 0$ ;



- 2) не має коренів, якщо  $b \leq 0$ .



Для того, щоб розв'язати рівняння  $a^x = b$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $b > 0$ , треба  $b$  подати у вигляді  $b = a^c$ , тобто будемо мати  $a^x = a^c$ , звідси  $x = c$ .

Розглянемо приклади.

**Приклад 1.** Розв'яжіть рівняння  $5^x = 125$

*Розв'язання*

Оскільки  $5^x = 125$ , а  $125 = 5^3$ , то маємо  $5^x = 5^3$ , звідси  $x = 3$ .

*Відповідь:* 3.

**Приклад 2.** Розв'яжіть рівняння  $(\frac{1}{7})^x = 49$ .

*Розв'язання*

Оскільки  $49 = 7^2 = (\frac{1}{7})^{-2}$ , то маємо  $(\frac{1}{7})^x = (\frac{1}{7})^{-2}$ , звідси  $x = -2$ .

*Відповідь:* -2.

**Приклад 3.** Розв'яжіть рівняння  $15^{x^2-5x+6} = 1$ .

*Розв'язання*

Оскільки  $15^0 = 1$ , то  $15^{x^2-5x+6} = 15^0$ ,  $x^2 - 5x + 6 = 0$ , звідси  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 3$ .

*Відповідь:* 2; 3.

### 3. Деякі способи розв'язування показникових рівнянь

*I спосіб.* Приведення рівняння до спільної основи, тобто до рівняння  $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ .

Як відомо, показникова функція  $y = a^x > 0, a \neq 0$  монотонна, тому кожне своє значення вона приймає тільки при одному значенні аргументу. Із рівності випливає, що  $f(x)=g(x)$ .

*II спосіб.* Винесення спільного множника за дужки.

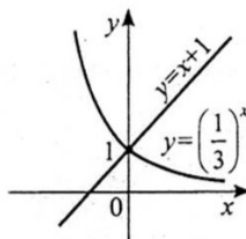
*III спосіб.* Приведення рівняння до квадратного.

*IV спосіб.* Графічний спосіб розв'язування показникових рівнянь.

**Приклад 1.** Розв'яжіть графічно рівняння  $(\frac{1}{3})^x = x + 1$ .

*Розв'язання*

Побудуємо графіки функцій  $y = (\frac{1}{3})^x$ ,  $y = x + 1$  в одній системі координат. Графіки функцій  $y = (\frac{1}{3})^x$  і  $y = x + 1$  перетинаються в точці, абсциса якої  $x=0$ .



*Відповідь:* 0.

**Зуваження.** Корінь цього рівняння легко знайти усно, однак треба пам'ятати, що в цьому випадку необхідно доводити той факт, що знайдений корінь єдиний.

### 4. Системи показникових рівнянь

При розв'язуванні систем показникових рівнянь використовуються традиційні способи розв'язування показникових рівнянь і знайомі Вам способи розв'язування систем рівнянь.

**Приклад 1.** Розв'яжіть систему рівнянь

$$\begin{cases} 3^x - 7^y = 2, \\ 3^x + 7^y = 16. \end{cases}$$

*Розв'язання*

Зробимо заміну  $3^x = a$ ,  $7^y = b$ , тоді матимемо систему:

$$\begin{cases} a - b = 2, \\ a + b = 16. \end{cases}$$

Розв'яжемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} a - b = 2, \\ a + b = 16; \end{cases} \quad \begin{cases} 2a = 18, \\ -2b = -14; \end{cases} \quad \begin{cases} a = 9, \\ b = 7. \end{cases}$$

Отже,

$$\begin{cases} 3^x = 9, \\ 7^y = 7; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2, \\ y = 1. \end{cases}$$

*Відповідь:* (2;1).

### Завдання:

1. Опрацювати теоретичний матеріал §1, п.2.
2. Законспектувати теорему, наслідок, розглянути приклади розв'язаних задач.
3. Розглянути письмово: 2.1, 2.3, 2.5.

**ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!!!** Роботу виконувати у робочому або окремому зошиті (якщо робочий залишився у гуртожитку), фотографувати і надсилати на електронну адресу [valentinatalavera@ukr.net](mailto:valentinatalavera@ukr.net) , у темі листа вказувати – ПІБ, предмет, номер групи.

Можна підготувати мультимедійну презентацію з теми і надіслати на електронну адресу [valentinatalavera@ukr.net](mailto:valentinatalavera@ukr.net) .