**Тема: Формули зведення. Періодичність, побудова графіків та властивості тригонометричних функцій**

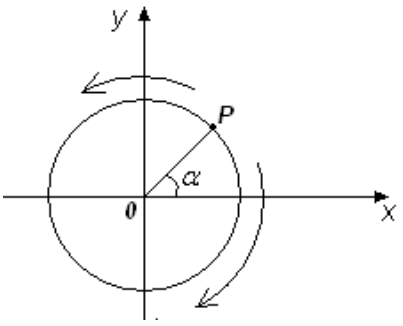
Посилання на підручник: https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/pidruchnyky-10-klas-2018/14-matematyka-10-klas/merzlyak-ag-matematyka-alg-i-poch-analizu-ta-geom-riven-standartu-10-kl.pdf

**Матеріали до теми:**



**Періодичність, побудова графіків та властивості тригонометричних функцій**

**1. Означення.** Функція $y = f(x)$ називається ***періодичною*** з періодом T ≠ 0, якщо для будь-якого ***x*** з області визначення функції числа $x+T$ та $x-T$ також належать області визначення і виконується умова: $f(x) = f(x-T) = f(x+T)$.




Коли точка P , яка задає кут $\alpha$ виконає повний оберт у додатному (від'ємному) напрямку, вона займе знову початкове положення на колі і визначатиме кут $\alpha + 360^0 (\alpha - 360^0)$. Координати точки P при такому переміщенні не зміняться, а отже, і значення всіх тригонометричних функцій залишиться без змін.

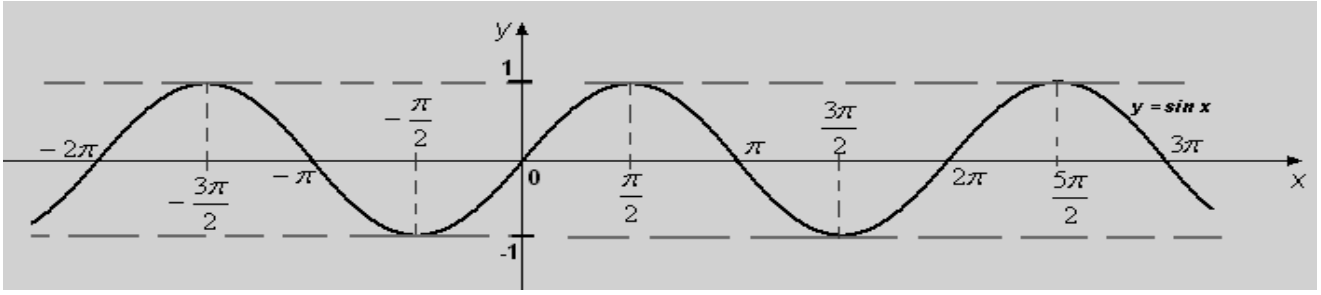
Кількість повних обертів може бути будь-яким цілим числом, а тому і значення тригонометричних функцій кута $\alpha$ повторюватимуться через будь-яку кількість повних обертів в будь-якому напрямку.

Таким чином, будь-яке число, кратне 360 є періодом всіх тригонометричних функцій, або математичною мовою, період всіх тригонометричних функцій- $T = 360n,\ n \in Z\ \ (n - довільне\ ціле\ число)$, або в радіанній мірі $T = 2\pi n,\ n \in Z$ .

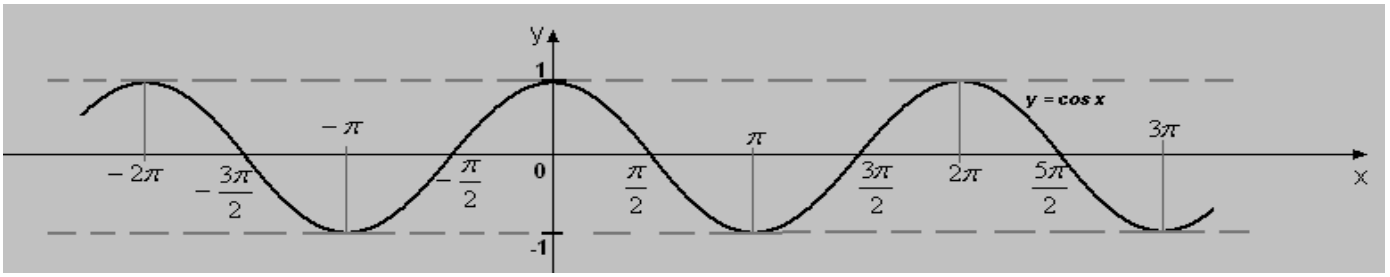
Найменшим додатним періодом функцій $\sin\alpha\ i \cos\alpha$ є число $2\pi$. Для функцій $tg\alpha\ i\ ctg\alpha$ найменший додатний період $\pi$.

**2. Графіки тригонометричних функцій**

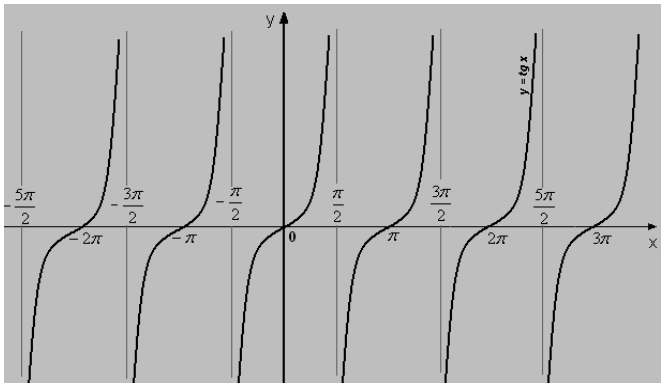
**1. Графік функції** $y = \sin x$



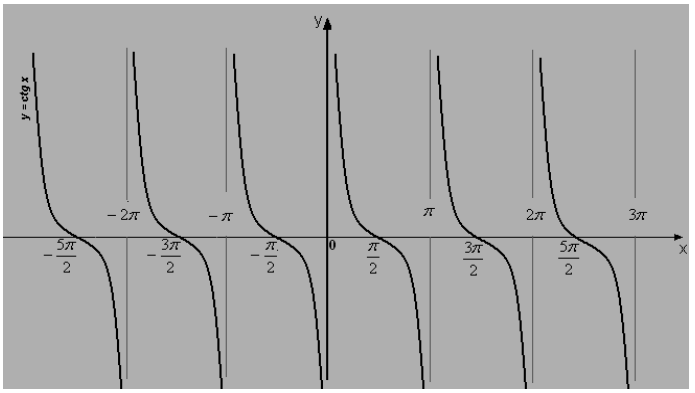
## 2. Графік функції $y = cosx$




## 3. Графік функції $y = tgx$




## 4. Графік функції $y = ctgx$




## 3. Властивості тригонометричних функцій (*табл.*)

| № | Функція<br>Влас-<br>тивість | $y = \sin x$ | $y = \cos x$ | $y = tgx$ | $y = ctgx$ |
|---|---|---|---|---|---|

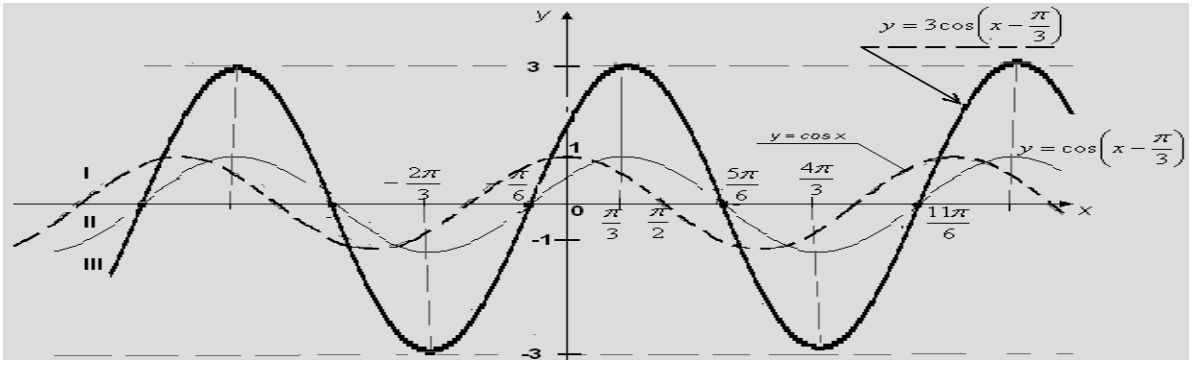
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **1** | **Область визначення** | $x \in (-\infty;\infty)$ | $x \in (-\infty;\infty)$ | $x \in (-\infty;\infty)$<br>$x \neq \frac{\pi}{2}+\pi n,\ n \in Z$ | $x \in (-\infty;\infty)$<br>$x \neq \pi n,\ n \in Z$ |
| **2** | **Множина значень** | $y \in [-1;1]$ | $y \in [-1;1]$ | $y \in (-\infty;\infty)$ | $y \in (-\infty;\infty)$ |
| **3** | **Парність (непарність)** | Непарна | Парна | Непарна | Парна |
| **4** | **Періодич-ність** | $T = 2\pi n,\ \ n \in Z$ | $T = 2\pi n,\ \ n \in Z$ | $T = \pi n,\ \ n \in Z$ | $T = \pi n,\ \ n \in Z$ |
| **5** | **Нульові значення** | $x = \pi n,\ \ n \in Z$ | $x = \frac{\pi}{2}+\pi n,\ \ n \in Z$ | $x = \pi n,\ \ n \in Z$ | $x = \frac{\pi}{2}+\pi n,\ \ n \in Z$ |
| **6** | **Проміжки зростання** | $x \in \left[-\frac{\pi}{2}+2\pi n;\frac{\pi}{2}+2\pi n\right]$ | $x \in [-\pi+2\pi n;\ 2\pi n]$ | $x \in \left[-\frac{\pi}{2}+\pi n;\frac{\pi}{2}+\pi n\right]$ | Не має |
| **7** | **Проміжки спадання** | $x \in \left[\frac{\pi}{2}+2\pi n;\frac{3\pi}{2}+2\pi n\right]$ | $x \in [2\pi n;\pi+2\pi n]$ | Не має | $x \in [\pi n;\ \pi+\pi n]$ |
| **8** | **Додатні значення** | $x \in (2\pi n;\pi+2\pi n)$ | $x \in \left(-\frac{\pi}{2}+2\pi n;\frac{\pi}{2}+2\pi n\right)$ | $x \in \left(\pi n;\frac{\pi}{2}+\pi n\right)$ | $x \in \left(\pi n;\frac{\pi}{2}+\pi n\right)$ |
| **9** | **Від'ємні значення** | $x \in (\pi+2\pi n;2\pi+2\pi n)$ | $x \in \left(\frac{\pi}{2}+2\pi n;\frac{3\pi}{2}+2\pi n\right)$ | $x \in \left(-\frac{\pi}{2}+\pi n;\pi n\right)$ | $x \in \left(-\frac{\pi}{2}+\pi n;\pi n\right)$ |
| **10** | **Найбільше значення** | $y=1\ \ при\ \ x=\frac{\pi}{2}+2\pi$ | $y=1\ \ при\ \ x=2\pi n$ | Не має | Не має |
| **11** | **Найменше значення** | $y=-1\ \ при\ \ x=\frac{3\pi}{2}+2\pi n$ | $y=-1\ \ при\ \ x=\pi+2\pi n$ | Не має | Не має |

- **Приклад 1.** Побудувати графік функції $y = 3\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$

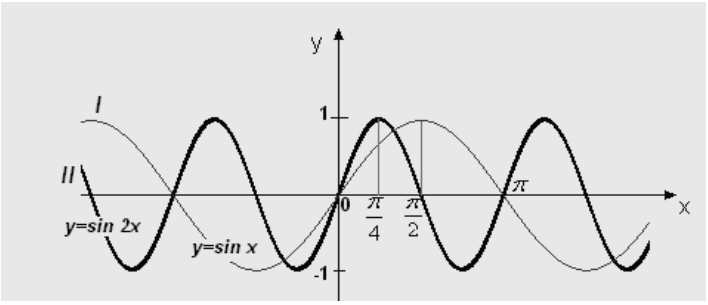
***Розв'язання*** I. *Побудуємо графік функції* $y = \cos x$ .

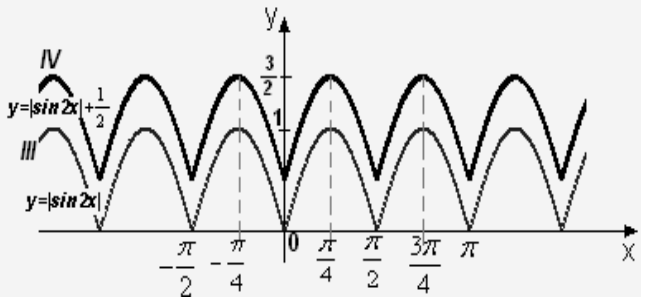
II. *Графік функції* $y=\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$ *отримуємо перенесенням графіка функції* $y=\cos x$ *в додатному напрямі вздовж осі Ox на відстань* $\frac{\pi}{3}$.

III. Графік функції $y=3\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$ отримуємо розтягуванням в 3 рази графіка функції $y=\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$ вздовж осі *Oy*




- **Приклад 2.** Побудувати графік функції $y=|\sin 2x|+\frac{1}{2}$




I. Побудуємо графік функції $y=\sin x$;

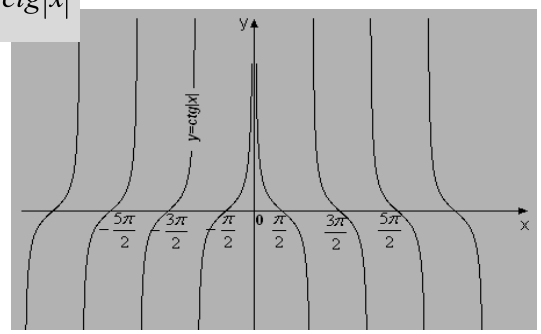
II. Стиснувши графік функції $y=\sin x$ вздовж осі *Ox* вдвічі отримаємо графік функції $y=\sin 2x$;

III. Щоб отримати графік функції $y=|\sin 2x|$, відображаємо ту частину графіка II, для якої $y<0$

(нижче осі *Ox*) симетрично відносно осі *Ox*.

IV. Графік функції $y = |\sin 2x| + \frac{1}{2}$ отримаємо, перемістивши графік III, вгору вздовж осі *Oy* на $\frac{1}{2}$.

- **Приклад 3.** Побудувати графік функції $y = ctg|x|$




I. Так як $ctgx = ctg|x|$ при $x > 0$, то спочатку можна побудувати графік функції $y = ctgx$, для $x > 0$.

II. Функція $y = ctg|x|$ є парною, отже інша частина графіка (при $x < 0$) – симетрична побудованій відносно осі *Oy*.

**Завдання:**

1. Опрацювати теоретичний матеріал п. 11, 14.
2. Законспектувати означення, формули.
3. Виконати письмово вправи: 11.1, 11.3, 11.5, 11.7, 11.9, 11.11, 14.1, 14.3, 14.5.
4. Переглянути відеоматеріали за посиланням:

https://www.slideshare.net/rudenkoos/ss-57823736

https://www.slideshare.net/irinakinash/ss-42006167

**ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!!!** Роботу виконувати у робочому або окремому зошиті (якщо робочий залишився у гуртожитку), фотографувати і надсилати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net , у темі листа вказувати – ПІБ, предмет, номер групи. Зошити зберігати до закінчення терміну карантину.

Можна підготувати мультимедійну презентацію з теми і надіслати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net .