

BÖLÜM I

Dersin Adı	Matematik	Tarih	25-29 Kasım 2024
Sınıf	10	Süre	6 ders saati
Alt Öğrenme Alanı	FONKSİYONLAR		
Konu	Bire Bir ve Örtten Fonksiyonlar		

BÖLÜM II

Kazanım	10.2.2.1. Bire bir ve örtten fonksiyonlar ile ilgili uygulamalar yapar.
Değerler	Özdenetim – Sorumluluk Alma
Yöntem ve Teknikler	Düz anlatım, soru-cevap, problem çözme, örnek olay, beyin fırtınası, kavram haritası
Kullanılan Araç-Gereçler	Ders kitabı, yazı tahtası, etkileşimli tahta, z-kitap, internet, fotoğraf, pergel, cetvel

BÖLÜM III

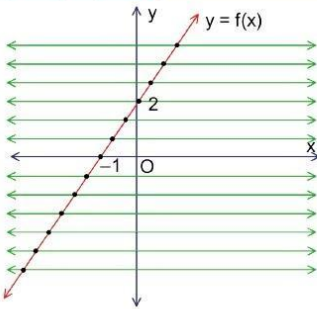
Öğrenme-Öğretme Süreci

BİRE BİR VE ÖRTTEN FONKSİYONLARLA İLGİLİ UYGULAMALAR

Verilen fonksiyonun grafiğini kesecek şekilde x eksenine paralel doğrular çizilir. Çizilen bu paralel doğrular grafiği bir noktada kesiyorsa fonksiyon **bire bir fonksiyondur** denir. Yapılan bu işleme **yatay doğru testi** denir. Yatay doğru testinde, değer kümesindeki her elemana tanım kümesinde bir eleman karşılık geliyorsa fonksiyon örtten fonksiyon, karşılık gelmiyorsa içine fonksiyondur.



$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 2$ fonksiyonunun bire bir ve örttenliğini inceleyiniz ve fonksiyonu eşleştirme kuralını yazınız.



$f(x) = 2x + 2$ fonksiyonu, tanım ve görüntü kümesine göre yanda verilen şekildeki gibi çizilebilir. Daha sonra y eksenine dik olacak şekilde yatay doğrular çizilir. Bu doğruların her biri grafiği tek bir noktada kestiği için $f(x) = 2x + 2$ fonksiyonu bire birdir.

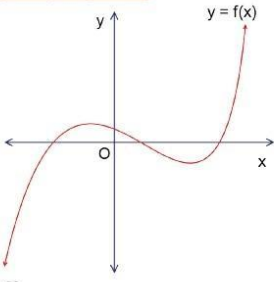
Fonksiyonun örttenliği ile ilgili bu durum aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$\left. \begin{array}{l} y = 2x + 2 \\ y - 2 = 2x \\ x = \frac{y-2}{2} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \forall y \in \mathbb{R} \text{ için } x = \frac{y-2}{2} \text{ şeklinde } \exists x \in \mathbb{R} \\ \text{elde edilebilir. Buradan değer kümesinden} \\ \text{her } y \text{ gerçel sayısına karşılık tanım} \\ \text{kümesinden bu kuralla bir } x \text{ seçilebilir.} \end{array}$$

Öyleyse değer kümesinde eşlenmemiş eleman kalmaz, dolayısıyla f örtendir.



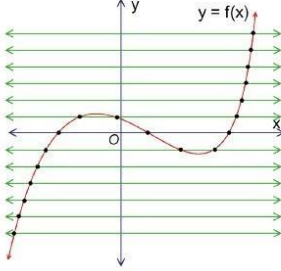
Örnek



$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, y = f(x)$ fonksiyon grafiği yanda verilmiştir. Yatay doğru testi ile bu fonksiyonun bire bir ve örtenliğini inceleyiniz.



Çözüm



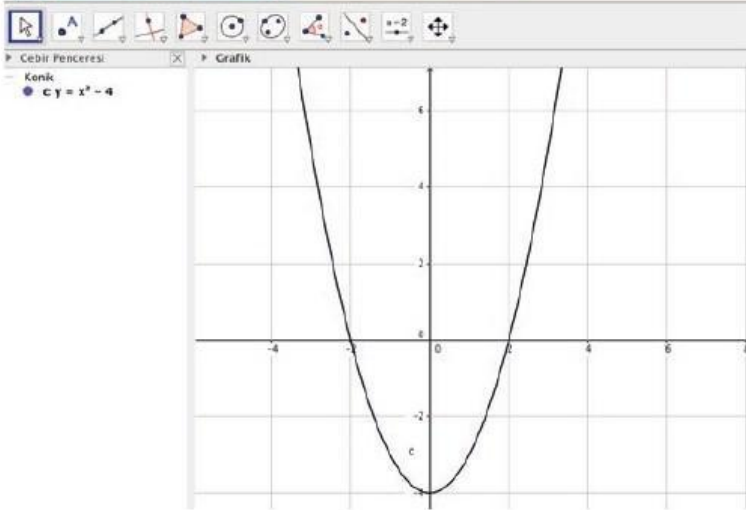
y eksenine dik olacak şekilde çizilen yatay doğrulardan bazıları grafiği birden fazla noktada kestiği için bu fonksiyon **bire bir değildir**.

Çizilen yatay doğrular fonksiyonun grafiğini en az bir noktada kestiği için bu fonksiyon **örtendir**.

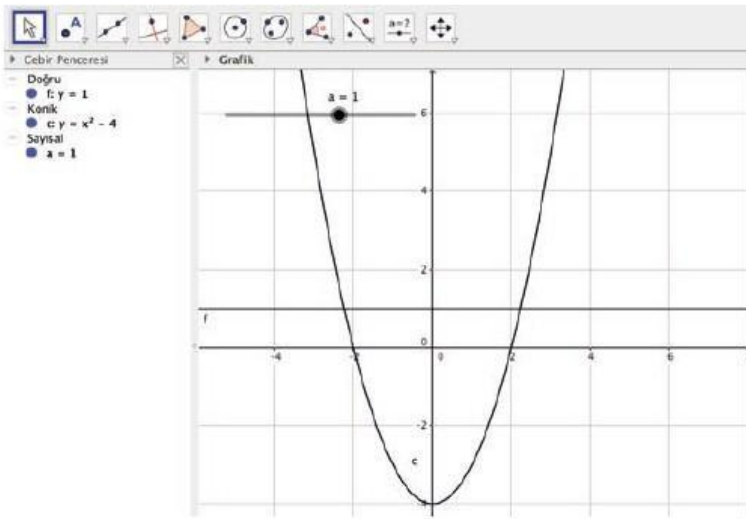


Örnek

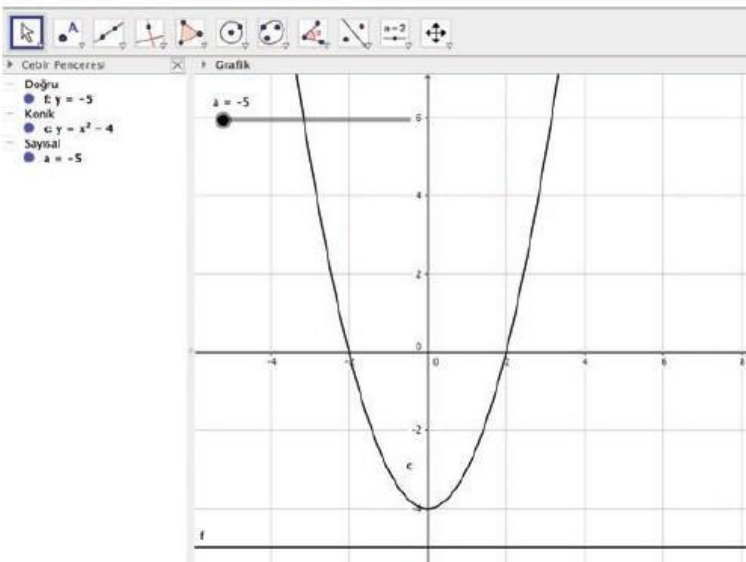
$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 4$ fonksiyonunun bire bir ve örten olup olmadığını GeoGebra programı yardımıyla inceleyiniz.



GeoGebra programını açınız. Cebir penceresinin alt kısmında yer alan “Giriş” ekranına $y = x^2 - 4$ yazınız ve Enter tuşuna basınız. Böylece ekranda $f(x) = x^2 - 4$ grafiği oluşacaktır.



“Giriş” ekranına $y = a$ yazınız ve Enter tuşuna basınız. Ekranda beliren kutuda “Sürgüler Oluşturulsun mu?” butonuna basınız. Sürgüyü sağa sola oynatınca $y = a$ doğrusunun bazı durumlarda grafiği 2 farklı noktada kestiği görülür. Örneğin yandaki şekilde a sürgüsü 1 in üzerindeyken $y = a$ doğrusunun farklı iki noktada grafiği kestiği görülmektedir. Bu durumda $f(x) = x^2 - 4$ fonksiyonu bire bir değildir.



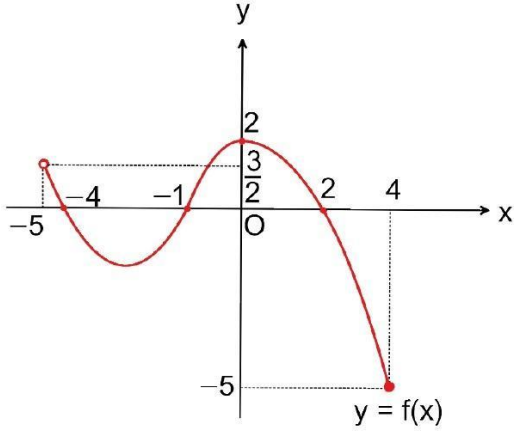
Sürgüyü -4 ten küçük olan herhangi bir değere getirince $y = a$ doğrusunun $f(x) = x^2 - 4$ grafiğini kesmediği görülür. Bu durumda fonksiyon, y eksenindeki -4 ten küçük değerleri alamamaktadır (görüntü kümesi $\mathbb{R}$ olmamakta). Buradan $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 4$ fonksiyonunun örten fonksiyon olmadığı görülür.

BÖLÜM IV

Ölçme ve Değerlendirme

1. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x - 2$ fonksiyonunun grafiğini çizerek bire bir ve örtenliğini yatay doğru testi ile inceleyiniz.
2. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 + 2$ fonksiyonunun bire bir ve örtenliğini GeoGebra programında sürgüler oluşturarak yatay doğru testi ile inceleyiniz.
3. $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + 3$ fonksiyonunun grafiğini çizerek bire bir ve örtenliğini yatay doğru testi ile inceleyiniz.

4.



Yukarıda verilen fonksiyon grafiği için
 $f : (-5, 4] \rightarrow [-5, 2]$ fonksiyonunun bire bir ve örtenliğini yatay doğru testi ile inceleyiniz.

Dersin Diğer Derslerle İlişkisi

BÖLÜM IV

Planın Uygulanmasına İlişkin Açıklamalar

Konu öngörülen ders saatinde işlenmiş olup gerekli değerlendirmeler yapılarak amacına ulaşmıştır.

.....
.....
Matematik Öğretmeni

.../.../2024
UYGUNDUR
Okul Müdürü
.....